

ЈАНИ СЕРВИНИ

ТОНИ ПАНОВ

---

## ОСНОВИ НА МЕРЕЊАТА И ЛОГИЧКИ КОЛА

---

II (втора) година – електротехничка струка

електротехничар за компјутерска техника и автоматика

Битола, 2013

**Автори:** Дипл. ел. инж. Јани Сервини  
Дипл. ел. инж. Тони Панов

**Рецензентска комисија:** Д-р Цвета Мартиновска  
Виолета Николовска  
Љубица Маркудова

**Лектор:** Д-р Трајко Огненовски

**Уредник:** Јани Сервини

**Компјутерска обработка:** Јани Сервини

**Изработка на илустрации и графичко уредување:** Јани Сервини и Тони Панов

**Идејно решение на корица:** Јани Сервини

**Дизајн на корица:** Никола Сотировски

**Издавач:**

Министерство за образование и наука за Република Македонија

**Печати:**

Графички центар дооел, Скопје

**Тираж:** 812

Со одлука бр.22-2186/1 од 12.11.2012 на Националната комисија за учебници, се одобрува употреба на учебникот

CIP- Каталогизација во публикација

Национална и универзитетска библиотека „Св. Климент Охридски“, Скопје 621. 3.  
08 (075.3)

621. 3. 049 (075.3)

ПАНОВ, Тони

Основи на мерењата и логички кола: II (втора) година: електротехничка струка:  
електротехничар за компјутерска техника и автоматика/Тони Панов, Јани Сервини.  
-Скопје: Министерство за образование и наука на Република Македонија, 2013.

-248 стр. : илустр. ; 26 см

ISBN 978-608-226-375-5

1. Сервини, Јани [автор]

COBISS.MK-ID 94279946

*Теоријата ја предизвикува праксата.*

*Праксата ја коригира теоријата.*

*Авторите*



# СОДРЖИНА

Предговор.....	vii-x
<b>1. ОСНОВИ НА МЕРЕЊАТА.....</b>	<b>1</b>
1.1. Вовед.....	3
1.2. Мерење и мерни единици.....	3
1.2.1. Грешки и точност при мерењето.....	5
Прашања и задачи за повторување.....	6
1.3. Електрични мерни инструменти.....	7
1.3.1. Поделба на електричните мерни инструменти.....	7
1.3.2. Конструкција на електричните мерни инструменти.....	8
1.3.3. Параметри на аналогните електрични мерни инструменти.....	10
1.4. Електронски мерни инструменти.....	10
1.4.1. Аналогни електронски инструменти.....	11
1.4.2. Мерење на еднонасочен напон.....	11
1.4.3. Мерење на еднонасочна струја.....	12
1.4.4. Мерење на омска отпорност.....	13
1.4.5. Мерење на наизменични сигнали.....	13
1.5. Дигитални мерни инструменти.....	13
1.5.1. Точност на мерење со дигитални инструменти.....	14
1.5.2. Дигитален мултиметар.....	15
1.5.3. Мерење на еднонасочен напон со дигитален мултиметар.....	17
1.5.4. Мерење на еднонасочна струја со дигитален мултиметар.....	17
1.5.5. Мерење на наизменичен напон со дигитален мултиметар.....	18
1.5.6. Мерење на наизменична струја до дигитален мултиметар.....	18
1.5.7. Мерење на отпорност со дигитален мултиметар.....	19
Прашања и задачи за повторување.....	19
1.6. Осцилоскоп.....	20
1.6.1. Блок шема на осцилоскоп.....	21
1.6.2. Дигитален осцилоскоп.....	22
1.6.3. Мерење на наизменичен синусен напон со осцилоскоп.....	23
1.6.4. Мерење на фреквенција со осцилоскоп.....	24
1.6.5. Мерење на фазна разлика со осцилоскоп.....	24
1.6.6. Мерење на еднонасочни напони со осцилоскоп.....	25
1.6.7. Мерење на електрична струја со осцилоскоп.....	25
Прашања и задачи за повторување.....	26

1.7. Поврзување на електрични мерни инструменти.....	27
1.7.1. Мерење на отпорност.....	27
1.7.2. Мерење на електрична струја.....	27
1.7.3. Мерење на електричен напон.....	28
1.7.4. Мерење на електрична моќност.....	30
1.7.5. Мерење на неелектрични големини.....	31
Прашања и задачи за повторување.....	33
1.8. Мерни мостови.....	33
1.8.1. Мерење на отпор со Витстонов мост.....	34
1.8.2. Мерење на индуктивност.....	34
1.8.2.1. $U - I$ метода за мерење на индуктивност.....	35
1.8.2.2. Максвелов мост.....	36
1.8.2.3. Максвел – Винов мост.....	36
1.8.3. Мерење на капацитивност.....	37
1.8.3.1. $U - I$ метода за мерење на капацитивност.....	37
1.8.3.2. Винов мост.....	38
1.8.4. Мерење на фреквенција – Вин – Робинсонов мост.....	39
Прашања и задачи за повторување.....	40
Резиме.....	40
<b>2. ЛИНЕАРНИ ЕЛЕКТРИЧНИ КОЛА.....</b>	<b>41</b>
2.1. Вовед.....	43
2.2. Двополи.....	43
2.2.1. Реактивни двополи.....	43
2.3. Четворополи.....	45
2.3.1. Карактеристична импеданса и карактеристична преносна функција.....	47
2.3.2. Видови четворополи.....	48
Прашања и задачи за повторување.....	49
2.4. Напонски и струен генератор.....	50
2.5. Напонски и струен делител.....	52
2.6. Осцилаторни кола.....	53
2.6.1. Просто осцилаторно коло.....	53
2.6.2. Редно осцилаторно коло.....	55
2.6.3. Паралелно осцилаторно коло.....	58
Прашања и задачи за повторување.....	60

2.7. Електрични филтри.....	61
2.7.1. LC – филтри.....	61
2.7.1.1. К – филтер пропусник на ниски фреквенции.....	62
2.7.1.2. К – филтер пропусник на високи фреквенции.....	63
2.7.1.3. К – филтер пропусник на опсег на фреквенции.....	64
2.7.1.4. К – филтер непропусник на опсег на фреквенции.....	66
2.7.2. Отпорничко – капацитивни (RC и CR) филтри .....	67
Прашања и задачи за повторување.....	69
2.8. Линеарни кола за обликување.....	69
2.8.1. RC коло.....	71
2.8.1.1. Одзив на RC колото на Хевисајдов напон.....	71
2.8.1.2. Одзив на RC колото на правоаголен напонски импулс.....	73
2.8.1.3. Одзив на RC колото на правоаголен периодичен напон.....	74
2.8.2. CR коло.....	75
2.8.2.1. Одзив на CR колото на Хевисајдов напон.....	75
2.8.2.2. Одзив на CR колото на правоаголен напонски импулс.....	76
2.8.2.3. Одзив на CR колото на правоаголен периодичен напон.....	77
2.8.3. Генерирање на пилест напон со RC коло.....	79
Прашања и задачи за повторување.....	79
Резиме.....	80
<b>3. НЕЛИНЕАРНИ ЕЛЕКТРИЧНИ КОЛА .....</b>	<b>81</b>
3.1. Вовед во импулсната електроника .....	83
3.1.1. Импулсни кола .....	83
3.1.2. Бранови облици на импулсните сигнали .....	85
Прашања и задачи за повторување .....	87
3.2. Полупроводничките елементи како прекинувачи .....	87
3.2.1. Диоди .....	89
3.2.2. Биполарни транзистори .....	91
3.2.3. Униполарни транзистори .....	93
3.2.4. Операциски засилувач .....	95
3.3. Инверторско коло – инвертор.....	96
Прашања и задачи за повторување.....	97
3.4. Вовед во нелинеарни кола за обликување.....	98
3.5. Ограничувачи .....	99
3.5.1. Едностран ограничувач со диоди .....	99
3.5.2. Двостран ограничувач со диоди .....	101

3.5.3. Двостран ограничувач со Зенер диоди .....	102
3.5.4. Двостран ограничувач со операциски засилувач .....	104
Прашања и задачи за повторување .....	106
3.6. Компаратори .....	107
3.6.1. Инвертирачко компараторско коло.....	108
3.6.2. Неинвертирачко компараторско коло.....	109
3.6.3. Шмитов компаратор .....	111
3.6.3.1. Шмитов компаратор со операциски засилувач .....	112
3.7. Временски селектор .....	114
Прашања и задачи за повторување .....	115
Резиме.....	116
<b>4. МУЛТИВИБРАТОРИ .....</b>	<b>117</b>
4.1. Вовед и основни поими .....	119
4.2. Класификација на мултивибраторите .....	120
Прашања и задачи за повторување .....	121
4.3. Моностабилен мултивибратор со операциски засилувач .....	121
Прашања и задачи за повторување .....	124
4.4. Астабилен мултивибратор со операциски засилувач .....	124
Прашања и задачи за повторување .....	126
4.5. Интегрирано временско коло 555 .....	126
4.5.1. Опис на интегрираното коло 555 .....	130
Прашања и задачи за повторување .....	130
4.5.2. Моностабилен мултивибратор со ик 555 .....	130
Прашања и задачи за повторување .....	132
4.5.3. Астабилен мултивибратор со ик 555 .....	134
Прашања и задачи за повторување .....	136
Резиме.....	138
<b>5. БРОЈНИ СИСТЕМИ И КОДОВИ .....</b>	<b>139</b>
<b>5.1. ВОВЕД ВО ДИГИТАЛНАТА ЕЛЕКТРОНИКА .....</b>	<b>141</b>
5.1. Основни поими .....	141
5.2. Поим за информација и нејзино кодирање .....	144
5.3. Единици за мерење количество на информација .....	145
5.4. Видови на информации .....	146
Прашања и задачи за повторување .....	147



<b>5.II. БРОЈНИ СИСТЕМИ И КОДОВИ .....</b>	<b>148</b>
5.5. Основни поими .....	148
5.6. Бројни системи .....	148
5.6.1. Конверзија на броеви од било кој во декаден броен систем.....	150
5.6.2. Конверзија од бинарен во хексадецимален и октален броен систем....	152
5.6.3. Конверзија на броеви од декаден во било кој броен систем.....	153
5.6.4. Аритметика во бинарниот броен систем .....	154
Прашања и задачи за повторување .....	156
5.6.5. Означување на броеви со предзнак .....	156
5.6.6. Означување со двоен комплемент .....	159
Прашања и задачи за повторување .....	161
5.7. Бинарни кодови .....	161
5.7.1. Нумерички кодови .....	162
5.7.2. Алфа-нумерички кодови .....	166
5.8. Експлицитна и имплицитни вредности.....	168
Прашања и задачи за повторување .....	169
Резиме.....	170
<b>6. БУЛОВА АЛГЕБРА.....</b>	<b>171</b>
6.1. Вовед.....	173
6.2. Аксиоми и логички операции.....	173
6.3. Теореме и закони.....	175
6.4. Прекинувачки функции и нивно прикажување.....	178
6.4.1. Табеларно претставување.....	178
6.4.2. Аналитичко прикажување.....	179
6.4.2.1. Целосно зададени функции.....	180
6.4.2.2. Нецелосно зададени функции.....	182
6.4.3. Преминување од еден облик во друг.....	182
6.5. Стандардни логички функции.....	185
Прашања и задачи за повторување.....	187
6.6. Минимизација на прекинувачки функции.....	188
6.6.1. Аналитички метод на минимизација.....	189
6.6.2. Карноов метод на минимизација.....	189
6.6.2.1. Примена на Карноовиот метод.....	194
6.6.2.2. Минимизација на нецелосно зададени функции.....	198
6.6.2.3. Минимизација за функција од пет променливи.....	200
Прашања и задачи за повторување.....	201

---

6.6.3. Квајн – МекКласкиева метода на минимизација.....	203
6.6.3.1. Опис на алгоритмот.....	203
6.6.3.2. Примена на Квајн – МекКласкиевитот алгоритам.....	204
6.6.3.3. Минимизација на нецелосно дефинирани функции.....	213
Прашања и задачи за повторување.....	215
6.7. Прекинувачки мрежи.....	216
6.7.1. Основни логички кола.....	216
6.7.2. Баферско коло.....	218
6.7.3. Анализа на прекинувачки мрежи.....	220
Прашања и задачи за повторување.....	223
6.7.4. Синтеза на прекинувачки мрежи.....	224
Прашања и задачи за повторување.....	229
6.7.4. Проектирање на прекинувачките мрежи.....	229
Прашања и задачи за повторување.....	231
Резиме.....	232
<b>ЛИТЕРАТУРА.....</b>	<b>233</b>

# ПРЕДГОВОР

Учебникот „Основи на мерењата и логички кола“ е пишуван во согласност со постоечките наставни планови и програми за истоимениот предмет, кој се изучува во втора година во паралелките од електротехничка струка за образовниот профил електротехничар за компјутерска техника и автоматика. Ракописот во целост ги опфаќа предвидените наставни содржини, поделени во шест тематски целини. Презентираниот материјал е фундаментален, бидејќи ги анализира базичните аспекти, кои се однесуваат на мерењата на електрични и неелектрични големини, потоа основните составни елементи и компоненти во домен на линеарната, импулсната и дигиталната електроника кои се и неизоставни функционални делови на електронските инструменти, уреди и апарати, како и на компјутерските или микропроцесорски базирани системи.

Првата тематска целина **ОСНОВИ НА МЕРЕЊАТА** нè запознава со основните и изведените мерни единици и нивната примена, со грешките кои настануваат при мерењето и со значењето и улогата на мерењата за сèвкупниот техничко-технолошки развој. Покрај ова, големо значење е посветено на мерењето на електричните и неелектричните големини, вклучувајќи ги постапките за нивно мерење. Во оваа тема е објаснет принципот на работа на електронските мерни инструменти и осцилоскопот. Посебно, фокусот е ставен врз правилната употреба на аналогните и дигиталните мултиметри, како и на осцилоскопот, што е една од основните задачи на секој електротехничар при практичната работа. Овде се запознаваме и со основните мерни постапки за мерење на напон, струја и отпорност, а на крајот од темата и со неколку мерни мостови, кои имаат широка практична примена како индиректни, односно споредбени методи, со кои можат да се измерат непозната отпорност, индуктивност, капацитивност и фреквенција.

Втората тематска целина **ЛИНЕАРНИ ЕЛЕКТРИЧНИ КОЛА** нè воведува во двополите и четворополите како линеарни електрични кола и нивните основни карактеристични големини. Методските единици ја обработуваат поделбата на четворополите на различни видови и нивната меѓусебна трансформација. Покрај тоа, во оваа тема се презентирани и напонскиот и струјниот извор и разликите помеѓу нив. Анализата на редното и паралелното осцилаторно коло и нивните карактеристичните големини најдоа исто така свое место во рамките на излагањето. Од групата на четворополи посебно внимание им е посветено на различните видови електрични филтри, како пропусници така и непропусници на различни фреквенциски подрачја. На крај оваа тематска целина го анализира однесувањето на елементарните отпорничко-капацитивни кола за обликување на сигнали: RC и CR колото при различни влезни побуди, како што се: Хевисајдовата функција, правоаголниот напонски импулс и периодичниот правоаголен напон.

Третата тематска целина **НЕЛИНЕАРНИ ЕЛЕКТРИЧНИ КОЛА** се задржува на однесувањето и примената на полупроводничките елементи: диодите, биполарните и униполарните транзистори и операцискиот засилувач во електрични кола при нелинеарен режим на работа, како и со моделите кои го опишуваат нивното однесување при овие работни услови. Во врска со тоа, овде се обработени базичните нелинеарни кола за обликување на напонски сигнали како што се ограничувачите (лимитерите), компараторите вклучувајќи го и Шмитовиот компаратор, како и колото за временско селектирање. Добиените импулсни и други бранови облици на несинусоидални напонски сигнали наоѓаат широка примена речиси во сите дигитални инструменти и уреди.

Четвртата тематска целина **МУЛТИВИБРАТОРИ** се задржува на важноста и улогата на моностабилните и астабилните мултивибратори и нивната примена во импулсната и дигиталната електроника како тајмери и генератори на такт сигнал со правоаголен периодичен облик. Притоа е објаснет принципот на работа на моностабилниот и астабилниот мултивибратор со операциски засилувач имајќи ги во вид временските дијаграми на напоните во карактеристичните точки на колата. Во рамките на темата фокусот е ставен и врз изучувањето на блок шемата и однесувањето на познатото и многу често користено временското интегрирано коло 555, како и врз функционирањето на различните видови мултивибратори, реализирани со него. Дополнително, во зависност од употребените елементи за градба на моностабилните и астабилните кола, се дефинира и пресметува времетраењето на излезните напонски правоаголни импулси и паузи.

Петтата тематска целина **БРОЈНИ СИСТЕМИ И КОДОВИ** се однесува на основните поими поврзани со информациите и нивното кодирање во дигитален облик, мерењето на количеството на информација, како и поделбата на дигиталните кола и мрежи според различни критериуми. Имајќи во вид дека бинарниот и хексадецималниот броен систем се базични системи за дигиталната електроника и компјутерската техника, во понатамошниот текст фокусот е ставен токму врз нив. Поконкретно, се обработува претворувањето на броевите помеѓу декадниот, бинарниот и хексадецималниот броен систем, од еден во друг, потоа правилата за извршување на основните аритметички операции во бинарниот броен систем: собирање, одземање, множење, делење. Различните системи за означување на целите броеви со знак во бинарен облик исто така се обработени во рамките на оваа тема. На крајот се презентирани бинарните кодови за бројчани (нумерички) и текстуални (алфа-нумерички) податоци кои најчесто се користени во праксата, правилата за кодирање и нивните кодни таблици.

Во шестата тематска целина, **БУЛОВА (ЛОГИЧКА) АЛГЕБРА**, фокусот е ставен врз појдовните аксиоми, логички операции, закони и теореми на логичката алгебра. Потоа се објаснети основните прекинувачки функции, нивниот аналитички, табличен и графички облик, како и преминувањето од еден во друг облик. Значаен дел од оваа тема зазема и минимизацијата на прекинувачките функции по аналитички пат, а посебно внимание е ставено врз примената на методите за минимизација со Карноови карти и според КвајнМек – Класки, за чие полесно совладување се дадени соодветни алгоритми и поголем број на решени примери. Покрај претходно наведеното, во оваа тематска целина се претставени и симболите на стандардните логички кола: И, ИЛИ, НЕ, НИ, НИЛИ, ЕКСИЛИ, ЕКСНИЛИ и баферското коло со три состојби. Голем акцент е ставен и врз анализата на поедноставни комбинациони мрежи заради одредување на функцијата што тие ја извршуваат, како и на синтезата на логичките мрежи во две нивоа и тоа со И-ИЛИ (НИ) и ИЛИ-И (НИЛИ) логички кола. На крајот од темата е обработен и проблемот на проектирање на комбинациони мрежи преку решавање на една поедноставна задача.

Автор на првите две тематски целини (1) **ОСНОВИ НА МЕРЕЊАТА** и (2) **ЛИНЕАРНИ ЕЛЕКТРИЧНИ КОЛА** е Тони Панов, дипл. елтех. етк инженер, наставник во средното општинско техничко училиште (СОТУ) "Ѓорѓи Наумов" од Битола, додека Јани Сервини, дипл. елтех. кта инженер, е автор на следните четири тематски целини (3) **НЕЛИНЕАРНИ ЕЛЕКТРИЧНИ КОЛА**, (4) **МУЛТИВИБРАТОРИ**, (5) **БРОЈНИ СИСТЕМИ И КОДОВИ** и (6) **БУЛОВА АЛГЕБРА**, кој исто така е наставник во СОТУ "Ѓорѓи Наумов" од Битола.

Пишаниот материјал е подготвен врз база на стручна литература која е актуелна во Републиката и во странство последниве неколку години. При изложувањето на методските единици се трудеме објаснувањата да бидат разбирливи и јасни, соодветни на возраста на учениците, а воедно насочени кон исполнување на целите од наставната програма за овој предмет. Во врска со тоа, фокусот го ставивме врз примена на соодветен стил на пишување, кој нема да го намали квантитетот и квалитетот на презентираниите наставни содржини во ширина и во длабочина, како од стручен, така и од педагошки и од методолошки аспект.

Принципот на работа на обработените електрични кола го објаснувавме користејќи принципиелни електрични и логички шеми, конзистентни системи за означување, соодветни формули и логички равенки, при тоа применувајќи стандардни симболи за електронските елементи и логичките кола, временски дијаграми на напоните во карактеристичните точки на шемите, како и функционални табlici и табlici на вистинитост.

Бидејќи станува збор за стручен предмет во втора година, акцентот го ставивме на поопширно и подетално објаснување на принципот на работа и анализата на колата, додека математичкиот апарат се грижевме да биде сведен на минимум.

Со цел полесно да се разбере суштината на методските единици што се обработуваат, во рамките на секоја тематска целина се решени по неколку карактеристични и едноставни примери. Дополнително, текстот на учебникот е збогатен и со голем број на прашања и задачи за повторување со различна тежина. Со нивно одговарање и решавање ученикот ќе може да си го проверува нивото и квалитетот на стекнатото знаење, заради што сметаме дека прашањата и задачите се еден многу важен дел од учебникот.

Имајќи во вид дека обработениот материјал е доволно голем по обем и длабочина наставниците имаат можност да вршат селекција и да стават поголем акцент на одредени наставни содржини, зависно од потребите за реализација на наставната програма по овој предмет, како и од капацитетот на учениците во класовите каде овој предмет се предава. Покрај тоа, воведувајќи избрани прашања и задачи на часовите, наставниците можат да применуваат различни наставни методи, со кои учениците ќе можат дополнително да ја развиваат својата креативност.

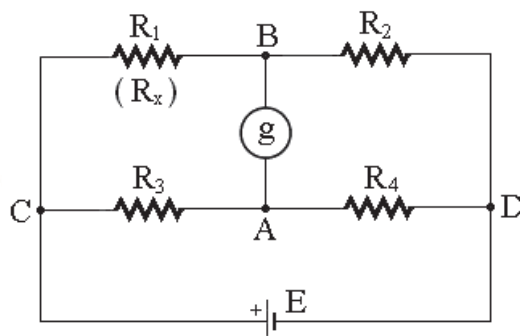
Искрено се надеваме дека ваквиот пристап во голема мерка ќе им помогне на колегите наставници кои го предаваат овој предмет квалитетно да го реализираат наставниот процес заради остварување на соодветен трансфер на знаење при исполнување на секојдневните работни задачи.

На крај им изразуваме благодарност на рецензентите, кои со своите конструктивни и добронамерни сугестии и забелешки придонесоа кон значително подобрување на квалитетот на финалната верзија на учебникот.

Битола, јуни 2010 год.

Од авторите





# 1.

## ОСНОВИ НА МЕРЕЊАТА

По изучувањето на оваа тематска целина

- ⊕ ќе сфатиш која е улогата на мерењето за севкупниот техничко – технолошки развој;
- ⊕ ќе ги применуваш основните и изведените мерни единици за мерените големини;
- ⊕ ќе ги знаеш грешките при мерењето;
- ⊕ ќе го опишуваш мерењето на електричните и неелектричните големини;
- ⊕ ќе ги објаснуваш карактеристиките и можностите на аналогните и дигиталните електронски мерни инструменти;
- ⊕ ќе го препознаваш осцилоскопот и ќе ги објаснуваш мерењата со него;
- ⊕ ќе ги познаваш основните мерни постапки за мерење на напон, струја, отпорност, индуктивност, капацитивност и фреквенција;





## 1.1 ВОВЕД

Во својата практична дејност луѓето вршат различни мерења. Човекот се сретнува со егзактното мерење уште пред да е свесен за тоа. Уште Галилеј го истакнал големото значење на мерењето со тоа што рекол: „За една појава ние доволно знаеме само ако сме успеале неа да ја измериме“. Со развојот на науката и техниката, усовршувани се методите за мерење и користени се сè поточни единици за мерење на одделни големини.

Мерењето во основа ја подржува егзактноста на сите природни науки, или природните науки ја потврдуваат својата егзактност преку мерењето. Секој поквалитетен мерен инструмент може да понуди поголема можност за доаѓање до нови научни сознанија и да придонесе за поголема примена на науката и усовршување на технологијата. Развојот на технологијата и новите научни сознанија влијаат врз развојот и производството на квалитетни мерни инструменти. Оттука може да се констатира дека односот на мерењето, техниката и науката е взаемен. Во таквиот однос мерењето има огромна улога и е многу значаен фактор за целокупниот техничко – технолошки развој.

Во оваа тема ќе се запознаеме со основите на мерењата, употребата на мерни инструменти за мерење на електрични големини, како и со повеќе мерни методи за мерење на овие големини.

## 1.2 МЕРЕЊЕ И МЕРНИ ЕДИНИЦИ

Големина (величина) е сè она што може квантитативно да се менува. Големините кои ги карактеризираат физичките појави или ги одредуваат својствата на материјата се нарекуваат физички големини. Како примери за физички големини ќе ги наведеме големините сила, притисок, струја и т.н. За да се измери некоја физичка големина потребно е таа да се спореди со друга физичка големина од иста природа која е усвоена за единица. Значи, **мерење** претставува споредување на она што го мериме со големина која е усвоена како единица мерка, при што како резултат од мерењето се добива **мерен број**. Така на пр. ако се измери напон од 25V, тогаш 25 е мерен број, а 1V е единица мерка за електричен напон.

Секоја физичка големина има своја единица. **Единици** се точно одредени количества на големините. Физичките големини за кои се усвојуваат единици се наречени **основни големини**, а нивните единици се наречени **основни единици**. Основни единици се метар, секунда, килограм, апсолутна температура, јачина на струја, јачина на светлина и количество супстанција.

За единиците на физичките големини за сите гранки на науката, техниката, стопанството и образованието постои Меѓународен систем (**SI** – Systeme International) кој ги содржи **основните единици** (Табела 1):

ГОЛЕМИНА	ЕДИНИЦА	СИМБОЛ
Должина	МЕТАР	m
Маса	КИЛОГРАМ	kg
Време	СЕКУНДА	s
Јачина на електрична струја	АМПЕР	A
Термодинамичка температура	КЕЛВИН	K
Светлосна јачина	КАНДЕЛА	Cd
Количество супстанција	МОЛ	mol

Табела 1

Од посебна важност во електротехниката е мерењето на големините кои ги карактеризираат електричните појави. Таквите големини се нарекуваат **електрични големини** (ел. струја, напон, отпорност, фреквенција и др.).

Во табела 2 се претставени електричните големини, нивните ознаки, како и единиците и симболите на тие единици.

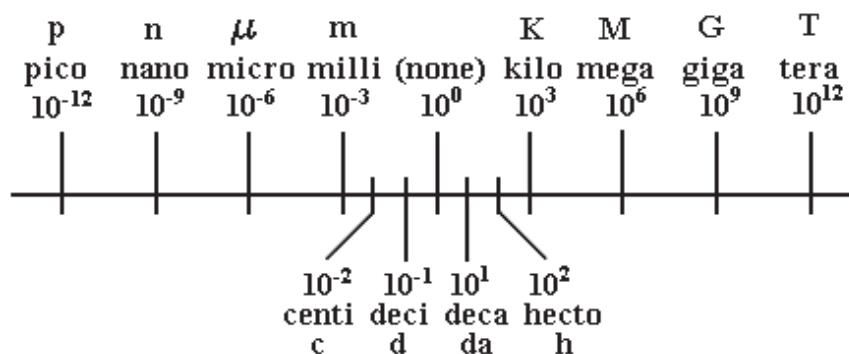
ГОЛЕМИНА		ЕДИНИЦА		
НАЗИВ	СИМБОЛ	РАВЕНКА	НАЗИВ	СИМБОЛ
Ел. напон	U	$U = I \cdot R$	ВОЛТ	V
Ел. потенцијал	V			
ЕМС	E			
Ел. отпорност	R	$R = U / I$	ОМ	$\Omega$
Количество електричество	Q	$Q = I \cdot t$	КУЛОН	C
Јачина на ел. поле	E	$E = U / d$	ВОЛТ НА МЕТАР	V/m
Јачина на магнетно поле	H		АМПЕР НА МЕТАР	A/m
Електрична капацитивност	C	$C = Q / U$	ФАРАД	F
Магнетен флуks	$\Phi$		ВЕБЕР	Wb
Магнетна индукција	B		ТЕСЛА	T
Индуктивност	L	$L = \Phi / I$	ХЕНРИ	H
Електрична индукција	D		КУЛОН НА МЕТАР КВАДРАТЕН	$C/m^2$
Пермитивност (диелектрична пропустливост)	$\epsilon$		ФАРАД НА МЕТАР	F/m
Пермеабилност	$\mu$		ХЕНРИ НА МЕТАР	H/m
Ел. работа, енергија	W	$W = U \cdot I \cdot t$	ЏУЛ	J
Ел. моќност	P	$P = U \cdot I$	ВАТ	W

Табела 2

Единиците кои се изведуваат со помош на основните единици се наречени **изведени единици**. Тие се добиваат од основните единици со соодветни математички законitosti. Така на пр. за изведената единица за електричен напон (волт V) може да се напише законитоста.  $1V = 1\text{Kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-3}\cdot\text{A}^{-1}$ . Други изведени единици се на пр. Hz, Wb, W, F и т.н.

Резултатите од мерењето ќе бидат поточни доколку со поголема точност е утврдена, односно дефинирана мерната единица. Единиците мора да бидат што е можно попрецизно утврдени и во текот на времето да бидат непроменливи. Заради тоа тие се материјализирани, односно постојат направи кои физички одговараат на основните единици. Таквите направи се нарекуваат **еталони**. Со нив се овозможува да се постигне единство на мерењата што е една од основните цели на мерната техника.

Често пати во пракса е потребно добивање на поголеми или помали единици од основните и за таа цел се употребуваат децимални множители. Единиците добиени на тој начин се наречени **децимални единици**. На сл. 1-1 се претставени децималните множители и децималните единици.



Сл. 1-1 Децимални множители и децимални единици

### 1.2.1 ГРЕШКИ И ТОЧНОСТ ПРИ МЕРЕЊЕТО

При мерење на електричните големини, точноста на мерењето зависи од прецизноста на употребените инструменти, од мерниот метод, искуството на лицето кое го спроведува мерењето и други фактори. Значи, за да се добие точната вредност при мерењето потребни се идеални услови кои во пракса не може да се остварат. Поради тоа доаѓа до одредени грешки при мерењето. Таквите грешки се делат на: **систематски** (објективни) и **случајни** (субјективни).

Систематските грешки се одраз на грешки на инструментот. Тие се јавуваат заради небаждарен инструмент, нечитлива скала, ненагодена нула и т.н.

Случајни грешки се јавуваат како резултат на брзо или неправилно отчитување, погрешен избор на мерниот метод, промена под дејство надворешните влијанија и т.н. Овие грешки можат да се отклонат (намалат) со повеќекратно мерење, така што конечниот резултат од мерењето се пресметува како аритметичка средина од поединечно измерените вредности.

Кај мерните инструменти разликуваме: **апсолутна** и **релативна грешка**.

**Апсолутна грешка** се пресметува како разлика од покажувањето на инструментот и вистинската вредност на мерената големина. На пример ако мериме јачина на електрична струја, апсолутната грешка на амперметарот е:

$$\Delta I_A = I - I_V \quad (1-1)$$

каде:  $\Delta I_A$  - апсолутна грешка,

$I$  - покажување на инструментот, а

$I_V$  – вистинска вредност.

Доколку ја знаеме грешката која ја прави мерниот инструмент, вистинската вредност ќе биде во границите:

$$I - \Delta I_A \leq I_V \leq I + \Delta I_A . \quad (1-2)$$

Апсолутната грешка се изразува во единици на мерената големина. Сама по себе таа не дава претстава за големината на грешката. На пр. ако апсолутната грешка при мерење на некој напон изнесува 1V, не е исто дали оваа грешка е направена при мерење на напон од 1V или при мерење на напон од 100V. Во првиот случај грешката е огромна (100%), а во вториот случај е многу мала (1%). Заради ова треба да се познава и релативната грешка.

**Релативна грешка** е однос меѓу апсолутната грешка и вистинската вредност на мерената големина изразена во проценти:

$$\Delta I_r = \frac{I - I_V}{I_V} \cdot 100 \% = \frac{\Delta I_A}{I_V} \cdot 100 \% . \quad (1-3)$$

Максималната релативна грешка на инструментот претставува **класа на точност** на инструментот. Сите мерни инструменти кои прават иста грешка припаѓаат на иста класа на точност. Класата на точност ја означува границата на грешката која ја прави инструментот, изразена во проценти:

$$K = \Delta I_r = \frac{\Delta I_{A \max}}{I_{mp}} , \text{ каде} \quad (1-4)$$

$I_{mp}$  – струја на мерно подрачје (полн отклон на инструментот), а

$\Delta I_{A \max}$  – максимална апсолутна грешка.

Постојат осум класи на точност кои се прикажани во следната табела 3:

max релативна грешка	$\pm 0,05 \%$	$\pm 0,1 \%$	$\pm 0,2 \%$	$\pm 0,5 \%$	$\pm 1,0 \%$	$\pm 1,5 \%$	$\pm 2,5 \%$	$\pm 5,0 \%$
Класа на точност	0,05	0,1	0,2	0,5	1	1,5	2,5	5

Табела 3

Бројот кој ја означува класата на точност е назначен на скалата на мерниот инструмент и тоа е параметар на инструментот кој директно влијае врз резултатот и грешките при мерењето. Според класата на точност постои следната поделба на мерните инструменти:

– инструментите од класа 0,05 и дел од класата 0,1 се познати како **прецизни еталонски инструменти**,

– инструментите од класа 0,2 ; 0,5 и дел од класата 0,1 – **прецизни лабораториски инструменти**, и

– инструментите од класа 1 до 5 – **погонски мерни инструменти**.

## ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ ЗА ПОВТОРУВАЊЕ

- 1-1. Што е мерење?
- 1-2. Што е големина?
- 1-3. Што е единица?
- 1-4. Какви единици постојат?
- 1-5. Наброј ги основните единици во Меѓународниот систем на единици.
- 1-6. Кои единици ги нарекуваме изведени?
- 1-7. Кои големини ги нарекуваме електрични големини?
- 1-8. Претвори ги во основни единици следните децимални единици:
  - а) 1500kHz; 20kHz; 1800 kHz; 0,5 MHz; 50MHz; 1,2GHz
  - б) 24mV; 540μV; 4,4kV; 1,2MV;
  - в) 23,5mA; 45μA; 0,25mA; 74,6nA
- 1-9. Напиши ги следните единици во облик  $a10^b$ : 0,00036A; 0,027A; 0,250mA;
- 1-10. Претвори ги  $\rho_{Cu} = 8,93 \text{ g/cm}^3$  во  $\text{kg/m}^3$ .
- 1-11. Зошто се јавуваат систематски, а зошто случајни грешки при мерењето?
- 1-12. Како се пресметува апсолутна, а како релативна грешка при мерењето?
- 1-13. Што претставува класата на точност?
- 1-14. Како се делат мерните инструменти според класата на точност?

## 1.3 ЕЛЕКТРИЧНИ МЕРНИ ИНСТРУМЕНТИ

Во пракса, контрола на работата на електричните уреди, нивното испитување, пресметувањето на потрошената електрична енергија, контролата и заштитата во електричните мрежи и постројки се изведува со различни електрични мерења. Овие мерења се изведуваат преку мерење на електричните големини: напон, струја, електрична моќност, електрична отпорност, капацитивност, индуктивност, фреквенција и др. За мерење на електричните големини се користат електрични мерни инструменти. Со нив е можно непосредно, односно директно мерење.

### 1.3.1 ПОДЕЛБА НА ЕЛЕКТРИЧНИТЕ МЕРНИ ИНСТРУМЕНТИ

Постојат неколку поделби на електричните мерни инструменти.

Според принципот на работа електричните мерни инструменти се делат на:

- инструменти со вртлива намотка,
- инструменти со вртлив магнет,
- електродинамички инструменти,
- електростатички инструменти,
- индукциони инструменти и т.н.

Во зависност од електричните големини кои ги мерат, инструментите се делат на:

- амперметри,
- волтметри,

- ватметри,
- омметри,
- фреквенцметри, и
- електрични броила.

Според ел. струја што тече низ нив, инструментите можат да бидат за:

- еднонасочна струја,
- наизменична струја, и
- универзални.

Според точноста на мерење разликуваме:

- лабораториски (прецизни), и
- погонски инструменти.

Во зависност од тоа како го прикажуваат резултатот од мерењето, мерните инструменти можеме да ги поделиме и на :

- аналогни (инструменти со стрелка), и
- дигитални (инструменти со повеќесегаментен алфанумерички дисплеј).

### 1.3.2 КОНСТРУКЦИЈА НА ЕЛЕКТРИЧНИТЕ МЕРНИ ИНСТРУМЕНТИ

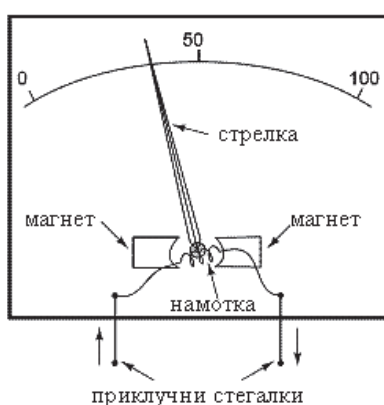
Во поглед на конструкцијата на мерните инструменти, кај нив постојат два дела: надворешен дел и внатрешен дел. Надворешниот дел на инструментот го сочинуваат **кутијата (куќиштето)** со **приклучните стегалки**. Внатрешниот дел го сочинуваат **механизмот за задвижување** и **мерната скала**. Механизмот за задвижување се состои од подвижен и неподвижен дел (намотка, перманентен магнет или електромагнет). Во мерната пракса најупотребуван е инструментот со вртлива намотка. На сл. 1-2 се прикажани различни електрични мерни инструменти.



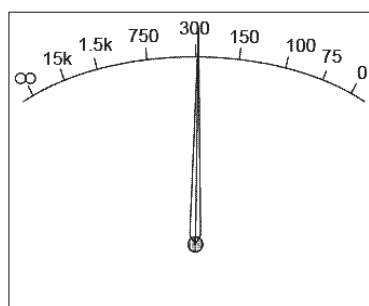
Сл. 1-2 Различни видови електрични мерни инструменти

Од сл. 1-2, може да се забележи дека за отчитување на бројната вредност на мерената големина, аналогните мерни инструменти имаат **скала** со поделци (цртички) и подвижна стрелка која се движи по должина на скалата. На секоја цртичка од скалата соодветствува одредена бројна вредност. Поделците на скалата можат да бидат различно распоредени така што растојанието меѓу нив може да биде рамномерно или нерамномерно. Ако растојанието меѓу поделците е рамномерно тогаш скалата е линеарна (сл. 1-3 а), а ако растојанието меѓу поделците е нерамномерно тогаш скалата може да биде квадратна, логаритамска или синусна како на сл. 1-3 б).

Кај инструментот со линеарна скала се добива отклон на стрелката кој е линеарно зависен од мерената големина. Ако зависноста меѓу мерената големина и отклонот на подвижниот дел од инструментот не е линеарна, таквиот инструмент ќе има нелинеарна скала. Најчесто употребувана нелинеарна скала е квадратната и кај неа зависноста меѓу мерената големина и отклонот на стрелката е квадратна функција.



Сл. 1-3 а) Линеарна скала

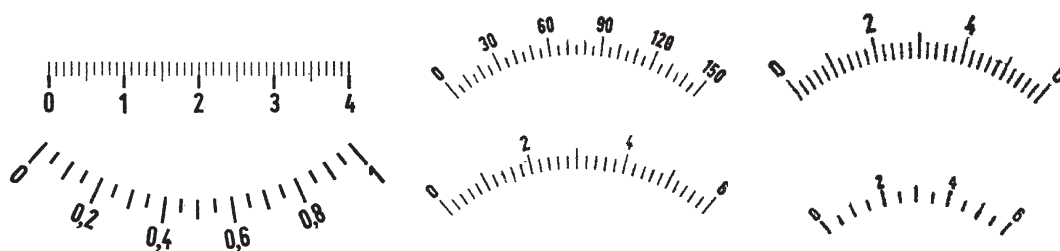


б) Квадратна скала



Сл. 1-4 Скала со различни мерни подрачја

На сл. 1-5 се прикажани повеќе различни скали на мерни инструменти.



Сл. 1-5 Различни форми на скали на мерни инструменти

### 1.3.3 ПАРАМЕТРИ НА АНАЛОГНИТЕ ЕЛЕКТРИЧНИ МЕРНИ ИНСТРУМЕНТИ

Поголем број електрични мерни инструменти имаат одреден број заеднички податоци. Тоа се:

- **покажувачко подрачје** на инструментот е целата должина на скалата. Почетната и последната цртичка ја дефинираат должината на скалата;

- **мерното подрачје** е оној дел од покажувачкото подрачје каде се мери со гарантирана точност. Еден инструмент може да има едно или повеќе мерни подрачја така што со одбирање на соодветното мерно подрачје, инструментот се прилагодува на големината на мерената големина;

- **осетливост** на инструментот се дефинира со големината на аголот за кој се отклонува стрелката кога мерената големина се промени за една мерна единица. Со осетливоста се опишува способноста на мерниот инструмент да ја покаже промената на мерената големина. Ако осетливоста е еднаква по цела должина на скалата, тоа значи дека инструментот има скала со рамномерно распределени поделци, т.е. линеарна скала;

- **константа** на инструментот е бројот кој ни покажува колкав износ од мерената големина одговара на еден поделок од скалата. Значи, константата е однос на мерното подрачје и вкупниот број на поделци. Пр. ако мерното подрачје е од 0 - 10A при мерење на електрична струја, а скалата има 100 поделци, тогаш константата на инструментот е:  $k = 10/100 = 0,1$  A/поделок. Нека при мерењето стрелката покажала отклон од 65 поделци од скалата. Оттука следи дека резултатот од мерењето ќе биде:  $I = k\alpha = 65 \cdot 0,1 = 6,5A$ ;

- **испитен напон** е податок кој ни покажува дека мерниот инструмент е проверен на издржливост од пробив на изолацијата меѓу неговите приклучни краеви и куќиштето. Тоа е напон кој треба да го издржи изолацијата на деловите на инструментот кои се под напон. Овој податок е многу важен и се назначува со петокрака на скалата од инструментот. Во петокраката има број кој ја покажува големината на испитниот напон. Испитниот напон обично изнесува од 500 V до 10 kV, и

- **грешки и точност** при мерењето.

## 1.4 ЕЛЕКТРОНСКИ МЕРНИ ИНСТРУМЕНТИ

Електронските мерни инструменти се одликуваат со голема точност, голема осетливост и занемарливо мала сопствена потрошувачка. Во принцип, електронските мерни инструменти мерат електричен напон. Исто така со овие инструменти може да се мери и електрична струја или други електрични големини, но тие големини прво треба да се претворат во електричен напон со соодветни преобразувачи.

Постојат неколку различни начини на отчитување на вредноста на мерената големина и тоа:

- ако вредноста на мерената големина се отчитува од отклонот на стрелката на скалата на инструментот, тогаш станува збор за **аналоген електронски инструмент**;

- ако мерената вредност е прикажана со бројка на повеќесегментен дисплеј – **дигитален електронски инструмент**, и

- ако обликот на мерената големина се гледа на екран, станува збор за **електронски осцилоскоп**.



### 1.4.1 АНАЛОГНИ ЕЛЕКТРОНСКИ ИНСТРУМЕНТИ

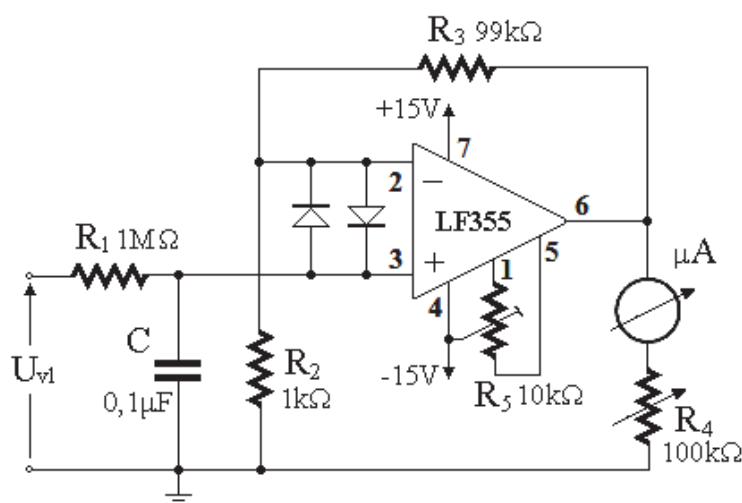
Класичен претставник на аналогните електронски инструменти е мултиметарот (сл. 1-6) со кој најчесто може да се мери: еднонасочен напон и струја, наизменичен напон и струја и омска отпорност. Работата на мултиметарот се базира на **основното мерно коло (ОМК)**, на чиј влез е дозволено да се појават еднонасочни напони од околу 100mV (сл. 1-7).

ОМК е реализирано со операциски засилувач (интегрално коло LF355), поврзан како неинвертирачки засилувач на чиј излез е поврзан микроамперметар ( $\mu\text{A}$ ). Во серија со  $\mu\text{A}$  се поврзува променлив отпорник  $R_4$  ( $100\text{k}\Omega$ ) со кој се нагудува максималниот отклон на стрелката. Отпорникот  $R_5$  ( $10\text{k}\Omega$ ) се користи за нагудување на електричната нула на инструментот. Сигналот што се мери ( $U_{v1}$ ) се приклучува преку отпорникот  $R_1$  ( $1\text{M}\Omega$ ) кој служи за заштита на интегралното коло од погрешно приклучување. Кондензаторот  $C$  ( $0,1\mu\text{F}$ ) спречува моментално отклонување на стрелката на инструментот, бидејќи тој се полни постепено.  $R_1$  и  $C$  формираат нискофреквентен филтер кој ги слабеа наизменичните напони.

Засилувањето на засилувачот е определено со вредностите на  $R_2$  и  $R_3$ . Напојувањето на ОМК е со помош на батерија.



Сл. 1-6 Аналоген мултиметар

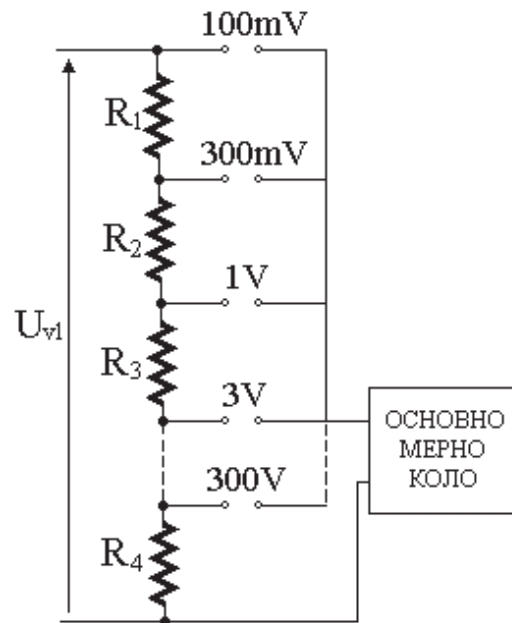


Сл. 1-7 ОМК на мултиметар

### 1.4.2 МЕРЕЊЕ НА ЕДНОНАСОЧЕН НАПОН

Мерењето на еднонасочен напон се врши така што на ОМК се поврзува комбинација од отпорници, со што се формира ослабувач на влезниот напон (сл. 1-8).

Како што може да се забележи од сликата, влезниот еднонасочен напон кој се мери се носи на комбинацијата од отпорници која на својот излез дава напон помал од 100 mV. Овој напон се носи на ОМК. Имено, делителот на напон кој го формираат отпорниците спречува на ОМК да дојде напон со недозволена голема вредност (поголем од 100 mV). Вкупната отпорност на отпорниците изнесува околу  $10\text{M}\Omega$ .

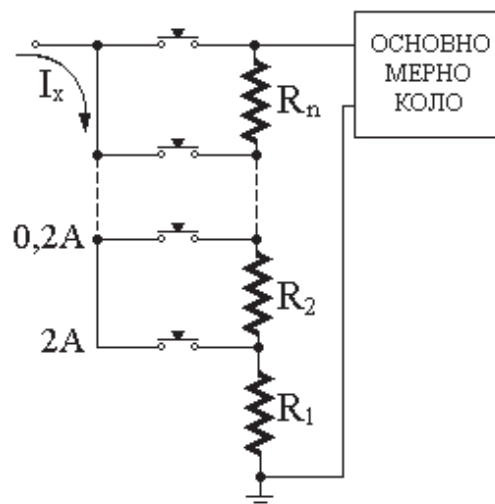


Сл. 1-8 Мерење на еднонасочен напон

### 1.4.3. МЕРЕЊЕ НА ЕДНОНАСОЧНА СТРУЈА

При мерењето на еднонасочна струја на основното мерно коло се додаваат еталонски (прецизни) отпорници  $R_1, R_2, \dots, R_n$ . Бројот на отпорниците е еднаков со бројот на мерните подрачја (сл. 1-9).

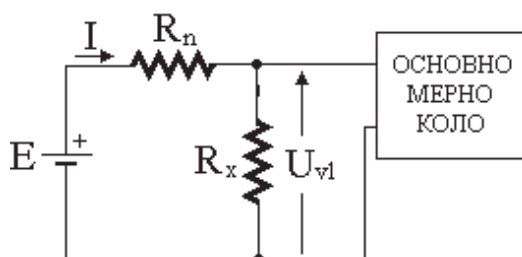
Од сликата се гледа дека мерењето на електрична струја всушност се сведува на мерење на електричен напон. Поради големата влезна отпорност на ОМК, струјата може да тече само низ еден отпорник или низ повеќе отпорници  $R_1, R_2, \dots, R_n$ . На тој начин на комбинацијата од отпорници се создава пад на напон кој се носи на влезот на ОМК. Таквиот пад на напон е одраз на струјата што се мери. Значи, мерниот инструмент е волтметар, а скалата на показниот инструмент е баждарена во соодветни единици за мерење на струја.



Сл. 1-9 Мерење на еднонасочна струја

### 1.4.4 МЕРЕЊЕ НА ОМСКА ОТПОРНОСТ

За мерење на омска отпорност на ОМК се поврзува извор на еднонасочна струја  $E$  и различни еталонски отпорници  $R_n$ , со кои се врши промена на омските мерни подрачја (сл. 1-10). Отпорникот што се мери ( $R_x$ ) се врзува паралелно на влезот на ОМК. Напонот на отпорникот  $R_x$  не смее да е поголем од 100 mV, Овој услов се обезбедува со правилен избор на отпорникот  $R_n$ . Како и претходно, и овде мерењето се сведува на мерење на пад на напон на непознатиот отпорник  $R_x$ .



Сл. 1-10 Мерење на омска отпорност

Скалата на инструментот е баждарена во соодветни единици за мерење на електрична отпорност и не е линеарна. Нулата се наоѓа на почетокот на скалата и одговара на вредност  $R_x = 0$ , т.е. краток спој (куса врска). Затоа, при мерење на омска отпорност најпрво меѓусебно кратко се спојуваат приклучните стегалки на мултиметарот и стрелката треба да покаже отпорност еднаква на нула. Всушност, на тој начин се врши нагудување на нулата на инструментот што е важно за зголемување на точноста при мерењето.

Кога влезните краеве на ОМК се отворени ( $R_x$  тежи кон бесконечност), влезниот напон  $U_{v1} = E$ , и тоа одговара на максимален отклон на скалата обележен со  $\infty$ .

### 1.4.5 МЕРЕЊЕ НА НАИЗМЕНИЧНИ СИГНАЛИ

Бидејќи електронските мултиметри, всушност се инструменти за мерење на еднонасочни големини, мерењето на наизменични сигнали се врши посредно. Затоа, за мерење на наизменични големини, тие треба со прецизен исправувач (чија изведба е различна кај секој произведувач) да се претворат во еднонасочен сигнал, кој потоа се мери.

## 1.5 ДИГИТАЛНИ МЕРНИ ИНСТРУМЕНТИ

Дигиталните мерни инструменти се електронски мерни уреди без подвижни делови. Името на овие инструменти доаѓа од англискиот збор **digit** кој во превод означува број-цифра од 0 до 9. Имено, кај овие инструменти вредноста на мерената големина се отчитува како број прикажан на алфанумерички дисплеј. **Предности** на овие инструменти во однос на аналогните електронски инструменти се:

- поголема точност: најниската класа на точност на аналогните мерни инструменти е 0,05, додека кај пософистицираните дигитални инструменти границата на грешка е 0,001%;

- поголема сигурност;

- побрзо мерење;
- елиминирање на субјективни грешки при отчитувањето: резултатите лесно се отчитуваат од алфанумеричкиот дисплеј;
- резултатите од мерењето можат да се пренесуваат на далечина (на пр. до некој компјутер) за понатамошна обработка.

Покрај овие предности, дигиталните мултиметри имаат и свои **недостатоци**:

- непрегледност на истовремено следење на повеќе дигитални инструменти: човековиот мозок е прилагоден на аналогни покажувања и затоа на одредени места не се препорачува употреба на дигиталните инструменти (пр. во пилотските кабините на леталата);
- посложени се за одржување и сервисирање;
- потешко се пратат промените на резултатите од мерењето.

Со дигиталните мерни инструменти може да се мерат и неелектрични големини, доколку претходно со соодветни претворувачи се претворат во електричен напон.

### 1.5.1 ТОЧНОСТ НА МЕРЕЊЕ СО ДИГИТАЛНИ ИНСТРУМЕНТИ

Дигиталните мултиметри според својата точност можат да се поделат во три групи:

- дигитални мултиметри кои имаат дисплеј со  $3\frac{1}{2}$  цифри (дигити) како на сл. 1-11. Првата цифра одлево која е најзначајна цифра, може да има вредност 0 или 1, додека останатите три цифри можат да имаат вредност од 0 до 9. Најмалиот број што може да го покаже овој инструмент е 0000, а најголемиот 1999;
- индустриски дигитални мултиметри со  $4\frac{1}{2}$  или  $5\frac{1}{2}$  цифри, и
- специјални лабораториски мултиметри со 6 или повеќе цифри и точност поголема од 0,01%. Овие инструменти служат како еталони за баждарење на првите две групи.



Сл. 1-11 Дисплеј со  $3\frac{1}{2}$  дигити

**Пример:** Нека е даден дигитален мултиметар чија грешка изнесува:

$$g = \pm 0,3\% + 1 \text{ digit}$$

Ако дигиталниот мултиметар има дисплеј со  $3\frac{1}{2}$  цифри, а мерното подрачје е 20V, да се определи грешката на дигиталниот инструмент при мерење во ова подрачје.

Ако на влезот се приклучи напон од 20 V, min. вредност која ја покажува инструментот е 00,00, а max. е 19,99. Од ова следи дека последното децимално

место има „тежина“ од  $0,01V = 10mV$ . Според тоа вредноста на 1 digit од погорната равенка изнесува:

1 digit =  $1 \cdot 10mV = 10mV$ , па грешката е:

$$g = \pm \frac{0,3 \cdot U_{MP}}{100} + 10mV = \pm \frac{0,3 \cdot 20V}{100} + 10mV = \pm 0,06V + 10mV = \pm 60mV + 10mV$$

$$g = \pm 60mV + 10mV.$$

Од последната равенка произлегува дека грешката на инструментот при мерно подрачје од 20V се движи меѓу 50 и 70mV.

### 1.5.2 ДИГИТАЛЕН МУЛТИМЕТАР

Дигиталниот мултиметар во принцип работи како волтметар кој за мерење разни големини користи соодветни мерни преобразувачи.

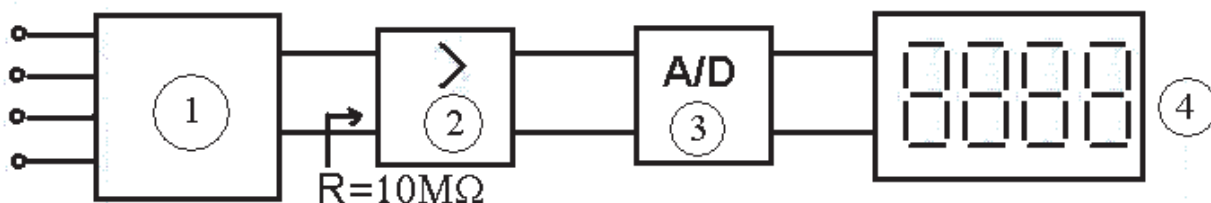
Со дигиталниот мултиметар може да се мерат повеќе електрични големини:

- еднонасочен напон – **DCV**,
- еднонасочна струја – **DCA**,
- наизменичен напон – **ACV**,
- наизменична струја – **ACA**,
- отпорност - **OHM** или  **$\Omega$** .

Покрај електрични големини, со него може да се мерат и неелектрични големини (на пр. температура) со употреба на мерен преобразувач.

На сл. 1-12 е дадена блок шема на дигитален инструмент, кој се состои од:

- блок **1** кој служи за избор на мерената големина (струја I, напон U или отпорност R), избор на мерното подрачје и исправување на наизменичните големини,
- блокот **2** е мерен засилувач со влезна отпорност над  $10M\Omega$ ,
- блокот **3** претставува аналого-дигитален конвертор кој врши претворање на аналогните големини во дигитални, и
- алфанумерички дисплеј од кој се отчитуваат резултатите од мерењето.



Сл. 1-12 Блок шема на дигитален инструмент

На сл. 1-13 се прикажани основното мерно коло и надворешниот изглед на дигитален мултиметар. Покрај ознаката DC (direct current), за мерење на еднонасочни сигнали се среќава и ознаката „=“, а за наизменични сигнали наместо AC (alternating current) се среќава ознаката „~“.

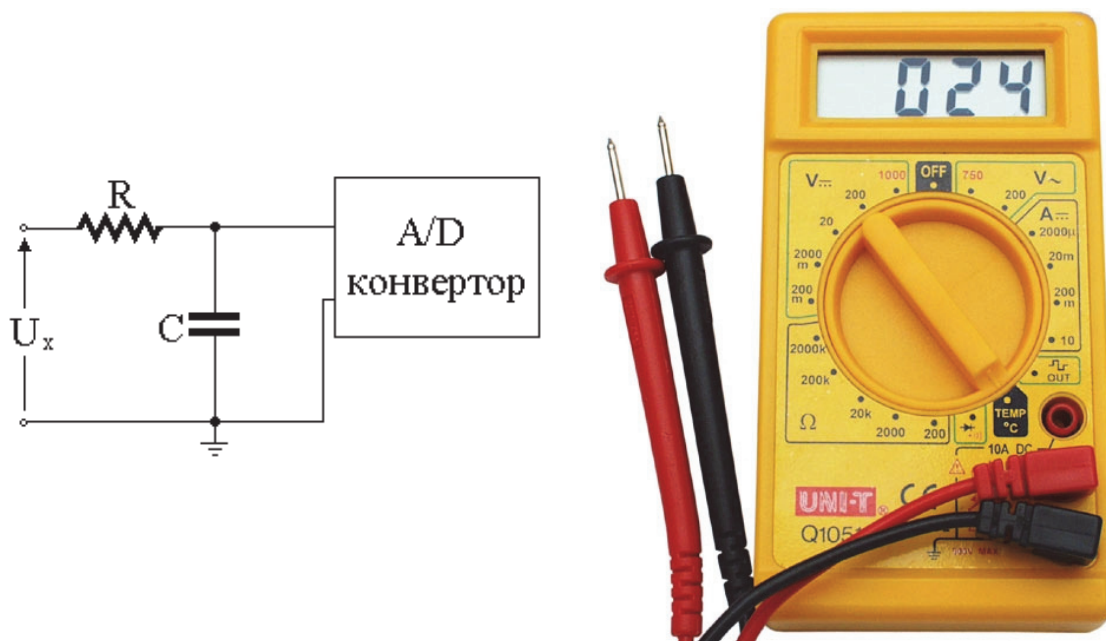
За мерење на секоја големина има повеќе мерни подрачја. Мерното подрачје се одбира со преклопка, но кај поновите дигитални инструменти мерното подрачје не се одбира со помош на преклопка, туку тоа се прави автоматски.

Како и кај аналогниот, така и кај дигиталниот мултиметар за извршување на мерењето се користат две сонди - една црвена и друга црна. При мерењето, црвената сонда се приклучува на „V $\Omega$ mA“, а црната на „COM“ или „GND“.

Современите дигитални инструменти имаат и сериски приклучок (RS 232). Со овој приклучок дигиталниот инструмент може да се поврзи со компјутер. На тој начин, при мерењето покрај измерената вредност која ја гледаме на дисплејот на инструментот, истовремено го гледаме и обликот на сигналот на мониторот на компјутерот. На тој начин добиениот резултат од мерењето можеме да го зачуваме или понатаму да го обработуваме.

Дигиталните мултиметри имаат голема влезна отпорност (10M $\Omega$ ) и заштита од погрешно вклучување.

Дигиталниот мултиметар својата работа ја базира на основното мерно коло на чиј влез е дозволено да се појави еднонасочен напон од 0 до 200mV. Како што може да се види од сл. 1-13, ОМК се состои од A/D конвертор, отпорник R и кондензатор C, кои служат за заштита. Отпорникот R кој има голема вредност штити од повисок напон, а кондензаторот C ја одведува евентуалната наизменична компонента кон заземјувањето.



Сл. 1-13 ОМК и надворешен изглед на дигитален мултиметар

Постојат три начини на претворање на аналогниот сигнал во дигитален:

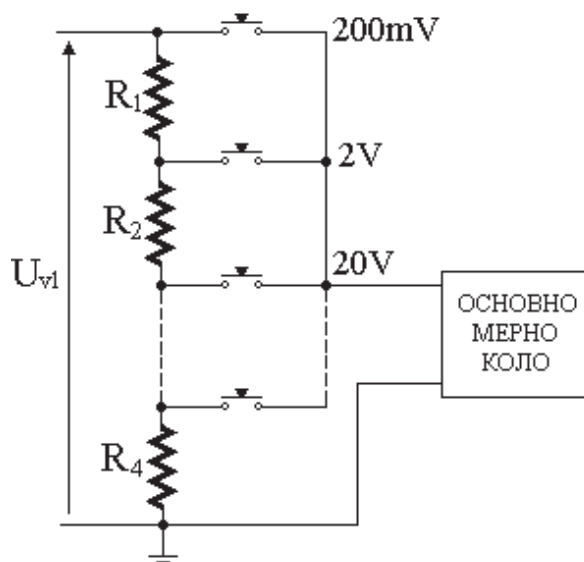
1. Мерениот напон се претвора во временски интервал, а за времетраењето на интервалот се генерираат импулси. Бројот на импулсите се брои и се прикажува на дисплеј.

2. Во точно дефиниран временски интервал се бројат импулсите чија фреквенција е пропорционална на вредноста на мерениот напон.

3. Се врши споредување на мерениот аналоген напон со напон генериран од A/D конверторот.

### 1.5.3 МЕРЕЊЕ НА ЕДНОНАСОЧЕН НАПОН СО ДИГИТАЛЕН МУЛТИМЕТАР

Начинот на мерење со дигитален мултиметар во принцип е идентичен со примената на аналогните електронски инструменти (сл. 1-8 од аналогни електронски инструменти), со таа разлика што на влезот на ОМК е дозволен еднонасочен напон од 0 до 200mV (кај аналогните до 100 mV).



Сл. 1-14 Мерење на еднонасочен напон со дигитален мултиметар

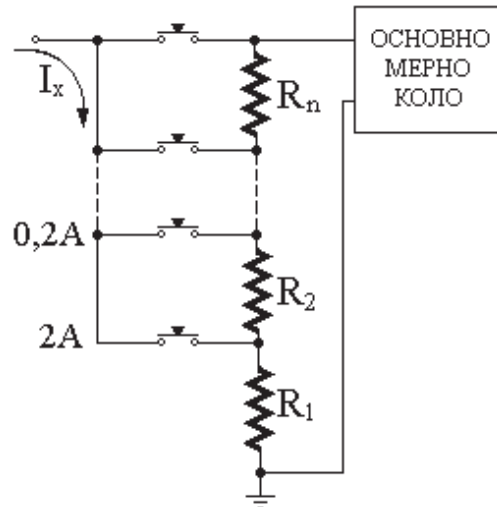
Ако влезниот напон е до 200 mV, тој се носи директно на ОМК, а ако е поголем од таа вредност прво се ослабува со помош на делител на напон, па се носи на ОМК (сл. 1-14). За таа цел и овде има соодветна комбинација на отпорници кои го ослабуваат влезниот напон.

Мерењето се изведува на тој начин што прво се приклучуваат сондите на соодветното место на инструментот: (црната на „COM“ или „GND“, а црвената на приклучокот означен со „VΩmA“). Потоа со преклопката се одбира дали ќе се мери еднонасочен или наизменичен напон како и соодветното мерно подрачје. Кога ова е направено, може да се пристапи кон мерење на вредноста на еднонасочниот напон.

### 1.5.4 МЕРЕЊЕ НА ЕДНОНАСОЧНА СТРУЈА СО ДИГИТАЛЕН МУЛТИМЕТАР

Начинот на мерење на еднонасочна струја и овде е идентичен со начинот на мерење со аналогните електронски инструменти (сл. 1-9 од аналогните електронски инструменти), односно се мери падот на напонот на некој еталонски отпорник или комбинација од отпорници. При поголеми струи, струјата тече само низ отпорникот  $R_1$ , а ОМК го мери падот на напонот на  $R_1$ . При помали струи, струјата тече низ сите отпорници (сл. 1-15).

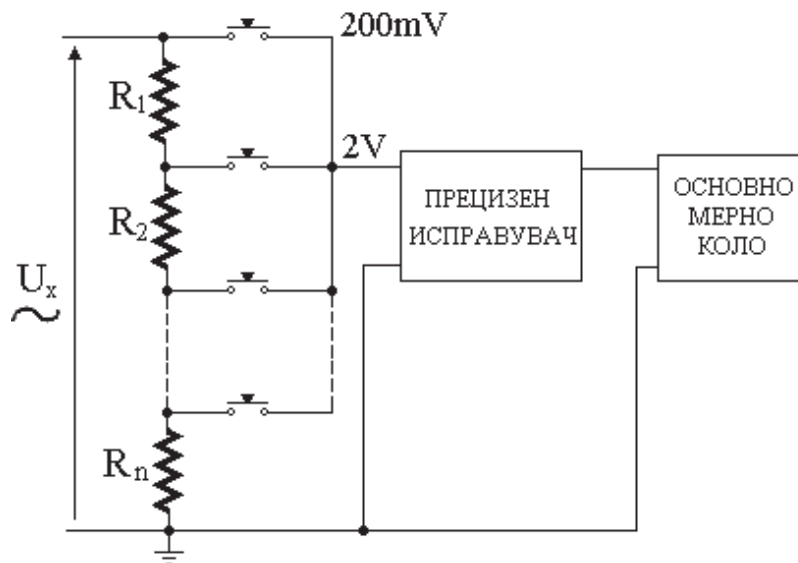
Црната сонда се приклучува на „COM“ или „GND“, а црвената сонда на „VΩmA“. Потоа се одбира со преклопката дали ќе се мери еднонасочна или наизменична струја и се одбира соодветно мерно подрачје. Инструментот е избаждарен така што резултатот од мерењето директно се отчитува во единици за мерење на електрична струја.



Сл. 1-15 Мерење на еднонасочна струја со дигитален мултиметар

### 1.5.5 МЕРЕЊЕ НА НАИЗМЕНИЧЕН НАПОН СО ДИГИТАЛЕН МУЛТИМЕТАР

При мерење на наизменичен напон, прво сигналот треба да се ослаби, во случај ако мерениот напон е поголем од 200 mV. Така ослабениот наизменичен напон треба да се исправи со прецизен исправувач и на крај да се измери со основното мерно коло. Доколку напонот што се мери е помал од 200 mV, тој веднаш се носи на исправувач. Шемата на мерењето на наизменичен напон со дигитален мултиметар е дадена на сл. 1-16.

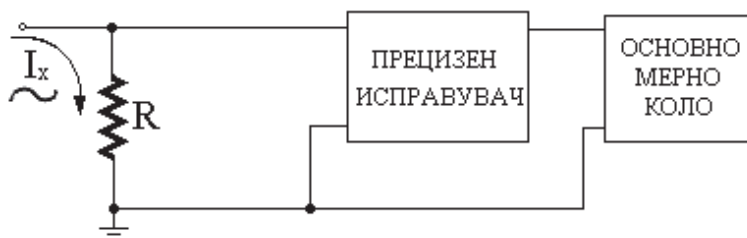


Сл. 1-16 Мерење на наизменичен напон со дигитален мултиметар

### 1.5.6 МЕРЕЊЕ НА НАИЗМЕНИЧНА СТРУЈА СО ДИГИТАЛЕН МУЛТИМЕТАР

Мерењето на наизменична струја се врши на тој начин што мерената наизменична струја се пропушта да протече низ прецизен еталонски отпорник. Создадениот наизменичен пад на напон (не смее да биде поголем од 200 mV) се носи на прецизен насочувач, а добиениот еднонасочен напон се мери со ОМК (сл. 1-17). Инструментот е избаждарен така што резултатот од мерењето директно се отчитува во единици за мерење на електрична струја.



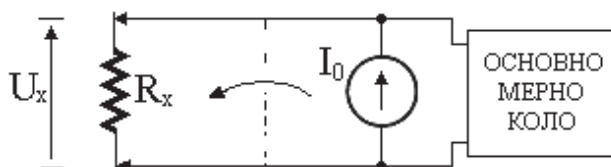


Сл. 1-17 Мерење на наизменична струја со дигитален мултиметар

Недостаток се јавува при мерење на поголеми струи бидејќи се менува вредноста на отпорникот како резултат на неговото загревање. Затоа, при мерење на струја со ваков инструмент се јавува поголема грешка отколку при мерење на напон.

### 1.5.7 МЕРЕЊЕ НА ОТПОРНОСТ СО ДИГИТАЛЕН МУЛТИМЕТАР

Мерењето на отпорноста кај дигиталниот инструмент е со помош на извор на референтен напон кој со посебно електронско коло се претвора во константна струја  $I_0$ . Оваа струја се пропушта низ мерената отпорност  $R_x$ , при што создава пад на напон  $U_x$ , кој се мери со ОМК. Со тоа индиректно се мери непознатата отпорност (сл. 1-18). Со промена на положбата на преклопката се менува мерното подрачје на инструментот, а со тоа се менува јачината на константната струја  $I_0$ . Резултатите од мерењето се отчитуваат директно во единици за мерење на електрична отпорност.



Сл. 1-18 Мерење на отпорност со дигитален инструмент

### ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ ЗА ПОВТОРУВАЊЕ

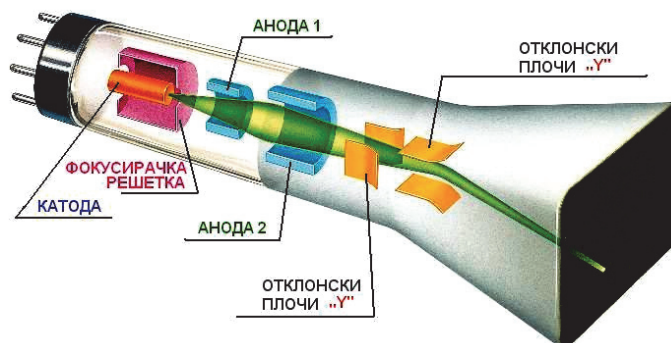
- 1-15. Кои големини најчесто може да се измерат со мултиметар?
- 1-16. Како се одбира соодветно мерно подрачје кај мултиметарот?
- 1-17. Кои се предностите на дигиталните во однос на аналогните електронски инструменти?
- 1-18. Кои големини може да се мерат со дигитален мултиметар?
- 1-19. Нацртај блок шема на дигитален инструмент.
- 1-20. Колкава е вредноста на еднонасочниот напон на ОМК кај дигиталните, а колкава кај аналогните инструменти?
- 1-21. Како се делат дигиталните мултиметри според нивната точност?

## 1.6 ОСЦИЛОСКОП

Осцилокопот или катодниот осцилокопот е дводимензионален мерен инструмент, на кој можеме да ги прикажеме промените на мерените големини во текот на времето, за разлика од електронскиот мултиметар кој ги дава вредностите на мерените големини. Значи на екранот од осцилокопот може да се види брановиот облик на мерениот сигнал. Со осцилокопот можат да се мерат: напон, фреквенција, фазно поместување, моќност, импеданса и др. Исто така, осцилокопот може да се искористи за мерење на неелектрични големини ако тие претходно со соодветни претворувачи се претворат во електричен сигнал.

Обликот на влезниот сигнал, на екранот од осцилокопот се исцртува со помош на електронски млаз емитиран од катодата на катодната цевка. Всушност, на екранот приказот на влезната големина е со светличка крива која се нарекува **осцилограм**. Осцилограмот се исцртува со млаз од електрони на екранот. Електронскиот млаз се генерира, се фокусира и се забрзува кон флуоресцентниот екран во катодната електронска цевка. Значи, единствен подвижен систем кај осцилокопот е млазот од електрони.

На сл. 1-19 е претставен пресек на катодна цевка од осцилокопот со нејзините основни составни делови.



Сл. 1-19 Катодна електронска цевка

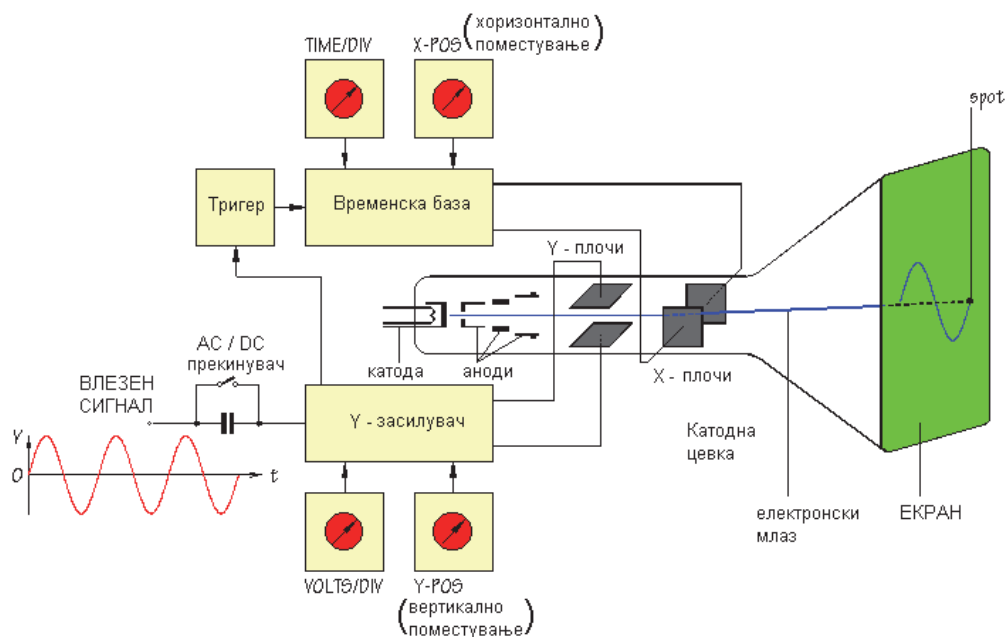
На екранот од надворешната страна е исцртан координатен систем во форма на мрежа. На **X**-оската е нанесено **времето**, а на **Y**-оската **напонот**. Мрежата која се нарекува **растер** има 10 x 8 квадрати со страна 10 mm (сл. 1-20).



Сл. 1-20 Преден панел на аналоген осцилокопот

## 1.6.1 БЛОК ШЕМА НА ОСЦИЛОСКОП

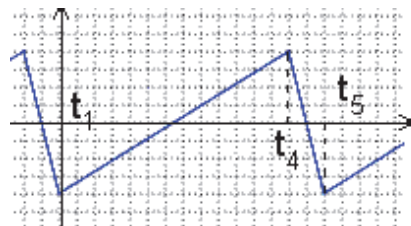
На сл. 1-21 е дадена блок шема на осцилоскоп.



Сл. 1-21 Блок шема на осцилоскоп

Влезниот сигнал најчесто се доведува преку мерна сонда на Y-влезот и тоа ако е до десетина mV директно на вертикалниот засилувач, а ако е поголем прво на влезниот ослабувач. Влезниот ослабувач се состои од повеќекратен делител на напон. Овој делител се нагудува со преклопка на предната страна од осцилоскопот означена како **VOLT/POD(VOLT/DIV)**. Со менување на положбата на преклопката се дефинира слабеенето на сигналот, односно вертикалната вредност на еден поделок од мрежата. За да се добие осцилограмот на брановиот облик на напонот доведен на Y-влезот, на електродите за хоризонтален отклон на млазот треба да се доведе пилест напон од временската база.

Генераторот на временска база генерира пилест напон кој го придвижува електронскиот млаз по X-оската (сл. 1-22). Времето на растење од  $t_1$  до  $t_4$ , кога електронскиот млаз се движи од крајната лева кон крајната десна точка, може да се менува со посебна преклопка **VREME/POD(TIME/DIV)**, со која се дефинира вредноста на квадратот по X-оската. Кај осцилоскопите една од положбите на оваа преклопка е означена со X-Y. Во таа положба временската база е исклучена и осцилоскопот работи во т.н. X-Y режим. Во ваков режим на работа, со осцилоскопот може да се сними на пр. струјно-напонска карактеристика на диода.



Сл. 1-22 Пилест напон од генераторот на временска база на осцилоскоп

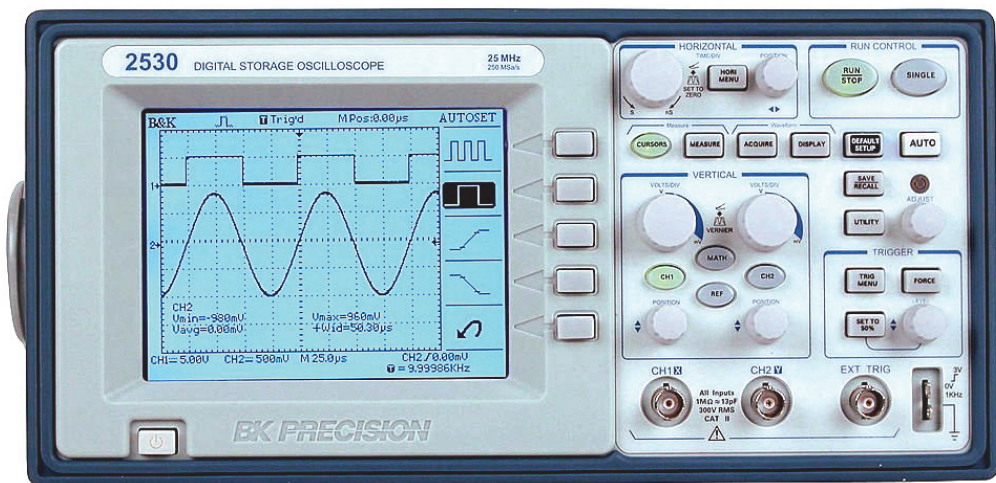
Опаднувачкиот дел на пилестиот напон од  $t_4$  до  $t_5$  се користи за враќање на електронскиот млаз во почетна положба, т.е. на крајната лева страна. Колото за

синхронизација овозможува на екранот да се добие мирна слика. Ако синхронизацијата не е добро извршена, на екранот ќе се појават или повеќе слики кои се преклопуваат, или сликата ќе се движи по екранот.

Постојат едноканални, двоканални и повеќеканални осцилоскопи. Кај двоканалните или повеќеканалните осцилоскопи, на екранот во исто време се следат брановите облици на два или повеќе сигнали чии параметри се мерат. На тој начин имаме подобра претстава на мерените бранови облици отколку кај едноканалниот осцилоскоп кој има една мерна сонда и може да прикажи еден мерен сигнал.

### 1.6.2 ДИГИТАЛЕН ОСЦИЛОСКОП

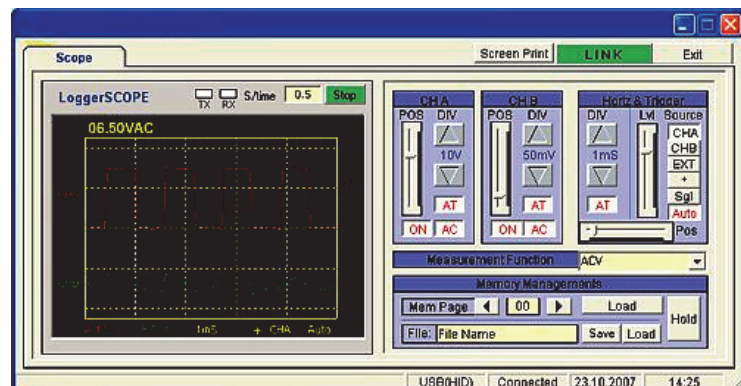
Дигиталните осцилоскопи се нова генерација осцилоскопи со кои значително се олеснува и подобрува постапката на мерење. Тие содржат и меморија, па мерениот сигнал може дополнително да се обработува и анализира. Кај овие осцилоскопи влезниот аналоген сигнал со AD конверзија се претвора во дигитален сигнал, се меморира и се обработува со моќни процесори. Резултатите се прикажуваат на екранот со осцилограм) и алфанумерички (во броен облик, сл. 1-23).



Сл. 1-23 Преден панел на дигитален осцилоскоп



Сл. 1-24 Опрема на USB осцилоскоп

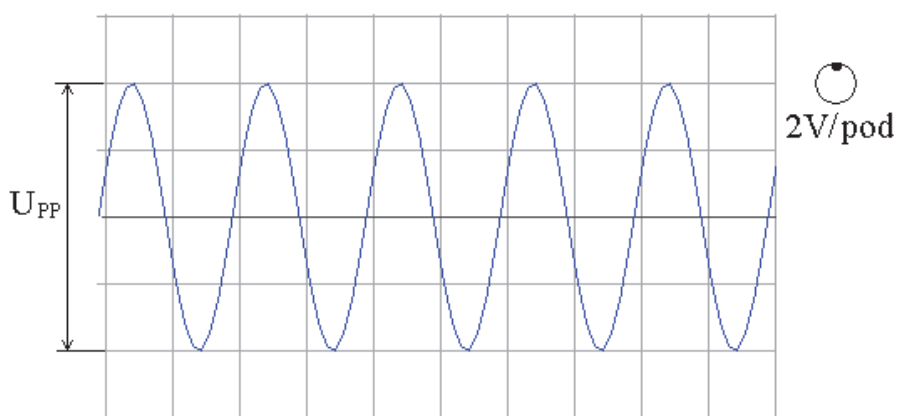


Сл. 1-25 Изглед на екран на софтверот за USB дигитален осцилоскоп

Дигиталните осцилоскопи можат да бидат изработени и како **USB дигитални осцилоскопи**, кои се приклучуваат на компјутер преку USB портот. Кај овие осцилоскопи, со помош на соодветен софтвер, резултатите се гледаат на екранот од компјутерот. На сл. 1-24 прикажана е опремата на дигиталниот USB осцилоскоп, а на сл. 1-25 прикажан е еден екран на софтверот за работа со USB осцилокопот.

### 1.6.3 МЕРЕЊЕ НА НАИЗМЕНИЧЕН СИНУСЕН НАПОН СО ОСЦИЛОСКОП

Пред мерењето на параметри на наизменичен напон, влезниот одбирач го поставуваме на GND. Во оваа положба, со потенциометарот за вертикално поместување на млазот го местиме светлосниот траг да се поклопува со средната хоризонтална црта од мрежата на екранот. На овој начин лесно утврдуваме дали позитивните и негативните полупериоди од наизменичниот напон се еднакви или не. Исто така, осцилограмот може да се поместува по хоризонтален правец со што лесно може да се види колку хоризонтални поделци соодветствуваат на една периода. Откако ќе се нагоди светлосниот траг, влезниот одбирач се поставува во положба AC, а потоа наизменичниот синусен напон со мерната сонда се носи на Y – влезот од осцилокопот. Исто така, треба да го поставиме копчето VOLT/POD на пр. на 2 V/POD, што ќе значи дека еден поделок од мрежата (растерот) по Y – оската изнесува 2V.



Сл. 1-26 Мерење на синусен напон со осцилоскоп

Од конкретниот пример на сл. 1-26 се гледа дека синусоидата на екранот зафаќа  $\pm 2$  поделци по вертикала, па двојната амплитуда на мерениот напон ќе ја пресметаме на следниот начин:

$$U_{pp} = 2V/pod \cdot 4pod = 8V,$$

од каде следи дека максималната вредност на овој напон е:

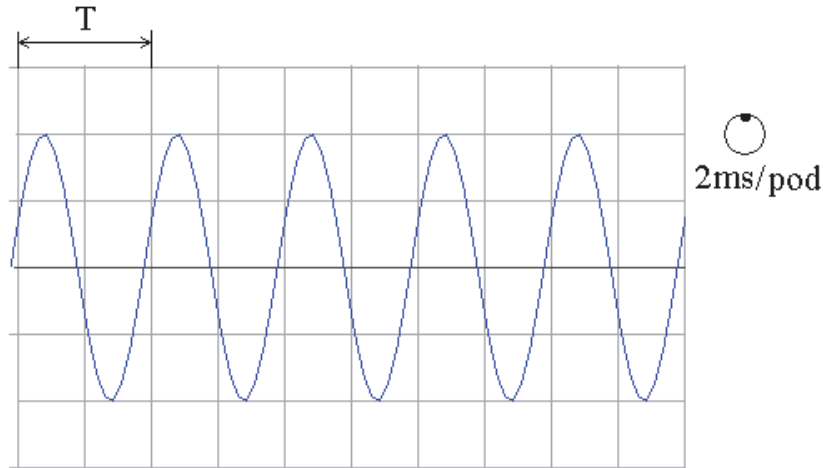
$$U_{max} = U_{pp} / 2 = 4V.$$

Бидејќи се работи за синусен бранов облик, ефективната вредност на овој напон е:

$$U_{ef} = U_{max} / \sqrt{2} = 2,8V.$$

### 1.6.4 МЕРЕЊЕ НА ФРЕКВЕНЦИЈА СО ОСЦИЛОСКОП

При мерење на фреквенција со помош на осцилоскоп најпрво се поставува временската база. Во конкретниот случај (сл. 1-27), копчето за временската база е поставено на 2ms/pod. Од екранот ги броиме поделците од едниот до другиот врв на синусниот сигнал, а за попрецизно отчитување може по потреба да се поместува осцилограмот во хоризонтален правец. На тој начин ја одредуваме периодата  $T$  на наизменичниот сигнал.



Сл. 1-27 Мерење на фреквенција со осцилоскоп

Од осцилограмот на сл. 1-27 за периодата се отчитува следното:

$$T = 2\text{pod} \cdot 2\text{ms/pod} = 4\text{ms}.$$

Имајќи ја во предвид формулата за определување на фреквенцијата кога е позната периодата на синусниот сигнал следува:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1000}{4} = 250 \text{ Hz}.$$

### 1.6.5 МЕРЕЊЕ НА ФАЗНА РАЗЛИКА СО ОСЦИЛОСКОП

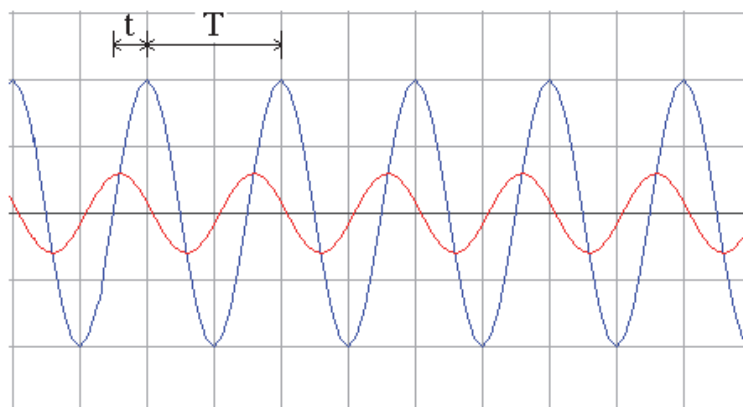
За да може да се измери фазна разлика помеѓу два наизменични сигнали, потребен е двоканален осцилоскоп. Најпрво како во претходната лекција се определуваат периодите на двете наизменични големини, а потоа се отчитува бројот на поделци од врвот на едната синусоида до врвот на другата синусоида. За конкретниот случај прикажан на сл. 1-28, периодите на двата наизменични сигнали изнесуваат 2 поделци, а бројот на поделци од врвот на едната до врвот на другата синусоида изнесува 0,5 поделци.

На овој начин бараната фазна разлика се пресметува по равенката на пропорција:

$$t : T = \varphi : 360^\circ$$

од каде произлегува дека бараната фазна разлика е:

$$\varphi = \frac{t \cdot 360}{T} = \frac{0,5 \cdot 360}{2} = 90^\circ.$$

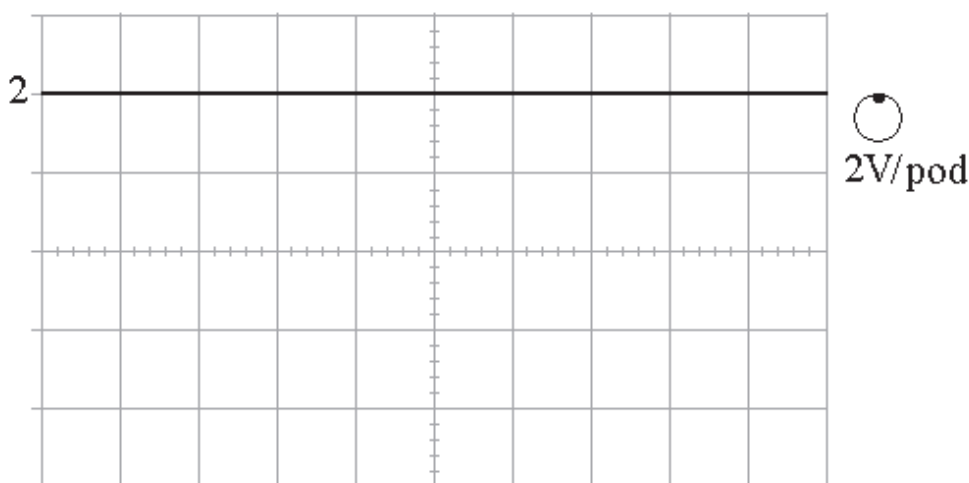


Сл. 1-28 Мерење на фазна разлика со осцилоскоп

### 1.6.6 МЕРЕЊЕ НА ЕДНОНАСОЧНИ НАПОНИ СО ОСЦИЛОСКОП

При мерењето на еднонасочен напон влезниот одбирач се поставува во положба DC. Мерењето се врши на тој начин што се мери (се брои) поместувањето по Y-оската на светлата линија од нултата позиција. Всушност тоа е амплитудата на мерениот напон. За конкретниот случај претставен на сл. 1-29, вредноста на еднонасочниот напон ќе биде:

$$U = 2V/\text{pod} \cdot 2\text{pod} = 4V$$



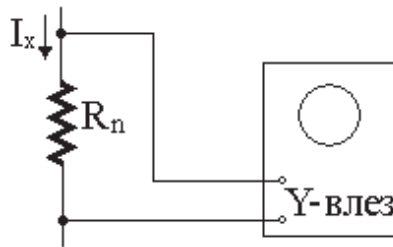
Сл. 1-29 Мерење на еднонасочни напони со осцилоскоп

### 1.6.7 МЕРЕЊЕ НА ЕЛЕКТРИЧНА СТРУЈА СО ОСЦИЛОСКОП

За да се добие брановиот облик и параметрите на електричната струја во некое електрично коло, потребно е електричната струја да се претвори во електричен напон. За таа цел, наједноставно е во колото каде што тече струјата да се постави мерен отпорник со точно определена вредност (сл. 1-30). На него се поврзува Y-влезот од осцилоскопот при што на екранот се добива осцилограм кој претставува пад на напон на мерниот отпорник.

Ако мерениот отпорник е чисто омска отпорност, тогаш брановиот облик на падот на напонот прикажан со осцилограмот е ист со брановиот облик на струјата.

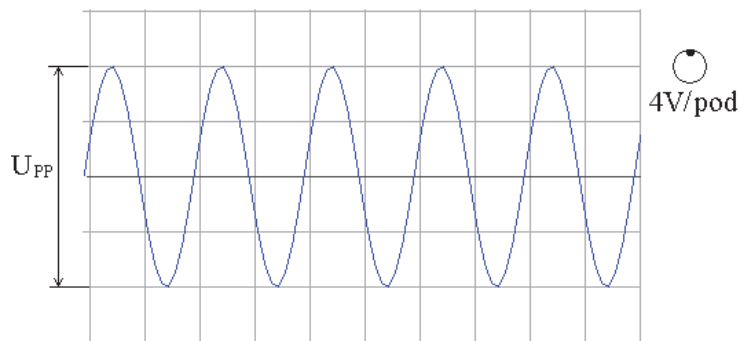
Параметрите на мерената струја се определуваат според Омовиот закон ( $I=U/R$ ).



Сл. 1-30 Мерење на струја со осцилоскоп

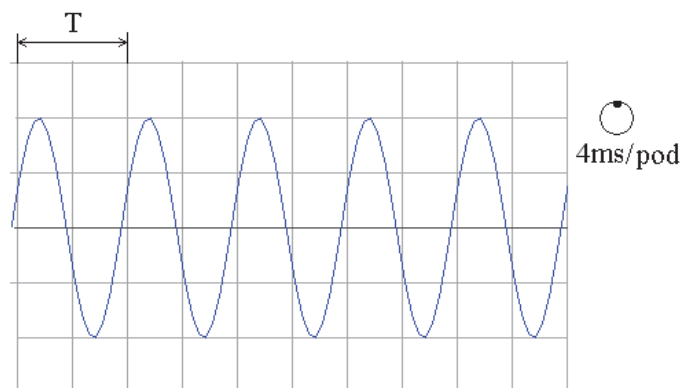
### ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ ЗА ПОВТОРУВАЊЕ

- 1-22. Кои големини може да се мерат со осцилоскоп?
- 1-23. Што е тоа осцилограм?
- 1-24. Што треба да се подеси кај осцилоскопот ако влезниот напон е поголем од десетина mV?
- 1-25. Зошто служи копчето **VOLT/DIV** кај осцилоскопот?
- 1-26. Со која преклопка се дефинира големината на квадратот по X – оската?
- 1-27. Зошто служи колото за синхронизација кај осцилоскопот?
- 1-28. Како работи USB осцилоскопот? Кои се неговите предности?
- 1-29. На сл. 1-31 е претставен осцилограм на синусоидален напон кој се мери со осцилоскопот. Колку изнесува вредноста на мерениот напон?



Сл. 1-31

- 1-30. На сл. 1-32 е претставен синусоидален напон. Колку изнесува фреквенцијата на сигналот на екранот од осцилоскопот?



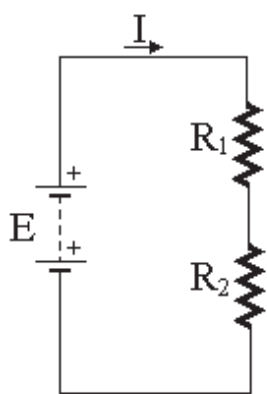
Сл. 1-32



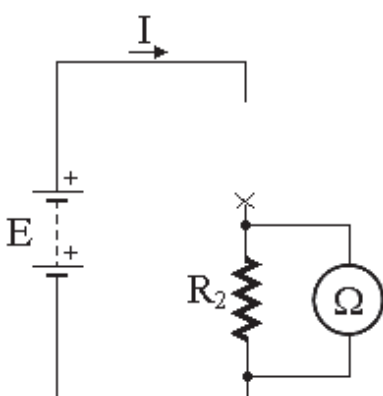
## 1.7 ПОВРЗУВАЊЕ НА ЕЛЕКТРИЧНИ МЕРНИ ИНСТРУМЕНТИ

### 1.7.1 МЕРЕЊЕ НА ОТПОРНОСТ

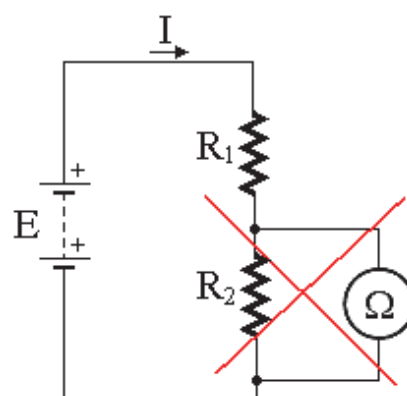
За мерење на отпорноста на даден елемент или отпорник може да се употреби **омметар** или универзален инструмент, при што инструментот треба да се приклучи паралелно на елементот. За да се изврши точно мерење на отпорноста на елементот, претходно треба елементот да се исклучи од колото, или барем едниот негов крај да се прекине. Така на пр. ако треба да се измери отпорноста на отпорникот  $R_2$  од колото прикажано на сл. 1-33, најпрво треба колото да се прекине и потоа да се приклучи омметарот на отпорникот  $R_2$  како на сл. 1-34. Мерењето на отпорност според тоа како е приклучен омметарот на сл. 1-35 е неправилно и не смее да се употребува.



Сл. 1-33 Ел. коло



Сл. 1-34 Правилен начин

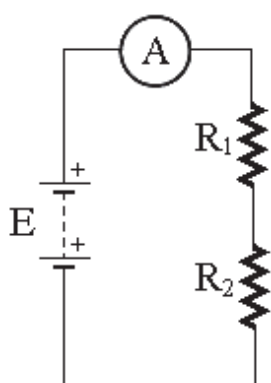


Сл. 1-35 Неправилен начин

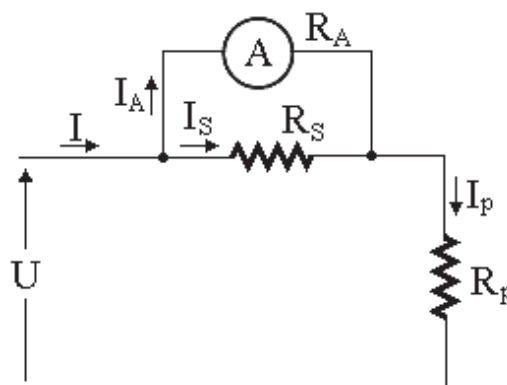
На ист начин би се измерила отпорноста на отпорникот  $R_1$  со едноставно прекинување на колото и поставување на омметарот или универзалниот инструмент паралелно на отпорникот

### 1.7.2 МЕРЕЊЕ НА ЕЛЕКТРИЧНА СТРУЈА

Инструментот за мерење на јачина на електричната струја се вика **амперметар**. При мерењето амперметарот се поврзува сериски (редно) на потрошувачот (сл. 1-36).



Сл.1-36 Поврзување на амперметар



Сл.1-37 Проширување на мерното подрачје со шант

Бидејќи амперметарот се врзува редно со потрошувачот, неговата внатрешна отпорност треба да е мала за да биде мала и потрошувачката на инструментот. На тој начин ќе се појави мал пад на напон кој нема значително да влијае врз точноста на резултатот.

За да може со амперметарот да се мерат поголеми струи потребно е да се прошири неговото мерно подрачје. За таа цел, паралелно на инструментот се врзува прецизен отпорник – **шант**, а самата постапка се нарекува шантирање (сл. 1-37). При проширување на мерното подрачје важат следните релации:

$$R_A I_A = R_S I_S; \quad R_A I_A = R_S (I_P - I_A); \quad R_S = \frac{I_A}{I_P - I_A} \cdot R_A; \quad (1-4)$$

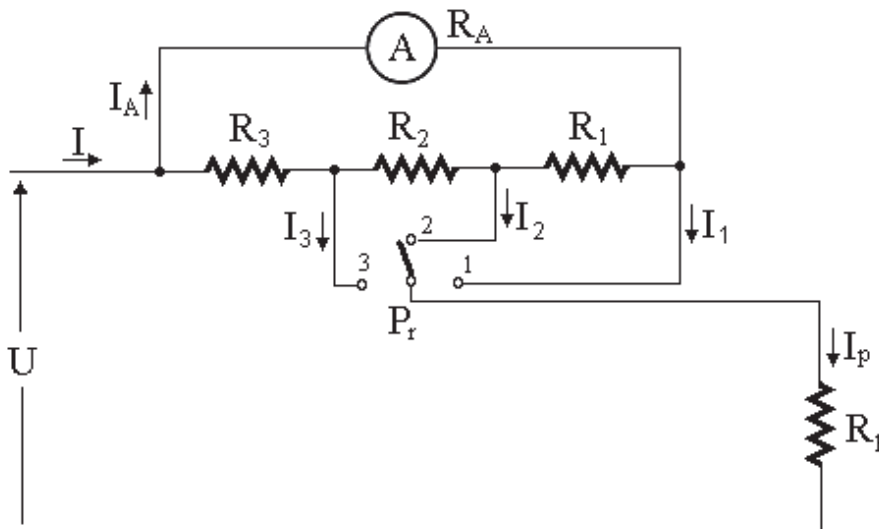
$I_A$  – електрична струја низ инструментот за негов потполн отклон, и

$I_P$  – електрична струја низ потрошувачот (струја на новото мерно подрачје).

Односот  $n = I_A / I_S$  претставува коефициент на шантирање и покажува колку пати сакаме да го прошириме основното мерно подрачје на амперметарот.

Вредноста на шантот треба да е помала од отпорноста на инструментот  $R_A$ . Во пракса повеќе се употребува амперметар со повеќе мерни подрачја. Ако мерното подрачје сè повеќе се зголемува, тогаш вредноста на шантот сè повеќе се намалува.

На сл. 1-38 е претставена шемата на поврзување на инструмент со три мерни подрачја. Од сликата се гледа дека кога преклопката е поставена во положба 1, амперметарот е приклучен на најмалото мерно подрачје, а кога е поставена во положба 3, амперметарот е приклучен на најголемото мерно подрачје.

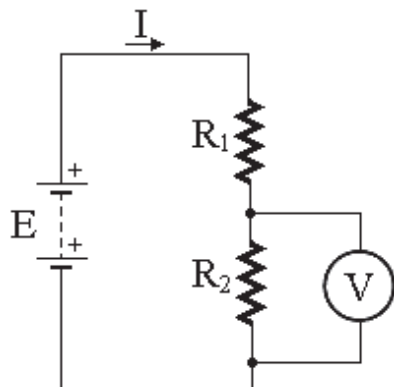


Сл. 1-38 Поврзување на инструмент со три подрачја

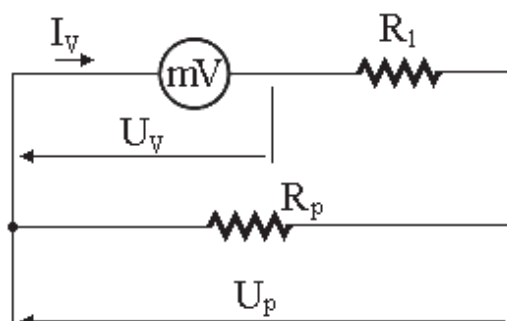
### 1.7.3 МЕРЕЊЕ НА ЕЛЕКТРИЧЕН НАПОН

Електричниот инструмент за мерење на напон се вика **волтметар**. Волтметарот секогаш се поврзува паралелно на потрошувачот (сл. 1-39). На тој начин отклонувањето на волтметарот е пропорционално на падот на напонот на внатрешниот отпор на волтметарот. Бидејќи отпорот на волтметарот е константен, овој пад на напон ќе зависи само од јачината на струјата.

За проширување на мерното подрачје треба редно со волтметарот да се поврзи дополнителен прецизен отпорник - **предотпор** (заштитен отпорник сл. 1-40).



Сл. 1-39 Поврзување на волтметар



Сл. 1-40 Проширување на мерно подрачје на волтметар

При проширувањето на мерното подрачје важат следните релации:

$$R_1 I_V + U_V = U_P \Rightarrow R_1 = \frac{U_P - U_V}{I_V} \Rightarrow R_1 = \frac{R_V}{U_V} (U_P - U_V) \text{ каде } I_V = \frac{U_V}{R_V}. \quad (1-5)$$

$U_P$  - напон на новото мерно подрачје,  $U_V$  – напон на волтметарот и

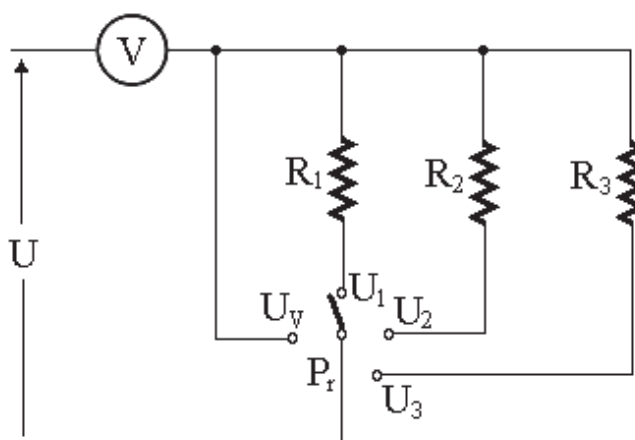
$I_V$  - струја низ волтметарот за негов полн отклон.

Ако се работи за волтметар со повеќе мерни подрачја, менувањето на мерното подрачје се постигнува со менување на вредноста на предотпорот. Во таков случај прво се избира мерното подрачје, се запазува поларитетот на приклучување, а потоа се врши отчитување на отклонот на стрелката.

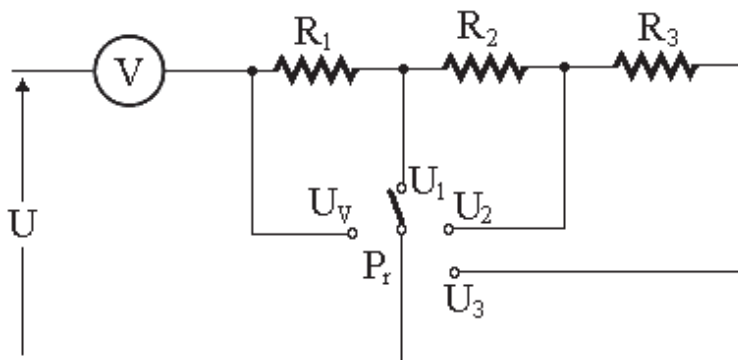
Волтметар со повеќе мерни подрачја може да се изведе на два начини:

- со самостоен отпорник за секое подрачје – сл. 1-41, и
- со сериски врзани отпорници – сл. 1-42.

Во двата случаи со префрлување на преклопката се одбира соодветното мерно подрачје.



Сл. 1-41 Волтметар со самостоен отпорник за секое подрачје



Сл. 1-42 Волтметар со сериски врзани отпорници

Со користење на Омовиот закон и Првиот Кирхофов закон за двете шеми (сл. 1-41 и сл. 1-42) може да се одредат вредностите на отпорниците  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$  со кои се остварува соодветното мерно подрачје:

$$R_1 = \frac{U_1 - U_V}{U_V} \cdot R_V$$

$$R_2 = \frac{U_2 - U_V}{U_V} \cdot R_V \quad (1-6)$$

$$R_3 = \frac{U_3 - U_V}{U_V} \cdot R_V$$

$$R_1 = \frac{U_1 - U_V}{U_V} \cdot R_V$$

$$R_2 = \frac{U_2 - U_1}{U_V} \cdot R_V \quad (1-7)$$

$$R_3 = \frac{U_3 - U_2}{U_V} \cdot R_V$$

При мерење на еднонасочни напони потребно е да се внимава на поларитетот на краевите на инструментот (+ и -). Во случај на погрешно приклучување на инструментот може да дојде до оштетување на неговиот подвижен дел затоа што стрелката се отклонува во спротивна насока и удира во механичкиот ограничувач. На тој начин доаѓа до нејзино деформирање.

При мерење на наизменични електрични големини (струја и напон), поврзувањето се изведува исто како и при мерење на еднонасочни големини. При ова се користат инструменти за наизменични големини кај кои е вграден преобразувач на наизменичната големина во еднонасочна. Ваквите инструменти најчесто ги покажуваат **ефективните** вредности на наизменичните големини.

#### 1.7.4 МЕРЕЊЕ НА ЕЛЕКТРИЧНА МОЌНОСТ

Мерењето на електрична моќност може да се изврши со:

- инструмент за директно мерење на моќноста, и
- индиректно мерење на моќноста, преку мерење на напонот и струјата.

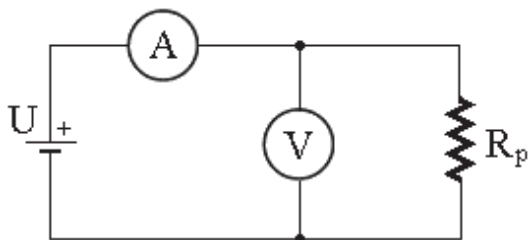
Инструментот со кој се врши директно мерење на моќноста се вика **ватметар**. Со него може да се измери електричната моќност во кола со еднонасочна и наизменична струја.

Мерењето на моќност со помош на амперметар и волтметар (U - I метод) е претставено на сл. 1-43. Овој метод најчесто се применува во електрични кола за еднонасочна струја. Ако со U го означиме напонот на краевите на потрошувачот, а со I струјата која тече низ него, електричната моќност ќе биде дадена со изразот:

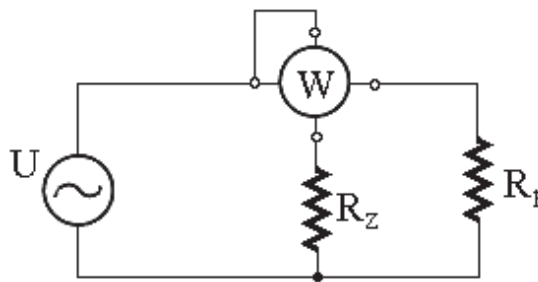
$$P = U \cdot I \quad (1-8)$$

При мерењето на моќност во кола со наизменична струја разликуваме:

- активна моќност:  $P = U I \cos\varphi$  [W] , се мери со ватметар ( $\varphi$  - фазна разлика меѓу напонот и струјата,  $\cos\varphi$  - фактор на моќност ),
- реактивна моќност:  $Q = U I \sin\varphi$  [VA<sub>r</sub>] , се мери со варметар, и
- привидна моќност:  $S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}$  [VA] , оваа моќност се пресметува.



Сл. 1-43 Мерење на моќност со U-I метода



Сл. 1-44 Мерење на моќност со ватметар

На сл. 1-44 е прикажано мерење на активна моќност на потрошувач во коло со наизменична струја. Ватметарот има две намотки: напонска (неподвижна) и струјна (подвижна намотка). Менувањето на мерното подрачје може да се врши на напонската намотка, на струјната или на двете намотки. Менувањето на напонското подрачје се прави со вклучување на различни заштитни отпорности  $R_z$ . На сл. 1-44 е претставено проширување на напонското мерно подрачје со поврзување на отпорникот  $R_z$  во гранката на напонската намотка на волтметарот. Струјното мерно подрачје се менува со делење на струјната намотка на две или повеќе намотки.

Фазната разлика зависи од тоа каков потрошувач е приклучен во колото. Ако потрошувачот е со чисто омски карактер, фазната разлика меѓу напонот и струјата ќе биде  $\varphi = 0$ , од каде произлегува  $\cos\varphi = 1$ . Во таков случај, активната моќност ќе биде иста со моќност во коло со еднонасочна струја.

Мерењето на моќноста со ватметар кога тој има повеќе мерни подрачја се состои од следното:

- избор на напонско и струјно подрачје,
- одредување на константата на ватметарот,
- отчитување на отклонот на мерната скала, и
- пресметување на мерената големина.

### 1.7.5 МЕРЕЊЕ НА НЕЕЛЕКТРИЧНИ ГОЛЕМИНИ

Мерењето на неелектрични големини е од огромна важност во автоматиката. Во неелектрични големини спаѓаат притисок, ниво, проток, температура, pH – фактор и други. За мерење на овие големини може да се користат повеќе методи, но најчесто се употребуваат електричните методи. Со нив неелектричните големини се мерат по електричен пат.

За да се измери неелектрична големина по електричен пат, прво треба таквата големина со соодветни уреди да се претвори во електричен сигнал, а потоа да се измери со електрични и електронски мерни уреди. Мерењето на неелектричните големини се врши со таканаречени мерни каскади кои, во зависност од изведбата и намената можат да бидат мерни уреди или мерни инструменти, бројачи и т.н.

На следната слика 1-45 е прикажана една мерна каскада за мерење на неелектрични големини.



Сл. 1-45 Мерна каскада за мерење на неелектрични големини

Соодветните ознаки на сигналите во мерната каскада го имаат следното значење:

- X - мерна големина,
- M - примарна неелектрична големина,
- Mo – секундарна неелектрична големина,
- E – електрична големина, и
- Y – мерен сигнал.

Мерниот сензор е секогаш во контакт со средината чија големина се мери. Сензорот не смее да го менува видот на енергијата на мерената големина. Во поголем број случаи, мерниот сензор е во една целина со мерниот претворувач на примарната во секундарна неелектрична големина, и обично е тешко да се издвои што е сензор, а што претворувач.

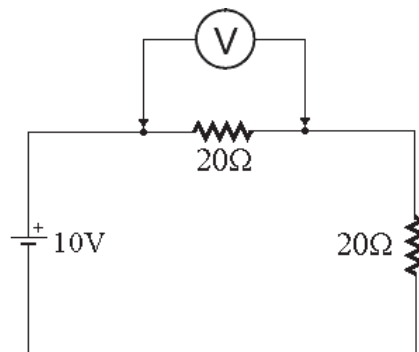
За да можат неелектричните големини да се измерат, регистрираат или автоматски да се регулираат со помош на електрични мерни уреди, најпрво треба да се претворат во соодветни електрични големини. Тоа претворање се врши со мерни претворувачи. Мерните претворувачи вршат промена на видот на енергијата за да на излез дадат електрична големина погодна за натамошна обработка. Според својата градба и принципот на работа разликуваме повеќе видови претворувачи: отпорнички, капацитивни, индуктивни, пиезоелектрични, фотоелектрични и други.

По добивањето на електричен мерен сигнал E, преносните каскадни единици имаат задача да го пренесат тој мерен сигнал до каскадната единица за искажување. За помали растојанија, таквиот пренос се врши со електрични водови, а ако се работи за поголеми растојанија се користат радио – уреди, телефонија и др. На крај, електричниот мерен сигнал стигнува до показните мерни инструменти од кои се отчитува неговата бројна вредност во единици на мерената големина.

Определбата неелектричните големини да се мерат по електричен пат произлегува од предностите што ги нудат електричните методи. Имено, резултатите од мерењето може да се пренесат на неограничено растојание, точноста на електричните и електронските мерни инструменти е голема, читањето на резултатите е едноставно, резултатите може различно да се прикажат (да се запомнат, графички да се прикажат, да се прикажат на монитор и сл.). Исто така, кога се зборува за предностите на електричните методи за мерење на неелектрични големини треба да се нагласи можноста за користење на сметач при мерењето со цел резултатите да може да се запомнат и дополнително да се обработуваат.

### ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ ЗА ПОВТОРУВАЊЕ

- 1-31. Кои инструменти ги нарекуваме електрични мерни инструменти? Како ги делиме електричните инструменти во поглед на прикажувањето на мерената големина?
- 1-32. Наброј ги параметрите на аналогните електрични инструменти:
- 1-33. Нацртај шема за мерење на електрична струја со помош на амперметар.
- 1-34. Со амперметар со внатрешна отпорност  $R_A=500\Omega$  и мерно подрачје од  $240\mu A$  треба да се измери јачина на ел. струја од  $60mA$ . Да се пресмета вредноста на шантот. Да се пресмета вредноста на шантот за да се мерат јачини на струи од  $300mA$ .
- 1-35. Нацртај шема за мерење на ел. напон со помош на волтметар.
- 1-36. Колкава вредност покажува волтметарот од следната слика?



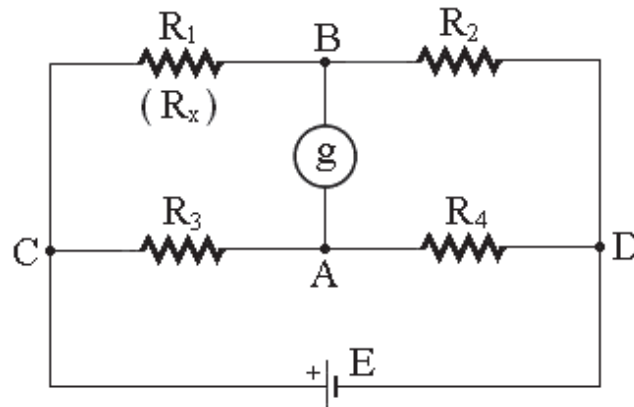
- 1-37. Мерното подрачје на волтметар е  $250V$ , а треба да се измери напон од  $380V$ .
- а) Кој елемент треба да се употреби и како истиот треба да се поврзи во колото на волтметарот?
- б) Каков е односот помеѓу тој елемент и  $R_V$  на волтметарот?
- в) Ако  $R_V=10K\Omega$  колкава треба да е вредноста на употребениот елемент?
- г) Дадени се три отпорници:  $R_1=1,5K\Omega$ ;  $R_2=15K\Omega$ ;  $R_3=150K\Omega$ . Кој од овие **може** да се употреби, кој **не смее** и кој е **најсоодветен**?
- 1-38. Со ватметар со класа на точност  $0,5$  и максимално покажување  $500W$  прочитани се  $150W$ . Во кои граници се наоѓа точната вредност? ( $150\pm 2,5$ ).
- 1-39. Да се одреди максималната грешка при мерење на јачина на струја од  $1A$  со А – метар, со скала од  $0\div 3A$  и класа на точност  $1,5$ . ( $\pm 0,045$ ).
- 1-40. Кои големини се нарекуваат неелектрични?
- 1-41. Нацртај ја мерната каскада за мерење на неелектрични големини!
- 1-42. Зошто е најпогодно неелектричните големини да се мерат по електричен пат?

## 1.8 МЕРНИ МОСТОВИ

Мерните мостови се индиректни методи за мерење, бидејќи вредноста на мерената големина не се отчитува директно на инструментот, туку се врши нејзино споредување со друга позната големина. Со мерните мостови може да се измери непозната отпорност, индуктивност или капацитивност. Значи споредувањето се врши меѓу позната и непозната импеданса вклучени во одделни гранки, при што мостот користи **нул-индикатор** (покажувач на нула). Мерните мостови претставуваат инструмент кој треба да се доведе во нулта положба, тогаш кога мерената големина се изедначи со позната големина. Тогаш велиме дека мостот е во рамнотежа. Овој инструмент не мора да е многу точен, туку треба да е многу осетлив.

### 1.8.1 МЕРЕЊЕ НА ОТПОР СО ВИТСТОНОВ МОСТ

На сл. 1-46 е претставен Витстонов мост за мерење на отпорности поголеми од  $1\Omega$ . Тој се состои од еден непознат отпорник  $R_x$  ( $R_1$ ), три познати отпорници:  $R_2$ ,  $R_3$  и  $R_4$ , извор  $E$  и галванометар  $g$  кој го регистрира течењето на струјата меѓу точките  $A$  и  $B$ .



Сл. 1-46 Витстонов мост

Целта на мерењето е мостот да се доведе во рамнотежа, т.е. потенцијалот на точките  $A$  и  $B$  да е еднаков, со што меѓу точките  $A$  и  $B$  нема да тече струја. Во тој случај стрелката на галванометарот ќе биде на средина и ќе покажува нула. Ова значи дека падот на напонот на отпорникот  $R_1$  е еднаков на падот на напонот на отпорникот  $R_3$ , а падот на напонот на отпорникот  $R_2$  е еднаков на падот на напонот на отпорникот  $R_4$ . Од така постигнатата рамнотежна положба на мостот произлегува релацијата:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad \Rightarrow \quad R_x = R_1 = \frac{R_3}{R_4} \cdot R_2 \quad [\Omega]. \quad (1-9)$$

Витстоновиот мост може да биде реализиран и како:

- Витстонов мост со декадни отпорности (10, 100, 1000, 10000  $\Omega$ ), и
- Витстонов мост со мерна жица.

### 1.8.2 МЕРЕЊЕ НА ИНДУКТИВНОСТ

При течење на електричната струја низ проводниците, околу нив се создава магнетен флуks кој е пропорционален на јачината на електричната струја. Врската помеѓу јачината на ел. струја и магнетниот флуks создаден од неа се нарекува **индуктивност** на проводникот. Индуктивноста се означува со  $L$ , а нејзината основна единица е **хенри [H]**. Индуктивноста е најважниот параметар на проводник во вид на намотка. За мерење на индуктивноста најчесто се употребува:

- $U - I$  метода,
- Максвелов мост, и
- Максвел – Винов мост.

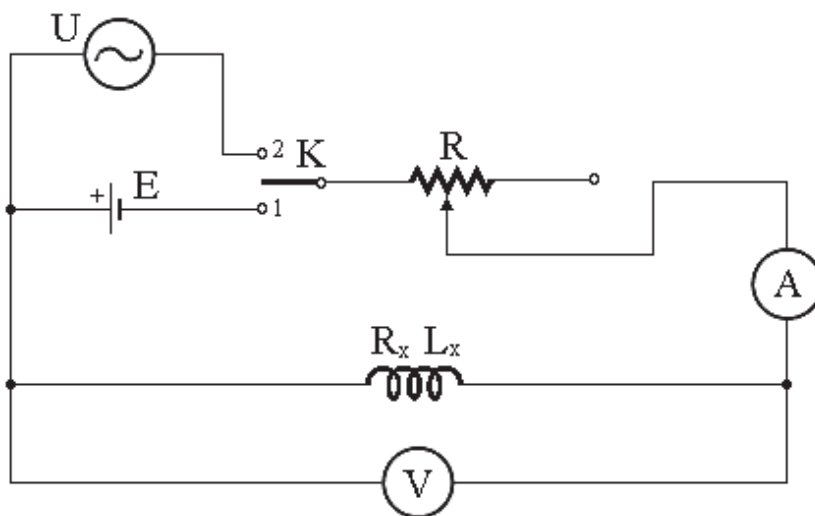


### 1.8.2.1 U-I МЕТОДА ЗА МЕРЕЊЕ НА ИНДУКТИВНОСТ

Секоја намотка покрај **индуктивноста** поседува и **омска отпорност**. При протекување на наизменична струја низ намотката, таа ќе се карактеризира со својата **импеданса**:

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \quad \text{од каде следи: } L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{\omega} \quad [\text{H}]. \quad (1-10)$$

Ако во колото со намотката пропуштиме еднонасочна струја ( $\omega=0$ ), импедансата ќе биде:  $Z = R$ . Користејќи го претходно кажаното, со помош на шемата претставена на сл. 1-47, можеме да ја измериме индуктивноста на намотка без железно јадро.



Сл. 1-47 U-I метода за мерење на индуктивност

Ако преклопката се наоѓа во положба 1, во колото е приклучен еднонасочниот извор E. Со волтметарот и амперметарот ги мериме напонот на краевите на намотката и јачината на ел. струја низ намотката, па омската отпорност на намотката ќе биде:

$$R_x = \frac{U_1}{I_1} \quad [\Omega]. \quad (1-11)$$

Кај второто мерење, преклопката K е во положба 2 така што сега намотката е приклучена на наизменичен напон со позната фреквенција ( $\omega=2\pi f$ ). Ако со волтметарот и амперметарот ги извршиме соодветните мерења, импедансата ќе биде:

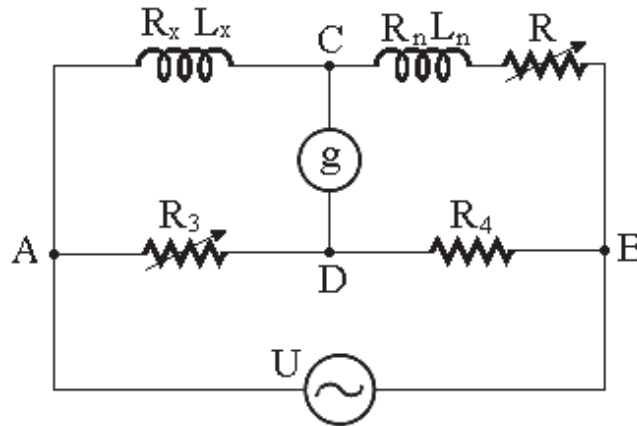
$$Z_x = \frac{U_2}{I_2} \quad [\Omega]. \quad (1-12)$$

Со замена на вака добиените вредности во релацијата 1-11, за непознатата индуктивност се добива:

$$L_x = \frac{\sqrt{Z_x^2 - R_x^2}}{\omega} \quad [\text{H}]. \quad (1-13)$$

### 1.8.2.2 МАКСВЕЛОВ МОСТ

Максвеловиот мост е мошне познат мерен мост за мерење на индуктивност. Неговата шема е прикажана на сл. 1-48.



Сл. 1-48 Максвелов мост

Мостот се доведува во рамнотежа со промена на познатите променливи отпорници  $R$  и  $R_3$  и променливата намотка  $R_n$  и  $L_n$ . Кога галванометарот ќе го доведеме во нулта положба, постигната е рамнотежа на мостот и важат следните релации:

$$\frac{\bar{Z}_1}{\bar{Z}_2} = \frac{\bar{Z}_3}{\bar{Z}_4} \quad \text{каде: } \bar{Z}_1 = R_x + j\omega L_x; \quad \bar{Z}_2 = R_n + j\omega L_n + R; \quad \bar{Z}_3 = R_3; \quad \bar{Z}_4 = R_4. \quad (1-14)$$

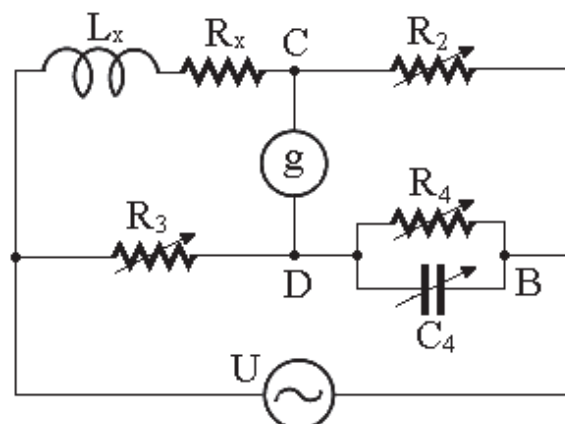
Ако вредностите на поединечните импеданси се заменат во условот за рамнотежа на мостот ќе може да се определат непознатата отпорност  $R_x$  и непознатата индуктивност  $L_x$ :

$$R_x = \frac{R_3(R + R_n)}{R_4} \quad [\Omega] \quad (1-15) \quad L_x = L_n \frac{R_3}{R_4} \quad [H] \quad (1-16)$$

Максвеловиот мост се употребува за мерење на индуктивности од  $10^{-4} \mu\text{H}$  до  $10\text{H}$ , со точност од  $0,3\%$ .

### 1.8.2.3 МАКСВЕЛ - ВИНОВ МОСТ

Максвел-Виновиот мост се разликува од Максвеловиот по тоа што кај него како елемент за споредба се користи кондензатор (сл. 1-49).



Сл.1-49 Максвел – Винов мост

Мостот се доведува во рамнотежа со променливиот отпорник  $R_4$  и променливиот кондензатор  $C_4$ . Овој мост не користи променлива намотка со познати вредности, бидејќи таа е релативно скапа. Од друга страна, променливите кондензатори се поевтини и полесно се произведуваат.

Познатиот услов за рамнотежа на мостот е:

$$\frac{\bar{Z}_1}{\bar{Z}_2} = \frac{\bar{Z}_3}{\bar{Z}_4} \quad \text{каде:}$$

$$\bar{Z}_1 = R_x + j\omega L_x; \quad \bar{Z}_2 = R_2; \quad \bar{Z}_3 = R_3; \quad \bar{Z}_4 = \frac{R_4 \frac{1}{j\omega C}}{R_4 + \frac{1}{j\omega C}} \quad (1-17)$$

Во рамнотежна состојба непознатата отпорност  $R_x$  и непознатата индуктивност  $L_x$  се определуваат според равенките:

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4} \quad [\Omega] \quad (1-18), \quad L_x = R_2 R_3 C_4 \quad [H] \quad (1-19)$$

### 1.8.3 МЕРЕЊЕ НА КАПАЦИТИВНОСТ

Основно својство на секој кондензатор е неговата **капацитивност**. Капацитивноста претставува способност на кондензаторот да собере определено количество на електрицитет  $Q$ , кое зависи од напонот на електродите на кондензаторот  $U$ .

$$Q = C \cdot U \quad (1-20)$$

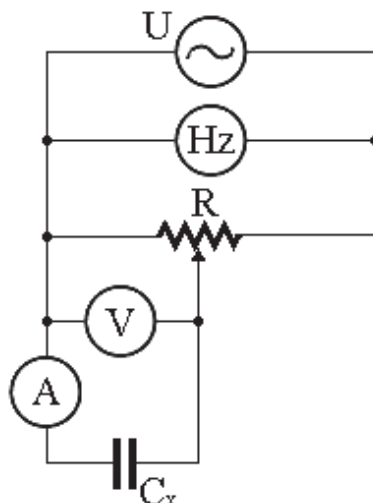
Основна единица за капацитивноста е **фарад** – [F]. При мерењата кај кондензаторите, покрај мерењето на нивната капацитивност, треба да се води сметка и за **факторот на загуби**  $\text{tg}\delta$  кој е последица на несовршеноста на диелектрикот. Мерењето на капацитивноста на кондензаторите најчесто може да се изведе со:

- $U - I$  метода, и
- Винов мост.

#### 1.8.3.1 $U - I$ МЕТОДА ЗА МЕРЕЊЕ НА КАПАЦИТИВНОСТ

Како што индуктивноста се определува со мерење на напон и струја при што се добива индуктивната отпорност и од неа се пресметува индуктивноста, на ист начин може да се определи непознатата капацитивност. Тоа ќе значи дека со оваа метода прво ќе ја определиме капацитивната отпорност, а од неа ќе ја пресметаме непознатата капацитивност.

Ако кондензаторот со непознатата капацитивност  $C_x$  се поврзи на наизменичен извор како на сл. 1-50, со мерење на напонот на кондензаторот и струјата што тече низ него, како и со мерење на фреквенцијата со помош на фреквенцметарот можеме да ја определиме капацитивноста  $C_x$ . Треба да се забележи дека мерењето е точно само ако струјата е со чисто синусен карактер, а загубите во кондензаторот се занемарливо мали.



Сл. 1-50 U-I метода за мерење на капацитивност

За колото од сл. 1-50 важат следните релации:

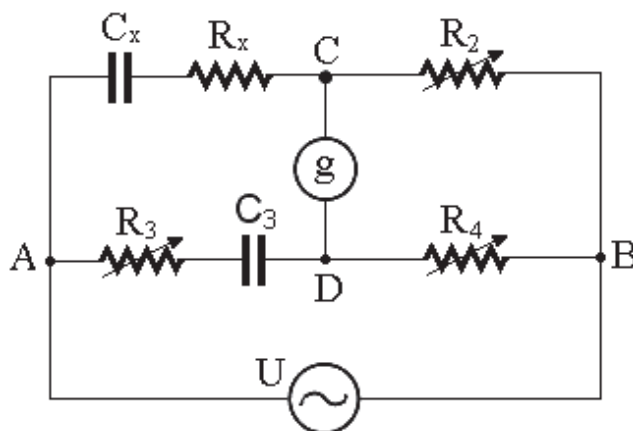
$$U = I \cdot X_c; \quad X_c = \frac{1}{\omega C_x} \Rightarrow U = \frac{I}{\omega C_x}; \quad C_x = \frac{I}{\omega U}. \quad (1-21)$$

Мерното подрачје кај ваквиот метод зависи во прв ред од избраната фреквенција, така што при мрежна фреквенција од 50 Hz долната граница е околу 10 nF, а при фреквенција од 800 Hz долната граница е околу 650 pF. Од друга страна, горната граница на мерење на капацитивност со овој метод е речиси неограничена.

### 1.8.3.2 ВИНОВ МОСТ

Во претходната лекција претпоставивме дека загубите во диелектриот на кондензаторот се занемарливо мали. Но во пракса, кондензаторите секогаш имаат поголеми или помали загуби. Затоа, кај мерењето на капацитивност со Винов мост, во гранките со кондензаторите се додадени и омски отпорници кои ги претставуваат загубите. Виновиот мост е претставен на сл. 1-51.

Со овој мост се мери непознатата капацитивност на кондензаторот  $C_x$  и факторот на загуби  $\text{tg}\delta$ , преку мерењето на отпорот на загуби  $R_x$  на диелектриот на кондензаторот.



Сл. 1-51 Винов мост

Бидејќи производството на променливи отпорници е поефтино од производството на променливи кондензатори, најчесто кондензаторот  $C_3$  е константен, додека рамнотежата на мостот се постигнува со променливи отпорници:  $R_2$ ,  $R_3$ , и  $R_4$ .

Во рамнотежна положба важи:  $\frac{\bar{Z}_1}{\bar{Z}_2} = \frac{\bar{Z}_3}{\bar{Z}_4}$ , каде

$$\bar{Z}_1 = R_x + \frac{1}{j\omega C_x}; \quad \bar{Z}_2 = R_2; \quad \bar{Z}_3 = R_3 + \frac{1}{j\omega C_3}; \quad \bar{Z}_4 = R_4 \quad (1-22)$$

Оттука бараната отпорност и капацитивноста се:

$$R_x = R_3 \frac{R_2}{R_4} \text{ [}\Omega\text{]}; \quad (1-23)$$

$$C_x = C_3 \frac{R_4}{R_2} \text{ [F]} \quad (1-24)$$

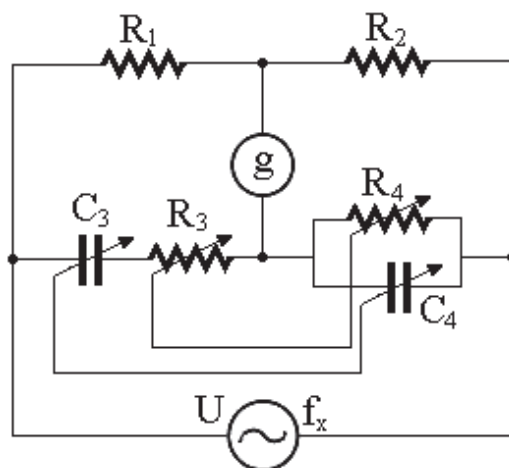
Факторот на загуби  $\text{tg}\delta$  на кондензаторот  $C_x$  при позната фреквенција е:

$$\text{tg}\delta = \omega R_x C_x = \omega R_2 C_2 \quad (1-25)$$

каде  $\omega = 2\pi f$ .

#### 1.8.4 МЕРЕЊЕ НА ФРЕКВЕНЦИЈА – ВИН-РОБИНСОНОВ МОСТ

Овој мост служи за мерење на фреквенции од неколку Hz до 100 Hz. Неговата електрична шема е претставена на сл. 1-52. Во првата и втората гранка се поврзани омски отпорници, во третата гранка паралелна врска на отпорник и кондензатор, а во четвртата гранка се наоѓа паралелна врска на кондензатор и отпорник. Отпорниците  $R_1$ ,  $R_2$  и кондензаторите  $C_3$ ,  $C_4$  се со константни вредности, а отпорниците  $R_3$ ,  $R_4$  се променливи. Овие отпорници се така нагодени што во исто време имаат еднаква вредност. Тоа придонесува скалата на инструментот да се изработи така што директно ќе покажува мерење на фреквенција во Hz.



Сл. 1-52 Вин – Робинсонов мост

Од условот за рамнотежа на Вин – Робинсоновиот мост  $\frac{\bar{Z}_1}{\bar{Z}_2} = \frac{\bar{Z}_3}{\bar{Z}_4}$  следува:

$$\bar{Z}_1 = R_1; \quad \bar{Z}_2 = R_2; \quad \bar{Z}_3 = R_3 + \frac{1}{j\omega C_3}; \quad \bar{Z}_4 = \frac{R_4 \frac{1}{j\omega C}}{R_4 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R_4}{1 + j\omega C_4 R_4}. \quad (1-26)$$

Ако изразите за поединечните импеданси се заменат во условот за рамнотежа на мостот, како и  $R_3 = R_4 = R$  и  $C_3 = C_4 = C$ , тогаш бараната вредност на фреквенцијата ќе биде:

$$f_x = \frac{1}{2\pi RC} \quad \text{при} \quad R_1 = 2R_2. \quad (1-27)$$

### ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ ЗА ПОВТОРУВАЊЕ

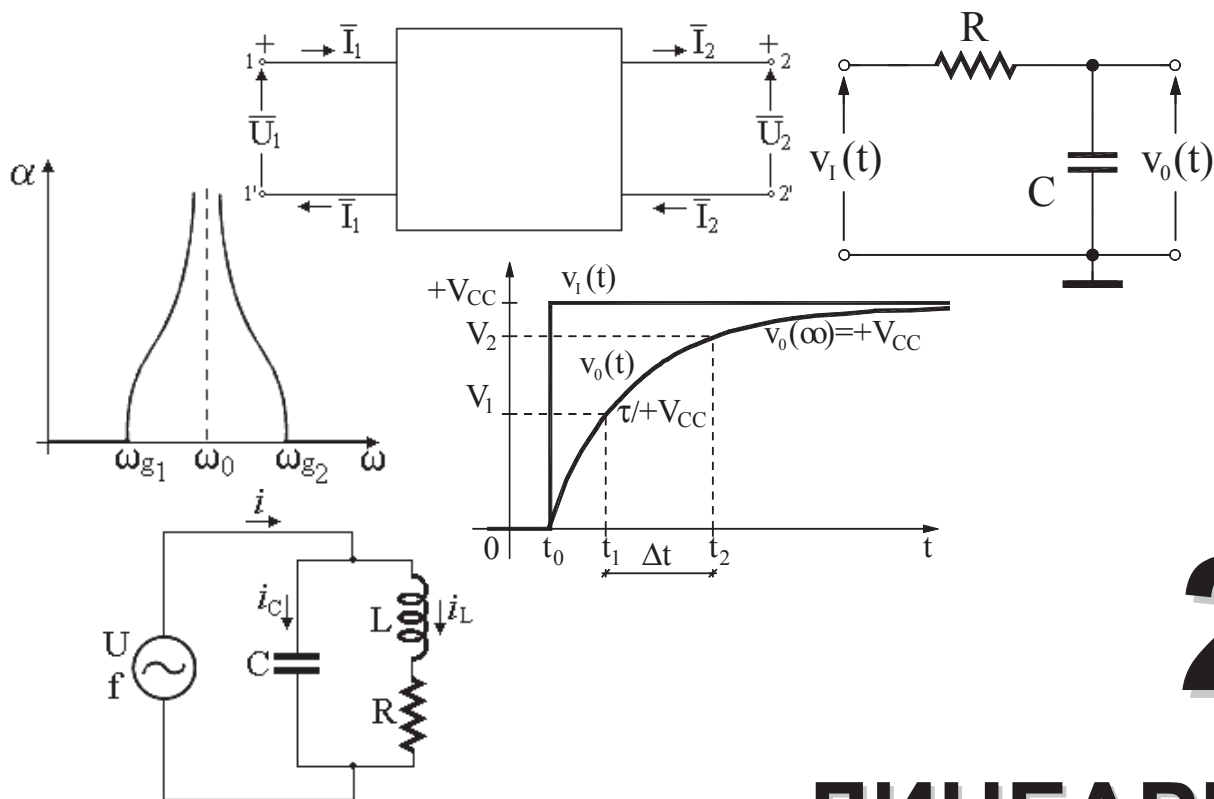
- 1-43. Нацртај електрична шема на Витстонов мост и определи ја непознатата отпорност  $R_x$ .
- 1-44. Нацртај електрична шема на Максвелов мост и напиши ја раваенката за рамнотежа на мостот.
- 1-45. По кои релации се определуваат  $R_x$  и  $L_x$  со Максвелов мост?
- 1-46. Нацртај Максвел – Винов мост и напиши ги релациите за определување на  $R_x$  и  $L_x$ .
- 1-47. Нацртај шема на Винов мост и напиши ги релациите за определување на  $R_x$ ,  $C_x$  и факторот на загуби  $\text{tg}\delta$ .
- 1-48. Нацртај шема на Вин – Робинсонов мост и напиши ја релацијата за определување на фреквенцијата  $f$ .

### РЕЗИМЕ

Во оваа тематска целина се запознавте со значењето и улогата на мерењата за севкупниот техничко-технолошки развој, со примената на основните и изведените мерни единици, како и со постапката за пресметување на грешките што се јавуваат при мерењата.

Покрај ова, големо значење беше посветено на мерењето на електричните и неелектричните големини, така што сега знаете да ги опишете постапките за нивно мерење. Посебно фокусот беше ставен врз употребата на аналогните и дигиталните мултиметри, како и осцилоскопот, па сега умеете истите правилно да ги користите, што е една од основните задачи на секој електротехничар при практичната работа.

Се запознавте и со основните мерни постапки за мерење на напон, струја и отпорност, а на крајот од темата и со неколку мерни мостови, кои имаат широка примена во практиката. Тоа се индиректни, односно споредбени методи, со кои можете да измерите непозната отпорност, индуктивност, капацитивност и фреквенција.



# 2.

# ЛИНЕАРНИ ЕЛЕКТРИЧНИ КОЛА

По изучувањето на оваа тематска целина

- ⊕ ќе ги познаваш различните видови двополи и четворополи, напонскиот и струјниот делител, осцилаторното коло, електричните филтри, напонскиот и струјниот генератор, како и елементарните RC и CR кола;
- ⊕ ќе ги препознаваш соодветните симболи и модели на елементите во електричното коло;
- ⊕ ќе го опишуваш однесувањето на базичните електрични кола со линеарни елементи и различни побудни сигнали;
- ⊕ ќе ги определуваш карактеристичните големини на линеарните елементи во електричното коло ;
- ⊕ ќе ги познаваш основните математички релации за опишување на функционирањето на линеарните електрични кола;





## 2.1 ВОВЕД

Во оваа тема ќе се запознаеме со однесувањето на основните електрични кола со линеарни елементи и различни побудни сигнали. Електричните кола за кои важи законот за суперпозиција се **линеарни електрични кола**. Ова значи дека ако линеарно коло се побуди со збир од поединечни побуди, тогаш брановиот облик на излезниот напон ќе биде линеарна комбинација од поединечните одзиви на колото посебно за секоја влезна побуда. Исто така, предмет на анализа ќе бидат и карактеристичните големини на линеарните елементи во електричните кола, нивните симболи, како и математичките релации за нивно опишување. Подетално ќе ги изучиме двополите и четворополите, осцилаторните кола, електричните филтри и елементарните RC и CR кола.

## 2.2 ДВОПОЛИ

**Двопол** претставува електричен систем кој има два краја за приклучување на извор на електрична енергија. Примери за двопол се било кои електронски елементи со два краја: кондензатор, калем, отпорник, како и редна или паралелна врска на овие елементи (редно или паралелно осцилаторно коло).

Во зависност од тоа дали двополот во себе содржи извор на електрична енергија или не, тие се делат на **активни** и **пасивни**. Ако двополот содржи извор на електрична енергија тогаш тој е активен двопол, во спротивно пасивен двопол.

За два двополи се вели дека се **еквивалентни** ако нивните импеданси  $\bar{Z}_1$  и  $\bar{Z}_2$  се еднакви на сите фреквенции. Ако нивните импеданси се еднакви само на една одредена фреквенција, таквите двополи се нарекуваат **потенцијално еквивалентни**.

Два двополи се **реципрочни** ако производот на  $\bar{Z}_1$  и  $\bar{Z}_2$  на сите фреквенции е константен. Ако важи  $\bar{Z}_1 \cdot \bar{Z}_2 = \text{const.}$  само при одредени услови, тогаш двополите се **потенцијално реципрочни**.

### 2.2.1 РЕАКТИВНИ ДВОПОЛИ

Ако двополите се составени од реактивни елементи (калеми и кондензатори) чии загуби на енергија може да се занемарат, таквите двополи се нарекуваат **реактивни двополи**. Пример за реактивен двопол се идеалното редно и паралелно осцилаторно коло. Кај овие кола релациите за импедансите се:

$$\bar{Z}_1 = j\omega \cdot L_1 + \frac{1}{j\omega \cdot C_1} = j\omega \cdot L_1 \left(1 - \frac{\omega_{0_1}^2}{\omega^2}\right); \quad \omega_{0_1} = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}; \quad (2-1)$$

каде  $\omega_{0_1}$  е сопствена фреквенција на првиот двопол (редното осцилаторно коло), и

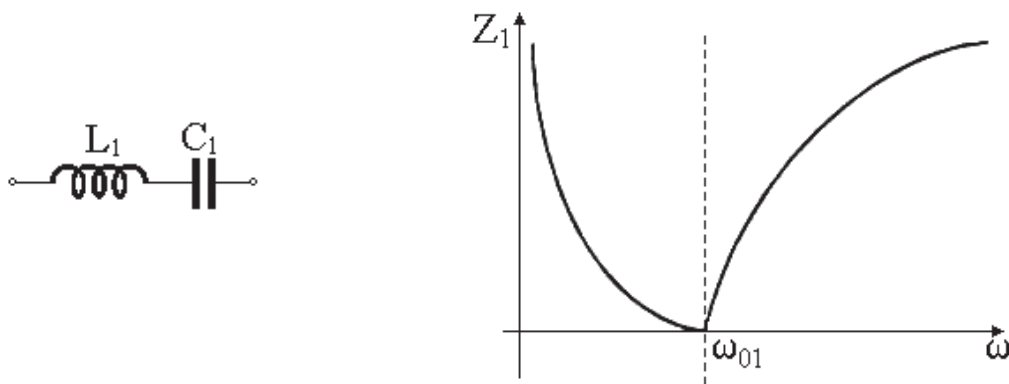
$$\bar{Z}_2 = \frac{j\omega \cdot L_2 \cdot \frac{1}{j\omega \cdot C_2}}{j\omega \cdot L_2 + \frac{1}{j\omega \cdot C_2}} = \frac{1}{j\omega \cdot C_2} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{\omega_{0_2}^2}{\omega^2}\right)}; \quad \omega_{0_2} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}; \quad (2-2)$$

каде  $\omega_{0_2}$  е сопствена фреквенција на вториот двопол (паралелното осцилаторно коло).

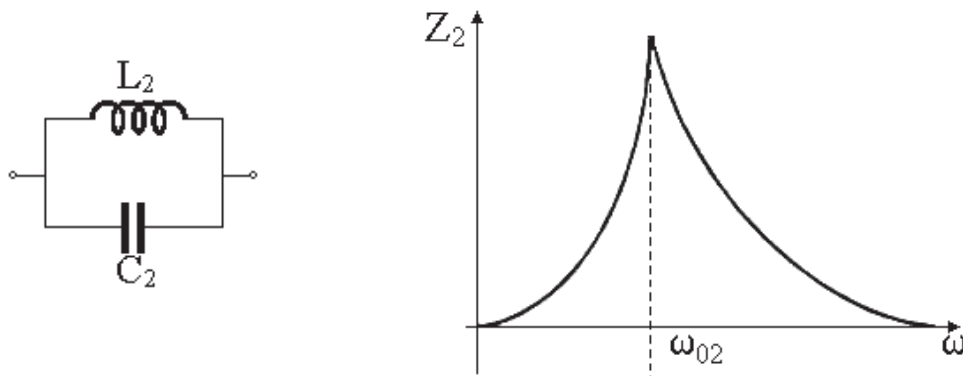
Ако сопствените фреквенции на двата двопола се еднакви меѓу себе тогаш може да се напише  $\omega_{0_1} = \omega_{0_2}$  од каде се добива дека

$$\bar{Z}_1 \bar{Z}_2 = \frac{L_1}{C_2} = R^2 \quad (2-3)$$

Во последната равенка  $R$  е константна вредност  $R = \sqrt{\frac{L_1}{C_2}}$  која има димензија на отпорност, што значи дека овие двополи на сопствената фреквенција се реципрочни (сл. 2-1).



а) Редно LC осцилаторно коло и негова зависност на импедансата од фреквенцијата



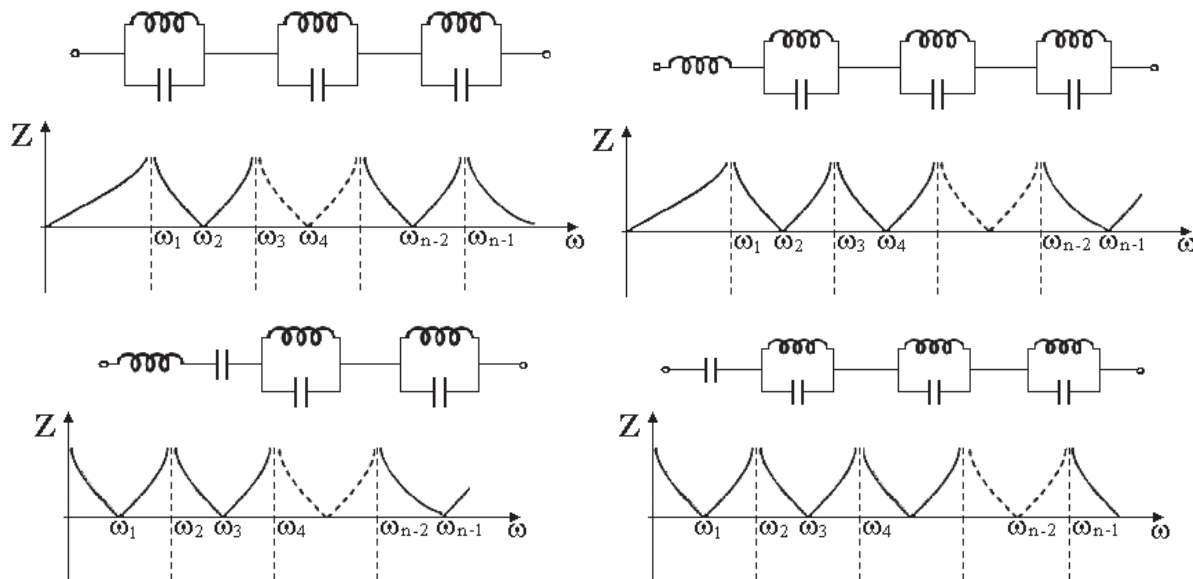
б) Паралелно LC осцилаторно коло и негова зависност на импедансата од фреквенцијата

Сл. 2-1 Идеални осцилаторни кола

Ако фреквенцијата на генераторот е еднаква на сопствената фреквенција на двополот  $f_0$ , тогаш во колото се јавува **напонска** или **струјна резонанса**.

Реактивните двополи може да се состојат од три, четири или повеќе реактивни елементи. Таквите двополи со повеќе реактивни елементи имаат повеќе сопствени фреквенции. Ако двополот има  $n$  елементи тогаш бројот на сопствени фреквенции ќе биде  $n - 1$ . Кога фреквенцијата на генераторот е еднаква на некоја од сопствените фреквенции, во двополот се јавува напонска или струјна резонанса. Со зголемување на фреквенцијата на генераторот појавите на напонска или струјна резонанса наизменично се менуваат.

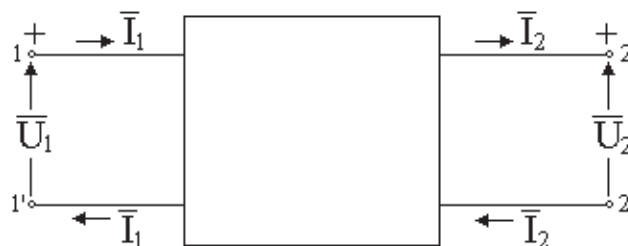
Како илустрација, на сл. 2-2 се претставени неколку реактивни двополи и зависноста на нивните импеданси од фреквенцијата.



Сл. 2-2 Реактивни двополи и зависност на импедансата од фреквенцијата

### 2.3 ЧЕТВОРОПОЛИ

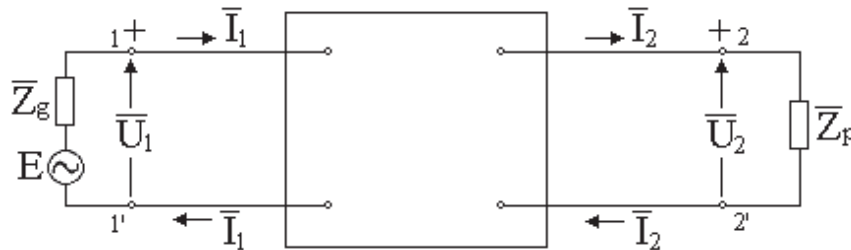
**Четворопол** претставува електричен систем кој има четири краја, два за приклучување на изворот на електрична енергија и два за приклучување на потрошувачот. Тоа може да биде трансформатор, засилувач, ослабувач, електричен филтер, преносен вод и др. Разликуваме **активни четворополи** (ако содржат извор на ел. енергија) и **пасивни четворополи** (ако не содржат извор на ел. енергија). Во продолжение ќе ги разгледаме само пасивните четворополи.



Сл. 2-3 Електрична шема на четворопол

Еден четворопол во електрична шема се претставува со правоаголник со два влезни краеве **1** и **1'** и два излезни краеве **2** и **2'** (сл. 2-3). Во еден пар краеве струјата има ист интензитет, но спротивна насока. За четворополот од сл. 2-3 се дефинираат влезен напон и струја  $U_1, I_1$  за влезните краеве **1 – 1'** и излезен напон и струја  $U_2, I_2$  за излезните краеве **2 – 2'**.

Важна карактеристика на еден четворопол е зависноста меѓу влезните и излезните големина (сл. 2-4).



Сл. 2-4 Влезни и излезни големина кај четворопол

Ако импедансата на потрошувачот  $Z_p$  и внатрешната импеданса на генераторот  $Z_g$  не зависат од напоните и струите, четворополот е **линеарен** и во тој случај зависноста меѓу влезните и излезните величини се претставува со следните линеарни равенки кои се нарекуваат **општи равенки** на четворополот:

$$\bar{U}_1 = \bar{A} \cdot \bar{U}_2 + \bar{B} \cdot \bar{I}_2 \quad \bar{I}_1 = \bar{C} \cdot \bar{U}_2 + \bar{D} \cdot \bar{I}_2 \quad (2-4)$$

Параметрите  $\bar{A}$ ,  $\bar{B}$ ,  $\bar{C}$  и  $\bar{D}$  се нарекуваат **a – параметри** на четворополот. Овие параметри зависат од фреквенцијата, но за една одредена фреквенција тие се константни величини. Параметрите  $\bar{A}$  и  $\bar{D}$  се бездимензионални величини,  $\bar{B}$  има природа на импеданса, а  $\bar{C}$  на адмитанса. Меѓу параметрите на еден четворопол важи релацијата:

$$\bar{A} \bar{D} - \bar{B} \bar{C} = 1, \quad (2-5)$$

која покажува дека само три од четирите параметри може да се независни.

Параметрите на четворополот можат да се одредат по пат на пресметка или по пат на мерење. Добиените параметри по пат на мерење се:

$$\bar{A} = \frac{\bar{U}_1}{\bar{U}_2} \quad \bar{B} = \frac{\bar{U}_1}{\bar{I}_2} \quad \bar{C} = \frac{\bar{I}_1}{\bar{U}_2} \quad \bar{D} = \frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_2} . \quad (2-6)$$

Со помош на **a** - параметрите може да се дојде до конечните релации за зависноста на излезниот напон и струја во функција од влезниот напон и струја:

$$\bar{U}_2 = \bar{D} \cdot \bar{U}_1 - \bar{B} \cdot \bar{I}_1 \quad \bar{I}_2 = -\bar{C} \cdot \bar{U}_1 + \bar{A} \cdot \bar{I}_1 \quad (2-7)$$

За еден четворопол значајна е величината која го дефинира слабеењето и фазното доцнење на излезниот сигнал во однос на влезниот, а тоа е преносната функција. **Преносната функција** се одредува како логаритамски однос на привидната моќност на влезот и привидната моќност на излезот на четворополот:

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{2} \ln \frac{\bar{U}_1 \cdot \bar{I}_1}{\bar{U}_2 \cdot \bar{I}_2} = \frac{1}{2} (\ln \frac{\bar{U}_1}{\bar{U}_2} + \ln \frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_2}) = \frac{1}{2} (\bar{\gamma}_U + \bar{\gamma}_I), \quad (2-8)$$

каде:  $\bar{\gamma}_U = \ln \frac{\bar{U}_1}{\bar{U}_2}$  и  $\bar{\gamma}_I = \ln \frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_2}$  се **преносни функции на напонот и струјата**.

Ако комплексните напони и струи се претстават со нивниот модул и аргумент, ќе се добијат преносните функции на напонот и струјата претставени со реален и имагинарен дел. Реалните делови се викаат **константи на слабеење**, а имагинарните делови се викаат **фазни константи**.

$\alpha_U = \ln \frac{U_1}{U_2} [N]$  - константа на слабеење на напон (ако логаритамот е

декаден се мери во dB, инаку во непери - N),  $\alpha_I = \ln \frac{I_1}{I_2} [N]$  - константа на

слабеење на струја,  $\beta_U = \theta_1 - \theta_2 (^{\circ})$  - фазна константа на напонот (во степени или радијани) и  $\beta_I = \psi_1 - \psi_2 (^{\circ})$  - фазна константа на струјата.

### 2.3.1 КАРАКТЕРИСТИЧНА ИМПЕДАНСА И КАРАКТЕРИСТИЧНА ПРЕНОСНА ФУНКЦИЈА

Во зависност од распоредот на импедансите во гранките на четворополот, тој може да биде несиметричен и симетричен.

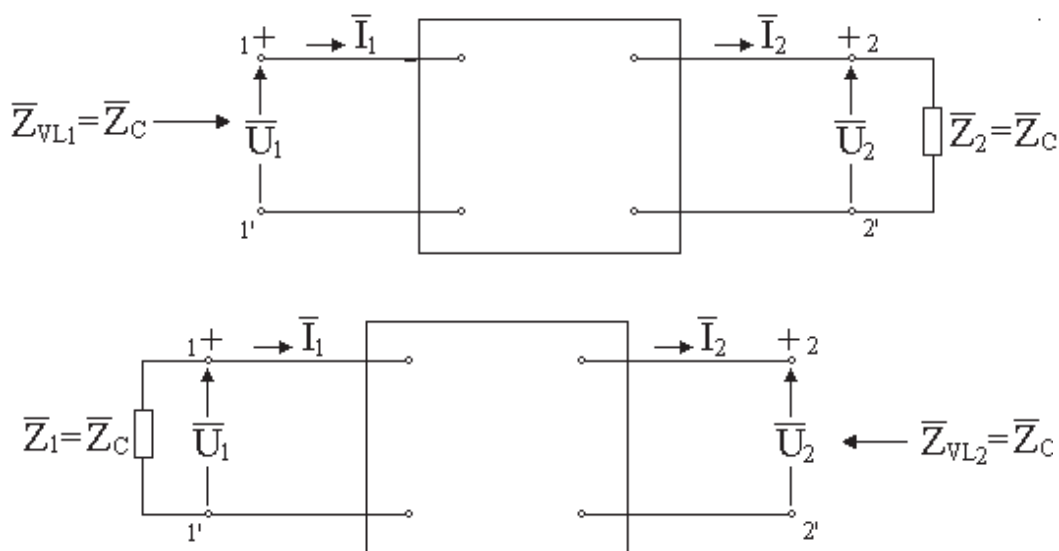
**Симетричен четворопол** е оној четворопол кај кој може да се повлече оска на симетрија која ќе го дели четворополот на две еднакви страни во однос на влезните и излезните краеве. Кај симетричниот четворопол важи:

$$\bar{A} \bar{D} - \bar{B} \bar{C} = 1 \quad \text{и} \quad \bar{A} = \bar{D} \quad (2-9)$$

Тргувајќи од општите равенки на четворополот и со користење на Омвиот закон, за влезните импеданси на четворополот се добива:

$$\bar{Z}_{VL1} = \frac{\bar{A} \cdot \bar{Z}_2 + \bar{B}}{\bar{C} \cdot \bar{Z}_2 + \bar{D}} \quad \text{и} \quad \bar{Z}_{VL2} = \frac{\bar{D} \cdot \bar{Z}_1 + \bar{B}}{\bar{C} \cdot \bar{Z}_1 + \bar{A}}$$

За симетричниот четворопол се дефинира поимот **карактеристична импеданса**  $\bar{Z}_C$ . Ако со оваа импеданса се затвори излезот на симетричен четворопол, на неговиот влез ќе се добие исто толкава импеданса (сл. 2-5).



Сл. 2-5 Симетричен четворопол

Во овој случај ќе важи:  $\bar{Z}_{VL1} = \bar{Z}_1 = \bar{Z}_{VL2} = \bar{Z}_2 = \bar{Z}_C$ .

Карактеристичната импеданса  $\bar{Z}_C$  може да се одреди од општиот израз за  $\bar{Z}_{vl_1}$  при што се добива:

$$\bar{Z}_C = \sqrt{\frac{\bar{B}}{\bar{C}}}$$

Преносната функција на симетричен четворопол кој е затворен со карактеристична импеданса претставува **карактеристична преносна функција** на четворополот. Карактеристичната преносна функција е одредена со изразот:

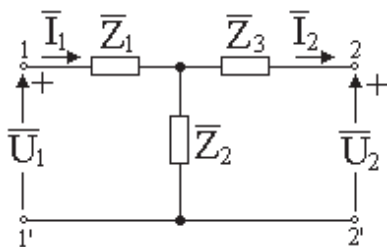
$$\bar{\gamma}_C = \alpha_C + j\beta_C = \ln(\bar{A} + \sqrt{\bar{B} \cdot \bar{C}}), \quad (2-10)$$

каде  $\alpha_C$  е **карактеристично слабеење**, а  $\beta_C$  е **карактеристично фазно доцнење** на симетричниот четворопол.

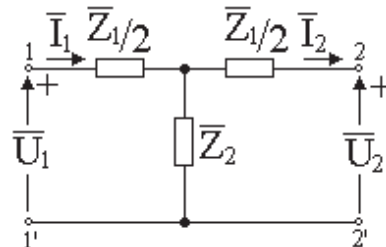
### 2.3.2 ВИДОВИ ЧЕТВОРОПОЛИ

Бидејќи секој четворопол е одреден со три независни параметри, тој мора да содржи најмалку три гранки. Најчесто се користат **Т** и **П** четворополи кои се составени од три гранки, а било кој друг четворопол со повеќе гранки може да се трансформира во еквивалентен **Т** или **П** четворопол. Ако два четворопола имаат еднакви параметри тогаш велиме дека тие се **еквивалентни**.

На сл. 2-6 е прикажана шема на несиметричен **Т** четворопол, а на сл. 2-7 на симетричен **Т** четворопол.



Сл. 2-6 Несиметричен **Т** четворопол



Сл. 2-7 Симетричен **Т** четворопол

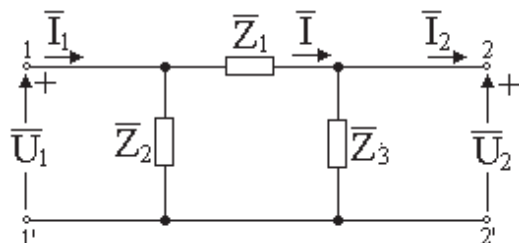
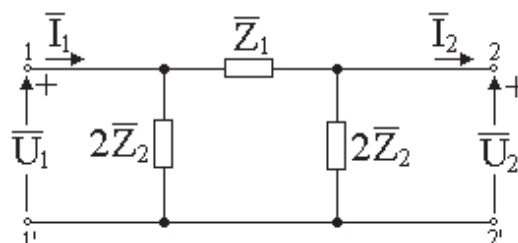
Ако се напишат релации на зависност на влезните од излезните големини, за **а**-параметрите на несиметричниот **Т** четворопол ќе се добие:

$$\bar{A} = 1 + \frac{\bar{Z}_1}{\bar{Z}_2}; \quad \bar{B} = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_3 + \frac{\bar{Z}_1 \bar{Z}_3}{\bar{Z}_2}; \quad \bar{C} = \frac{1}{\bar{Z}_2}; \quad \bar{D} = 1 + \frac{\bar{Z}_3}{\bar{Z}_2}. \quad (2-11)$$

Параметрите за симетричен **Т** четворопол ќе се одредат од претходните равенки, со тоа што кај **а** – параметрите се замени  $\bar{Z}_1$  и  $\bar{Z}_3$  со  $\frac{\bar{Z}_1}{2}$ :

$$\bar{A} = \bar{D} = 1 + \frac{\bar{Z}_1}{2\bar{Z}_2}; \quad \bar{B} = \bar{Z}_1 \left(1 + \frac{\bar{Z}_1}{4\bar{Z}_2}\right); \quad \bar{C} = \frac{1}{\bar{Z}_2}. \quad (2-12)$$

На сл. 2-8 прикажана е шема на несиметричен  $\Pi$  четворопол, а на сл. 2-9 шема на симетричен  $\Pi$  четворопол.

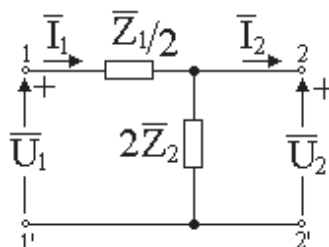
Сл. 2-8 Несиметричен  $\Pi$  четворополСл. 2-9 Симетричен  $\Pi$  четворопол

Ако кај несиметричниот  $\Pi$  четворопол се напишат релации на зависност на влезните големини од излезните, за неговите импеданси се добива:

$$\bar{Z}_1 = \bar{B}; \quad \bar{Z}_2 = \frac{\bar{B}}{D-1}; \quad \bar{Z}_3 = \frac{\bar{B}}{A-1}. \quad (2-13)$$

На ист принцип како за  $T$  четворополите, се добиваат равенките за  $a$ -параметрите на  $\Pi$  четворопол изразени преку импедансите во гранките. Кај симетричен  $\Pi$  четворопол во равенките за  $a$ -параметрите треба да се замени  $\bar{Z}_2$  и  $\bar{Z}_3$  со  $2\bar{Z}_2$ .

Ако симетричен  $T$  или  $\Pi$  четворопол се подели на два еднакви делови се добива несиметричен  $L$  четворопол. Ако пак се поврзат два  $L$  четворополи од влезните страни 1 - 1' се добива симетричен  $\Pi$  четворопол, а со поврзување на страните 2 - 2' се добива симетричен  $T$  четворопол. На сл. 2-10 е прикажана шемата на  $L$  четворопол.

Сл. 2-10 Несиметричен  $L$  - четворопол

Еден комуникациски систем во целина може да се претстави како еден сложен четворопол кој содржи повеќе поединечни четворополи. Тие четворополи може меѓу себе да бидат поврзани редно, паралелно или каскадно. За да се одредат параметрите на ваквиот сложен четворопол потребно е негово разложување на повеќе прости четворополи чии параметри лесно ги одредуваме.

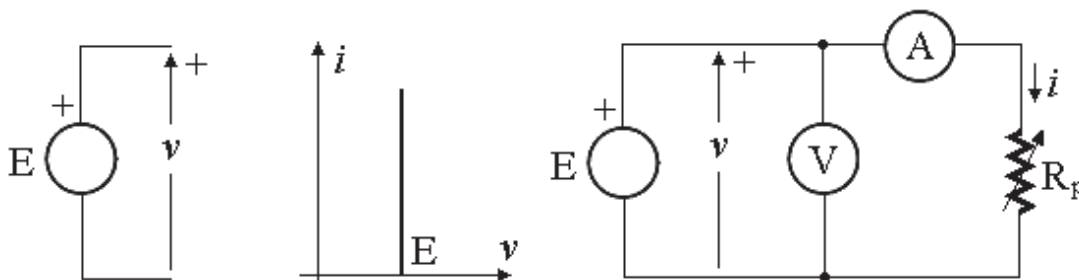
## ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ ЗА ПОВТОРУВАЊЕ

- 2.1. Што се двополи? Која е разликата меѓу активни и пасивни двополи?
- 2.2. Кои два двополи се еквивалентни, а кои потенцијално еквивалентни?
- 2.3. Кои два двополи се реципрочни, а кои потенцијално реципрочни?
- 2.4. Какви двополи се редно и паралелно осцилаторно коло во однос на нивната сопствена фреквенција?
- 2.5. Кој услов треба да е исполнет за да настане напонска или струјна резонанса кај двополот?

- 2.6. Што е четворопол? Која е разликата меѓу активни и пасивни четворополи?
- 2.7. Кога велите дека четворополот е линеарен?
- 2.8. Напиши ги општите равенки за линеарен четворопол.
- 2.9. Како се одредуваат  $\mathbf{a}$  - параметрите на еден четворопол?
- 2.10. Како се дефинира преносна функција?
- 2.11. Што е константа на слабеење, како се означува и во кои единици се мери?
- 2.12. Што е фазна константа, како се означува и во кои единици се мери?
- 2.13. За кои четворополи се дефинира карактеристична импеданса?
- 2.14. Што се подразбира под симетричен четворопол?
- 2.15. Како се дефинира карактеристична импеданса?
- 2.16. Како се дефинира карактеристична преносна функција?
- 2.17. Кои два четворополи ги нарекуваме еквивалентни?
- 2.18. Која е разликата меѓу симетричен и несиметричен  $\mathbf{T}$  четворопол?
- 2.19. Како се дефинира  $\mathbf{L}$  четворопол?
- 2.20. Како се дефинира симетричен  $\mathbf{P}$  четворопол со помош на несиметричен  $\mathbf{L}$  четворопол?
- 2.21. Како се дефинира симетричен  $\mathbf{T}$  четворопол со помош на несиметричен  $\mathbf{L}$  четворопол?

## 2.4 НАПОНСКИ И СТРУЕН ГЕНЕРАТОР

**Идеалниот напонски генератор** е активна компонента со два краја (дава енергија, а не троши). Тој дава напон  $E$  кој не зависи од отпорноста на потрошувачот  $R_p$  приклучен на неговите краеве освен кога  $R_p = 0$ . Со други зборови, идеалниот напонски извор дава ист напон  $E$  за сите вредности на струјата од нула до некоја конечна максимална вредност. Неговата функција во електричните кола е да ја држи константна разликата на потенцијали помеѓу краевите на кои е приклучен. Струјно – напонската карактеристика на идеалниот напонски генератор е дадена на сл. 2-11 и се добива кога генераторот е приклучен на променлив потрошувач на чии краеве се мери еднонасочен напон. Карактеристиката има вертикален наклон што одговара на константен напон на генераторот при секое оптеретување.



Сл. 2-11 Струјно – напонска карактеристика и ел. коло со идеален напонски извор

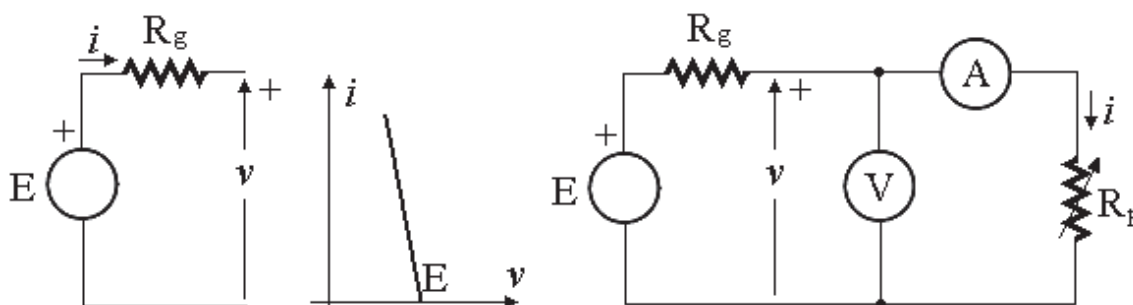
**Реалниот напонски извор** може да се моделира со паралелна врска на идеален напонски извор со напон  $E$  и отпорник со отпорност  $R_g$ . Напонот  $E$  се вика **напон на празен од**, а отпорноста  $R_g$  се нарекува **внатрешна отпорност на генераторот**. Реалниот напонски генератор дава напон на празен од на своите краеве само во случај кога отпорноста на потрошувачот приклучен на неговите краеве има бесконечно голема вредност.



Со други зборови, реалниот напонски извор дава напон  $v$  на своите краеве кој зависи од струјата низ генераторот:

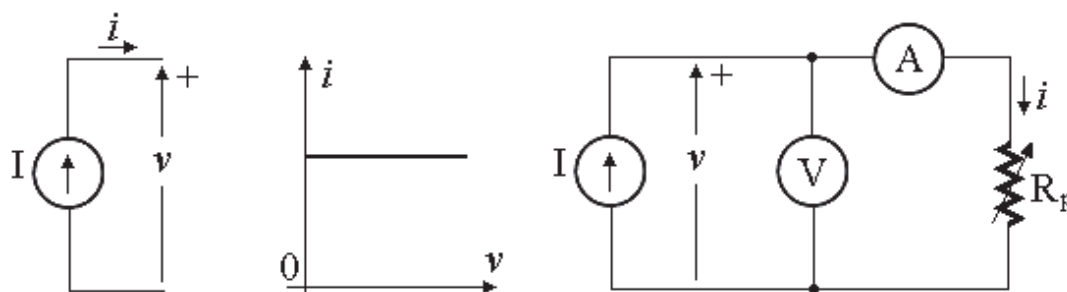
$$v = E - R_g i \quad (2-14)$$

Струјно – напонската карактеристика на реалниот напонски извор е претставена на сл. 2-12. Нејзиниот наклон е закосен и зависи од внатрешната отпорност на генераторот  $R_g$ .



Сл. 2-12 Струјно – напонска карактеристика и ел. коло со реален напонски извор

**Идеалниот струен извор** е активна компонента со два краја. Тој дава струја на своите краеве независно од отпорноста на приклучениот потрошувач  $R_p$ . Значи, идеалниот струен генератор дава иста струја  $i$  при сите вредности на напонот  $v$  од нула до некоја конечна максимална вредност. Функцијата на идеалниот струен извор во електричните кола е да обезбеди константна струја во гранката на колото во која е приклучен. Неговата струјно – напонска карактеристика е дадена на сл. 2-13. Наклонот на карактеристиката е хоризонтален што одговара на константна вредност на струјата на генераторот при било какво оптеретување.

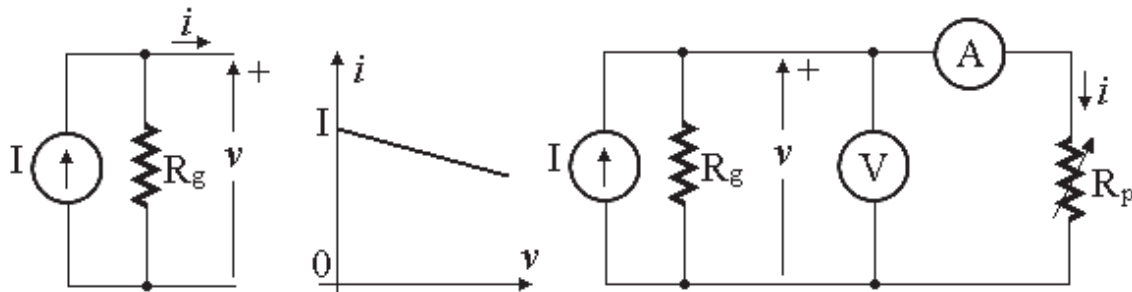


Сл. 2-13 Струјно – напонска карактеристика и ел. коло со идеален струен извор

**Реалниот струен извор** се моделира со паралелна врска на идеален струен извор  $I$  и отпорник со отпорност  $R_g$ . Струјата  $I$  се нарекува **струја на куса врска**, а  $R_g$  е внатрешна отпорност на генераторот. Реалниот струен извор дава струја на куса врска само кога отпорноста на потрошувачот  $R_p$  приклучен на неговите краеве е еднаква на нула. Ова значи дека струјата што ја генерира реалниот струен извор зависи од напонот на неговите краеве:

$$i = I - \frac{v}{R_g} \quad (2-15)$$

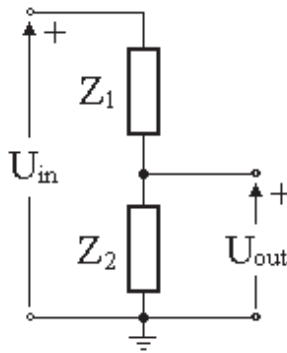
Струјно – напонската карактеристика на реалниот струен извор прикажана на сл. 2-14 има наклон кој зависи од внатрешната отпорност на генераторот  $R_g$ .



Сл. 2-14 Струјно – напонска карактеристика и ел. коло со реален струен извор

## 2.5 НАПОНСКИ И СТРУЕН ДЕЛИТЕЛ

**Напонскиот делител** е едноставно линеарно електрично коло кое дава излезен напон  $U_{out}$  кој е дел од влезниот напон  $U_{in}$ . Наједноставна реализација на напонски делител е со помош на две сериски врзани импеданси приклучени на влезниот напон, така што излезниот напон се пресметува како пад на напон на импедансата  $Z_2$  (сл. 2-15).



Сл. 2-15 Напонски делител

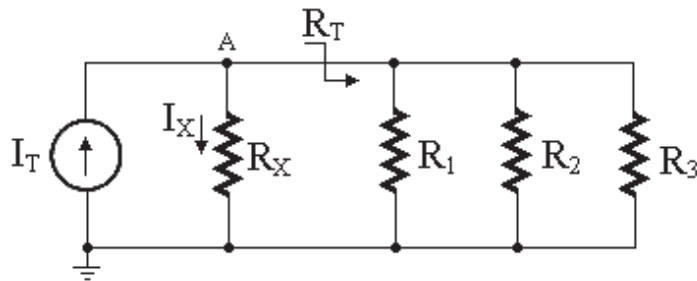
Импедансите  $Z_1$  и  $Z_2$  можат да бидат било каква комбинација на отпорник, калем и кондензатор. Со примена на Омовиот закон за излезниот напон се добива:

$$U_{out} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} U_{in} . \quad (2-16)$$

Ако напонскиот делител е составен од сериска врска на отпорник  $R$  и кондензатор  $C$ , излезниот напон ќе биде:

$$U_{out} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} U_{in} = \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} . \quad (2-17)$$

**Струјниот делител** е едноставно линеарно електрично коло кое дава излезна струја  $I_X$  која е дел од неговата влезна струја  $I_T$  (сл. 2-16). За таа цел се користи паралелна врска на повеќе отпорници (сл. 2-16).



Сл. 2-16 Струен делител

Ако се примени Првиот Кирхофов закон за јазелот А лесно може да се добие вредноста на струјата  $I_X$ :

$$I_X = \frac{R_T}{R_T + R_X} I_T. \quad (2-18)$$

На ист начин може да се определи вредноста на излезната струја ако во колото се приклучени различни елементи (кондензатори, калеми) со тоа што наместо активни отпорници во релацијата за струјата  $I_X$  ќе се заменат изразите за соодветните импеданси.

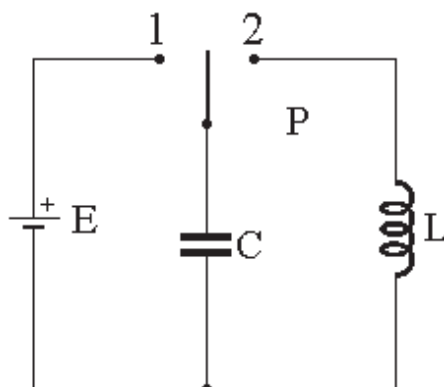
## 2.6 ОСЦИЛАТОРНИ КОЛА

**Осцилаторните кола** уште се нарекуваат и селективни кола бидејќи вршат одвојување на сигнали со одредени фреквенции, а ги слабеат сите останати сигнали кои се пречка за нормална работа на разни електронски склопови и уреди. Овие кола имаат огромно значење во радио и ТВ приемниците, телеграфијата, VF телефонијата, во разни мерни уреди и системи. Заради тоа во следнава тема ќе се запознаеме со нивните основни карактеристики.

### 2.6.1 ПРОСТО ОСЦИЛАТОРНО КОЛО

На сл. 2-17 е претставено **просто осцилаторно коло**. Ако прекинувачот P се постави во положба 1, кондензаторот C се полни со количество електрицитет  $Q=C \cdot E$ , напонот на неговите краеве е еднаков на E, а неговата енергија е:

$$W_C = \frac{1}{2} C \cdot E^2.$$



Сл. 2-17 Просто осцилаторно коло

Ако прекинувачот Р се префрли во положба 2, гранката со изворот Е е исклучена и колото е оставено само на себе. Во овој случај кондензаторот се празни преку калемот L. Електростатичката енергија на кондензаторот се претвора во електромагнетна енергија на калемот, но и обратно. Кога кондензаторот потполно ќе се испразни, под дејство на ЕМС на самоиндукција струјата во колото почнува да се намалува, а кондензаторот повторно почнува да се полни при што електромагнетната енергија на калемот се претвора во електростатичка енергија на кондензаторот. Во идеален случај, ако нема загуби, ваквиот процес би се повторувал и би траел бесконечно долго.

Процесот на претворање на електростатичката енергија во електромагнетна и обратно се нарекува **електромагнетни осцилации**. Времето потребно за извршување на една осцилација (времето на претворање на електростатичката во електромагнетна енергија и обратно) се нарекува **период** на осцилациите. Бидејќи овие осцилации се јавуваат поради празнење на кондензаторот низ калемот без никакво надворешно влијание (изворот Е е исклучен), тие се викаат **слободни** или **сопствени осцилации**. При овие осцилации низ колото тече наизменична струја со синусен облик, а исто така и напонот на кондензаторот е со синусен облик. Бидејќи колото е без загуби, со тек на време енергијата која осцилира во колото не се губи, па напонот и струјата во колото не ги менуваат своите вредности. Затоа ваквите осцилации се нарекуваат **непридушени осцилации**.

Ако во осцилаторното коло нема загуби, тогаш максималната вредност на електростатичката енергија на кондензаторот е еднаква на максималната вредност на електромагнетната енергија на калемот, односно

$$W_c = W_L \text{ или } \frac{1}{2} C \cdot U_m^2 = \frac{1}{2} L \cdot I_m^2 \quad (2-19)$$

Бидејќи  $U_m = I_m X_L = I_m \omega_0 L$  каде  $I_m$  и  $U_m$  се амплитуди на напонот и струјата, со замена во претходната релација се добива:

$$\omega_0 = 2\pi \cdot f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (2-20)$$

каде што  $\omega_0$  претставува **сопствена фреквенција** на колото, а релацијата

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ се нарекува } \mathbf{Томсонова формула}.$$

За периодот на слободните осцилации може да се напише:  $T_0 = \frac{1}{f_0} = 2\pi \cdot \sqrt{LC}$ ,

од каде се гледа дека со зголемување на капацитивноста и индуктивноста расте периодот на слободните осцилации, а опаѓа нивната фреквенција.

Односот на напонот и струјата во колото при слободни осцилации се нарекува **карактеристична импеданса** на осцилаторното коло:

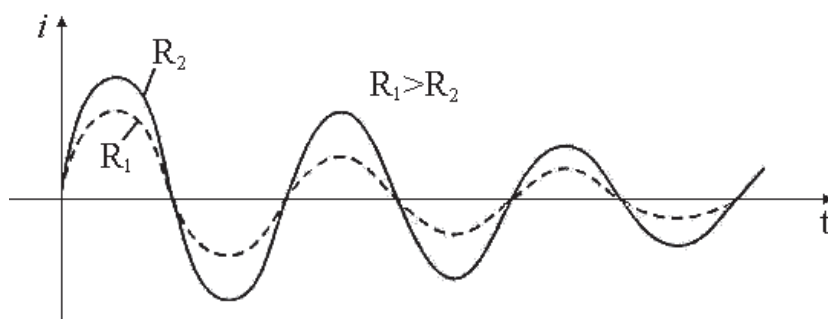
$$Z_c = \frac{U}{I} = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (2-21)$$

Ако две кола имаат иста сопствена фреквенција  $\omega_0$ , а се разликуваат по односот на индуктивноста и капацитивноста (пр.  $C_1 < C_2$ ;  $L_1 > L_2$  и  $L_1 C_1 = L_2 C_2$ ), тогаш двата кондензатори се наполнети на ист напон, но во првиот има помало

количество електрицитет. Периодот на осцилациите во двете кола е ист, но струјата во првото коло е помала бидејќи тоа осцилира со помало количество на енергија. Второто коло осцилира со поголема енергија, па и струјата во него ќе биде поголема. Значи, при еднаков напон на двете кола, струјата зависи од односот на  $L$  и  $C$ .

Кај реалното осцилаторно коло секогаш постојат загуби на енергија (несовршеност на диелектрикот, активна отпорност на навивката, виорни струи, скин-ефект и др.). Кондензаторите кои се употребуваат во осцилаторните кола се со идеални карактеристики, па загубите во нив се занемарливи во споредба со оние во калемите. Ваквите загуби во осцилаторното коло се прикажуваат со редно врзан отпорник  $R$  со калемот. Поради овие загуби, амплитудата на струјата постепено опаѓа, а осцилациите се придушуваат и по извесно време се губат. Овие осцилации се викаат **придушени осцилации** (сл. 2-18). Степенот на придушување зависи од квалитетот на колото, кој се изразува со **факторот на доброта** или **Q-факторот** на колото. Ако кондензаторот е идеален (без загуби), тогаш Q-факторот на колото ќе се одреди според Q-факторот на калемот:

$$Q = Q_L = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{Z_C}{R}. \quad (2-22)$$



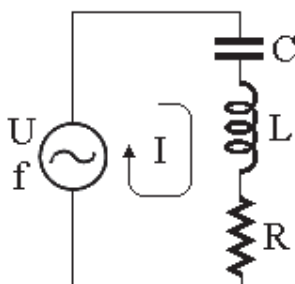
Сл. 2-18 Придушени осцилации

За добивање на непридушени осцилации потребно е постојано надополнување на изгубената енергија во колото. Тоа се прави со вклучување на наизменичен извор со чие дејство во колото се јавуваат **принудни осцилации**. Нивната фреквенција зависи од фреквенцијата на самиот извор.

Зависно од начинот на поврзување на кондензаторот и калемот со изворот разликуваме редно и паралелно осцилаторно коло.

### 2.6.2 РЕДНО ОСЦИЛАТОРНО КОЛО

Прво ќе го разгледаме редното осцилаторно коло. Ова коло се добива со редно поврзување на кондензатор, калем и наизменичен извор (сл. 2-19).



Сл. 2-19 Редно осцилаторно коло

Во колото се додава и отпорник кој ги претставува загубите во калемот. Низ редната врска на  $C$ ,  $L$  и  $R$  тече наизменична струја со ефективна вредност  $I$  која е еднаква на односот на ефективната вредност на напонот  $U$  и модулот на импедансата на колото. Комплексната импеданса и нејзиниот модул се:

$$\bar{Z} = R + j\omega \cdot L + \frac{1}{j\omega \cdot C} \Rightarrow Z = \sqrt{R^2 + (\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C})^2}. \quad (2-23)$$

Ефективната вредност на струјата ќе биде:

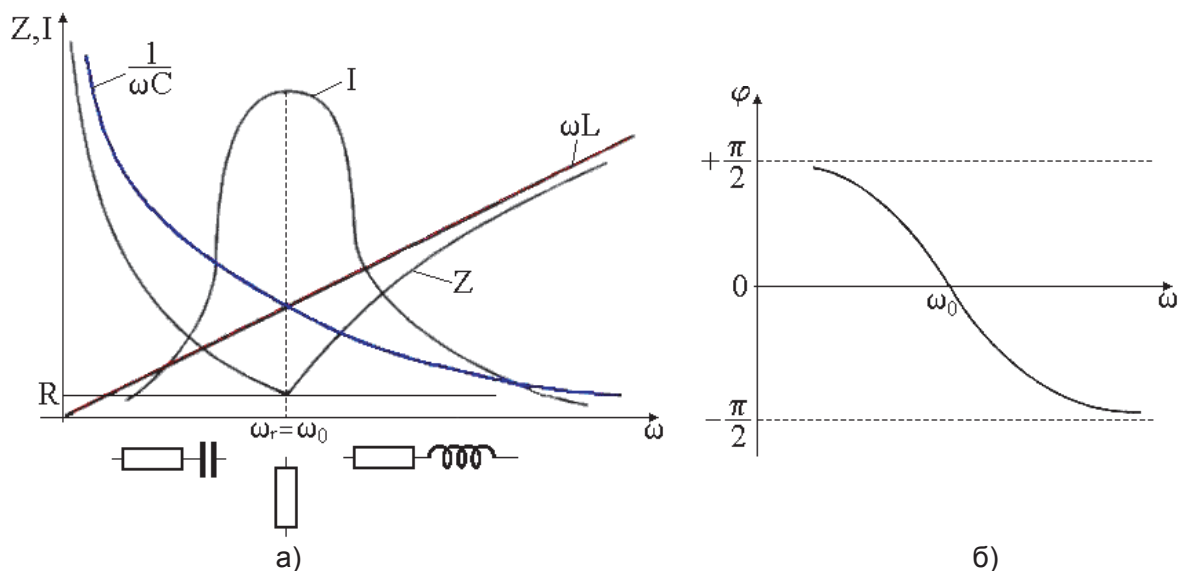
$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C})^2}}, \quad (2-24)$$

од каде се гледа дека струјата во колото зависи покрај од  $R$ ,  $L$  и  $C$ , и од фреквенцијата на генераторот ( $f_g$ ). Кога фреквенцијата на генераторот е еднаква со сопствената фреквенција на колото  $\omega_g = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_r$ , во колото настанува појава наречена **напонска резонанса**, а фреквенцијата што се јавува се вика **резонантна фреквенција**. Тогаш:

$$X_L = X_C, \quad Z = Z_{\min} = R \quad \text{и} \quad I = I_{\max} = \frac{U}{R}. \quad (2-25)$$

На сл. 2-20 а) и б) е прикажана зависноста на модулот на импедансата на колото и ефективната вредност на струјата, како и зависност на фазата од  $f_g$  ( $\omega_g$ ).

- ако  $\omega_g = \omega_r$ :  $X_L = X_C$ ;  $Z = Z_{\min} = R$ ;  $I = I_{\max} = \frac{U}{R}$ ;
- ако  $\omega_g < \omega_r$ :  $X_C > X_L$  и за  $f_g = 0$ ;  $Z = \infty$ ;  $I = 0$ , и
- ако  $\omega_g > \omega_r$ :  $X_C < X_L$  и за  $f_g = \infty$ ;  $Z = \infty$ ;  $I = 0$ .



Сл. 2-20 Зависност на импедансата, струјата и фазата од  $f_g$

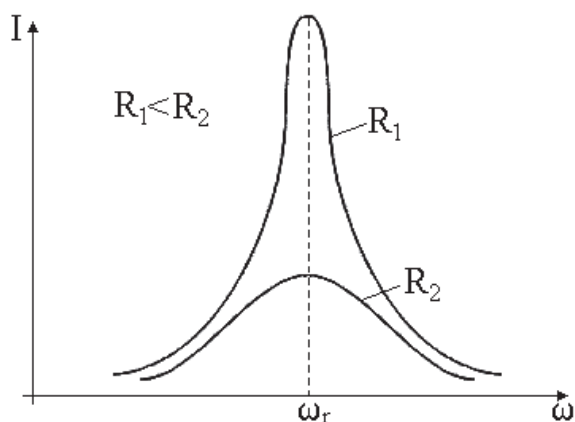
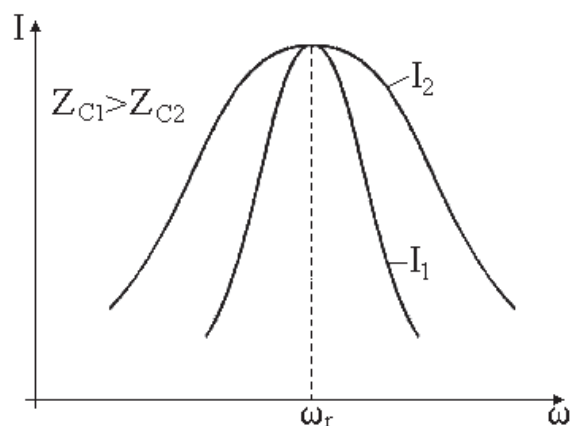
Во вториот случај импедансата има капацитивен карактер, модулот на импедансата расте па струјата опаѓа. За  $f_g = \infty$ , струјата е еднаква на нула, а фазната разлика меѓу струјата и напонот е  $\pi/2$ . Во третиот случај импедансата

има индуктивен карактер, нејзиниот модул повторно расте и струјата опаѓа, а фазната разлика се зголемува. Кога  $f_g = \infty$ , струјата е еднаква на нула и фазната разлика меѓу струјата и напонот е  $-\pi/2$ .

Зависноста на струјата во колото од фреквенцијата на генераторот во околината на резонантната фреквенција се прикажува со помош на **резонантните криви**.

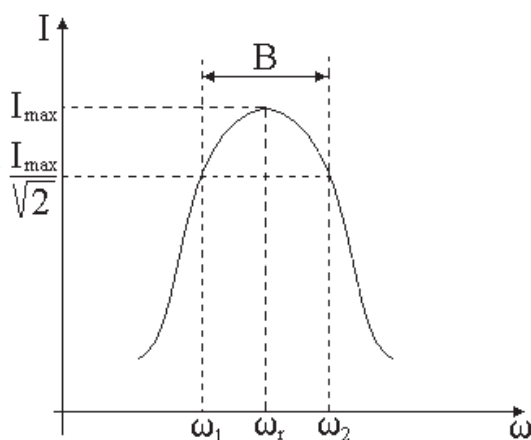
Ако различни осцилаторни кола имаат исти елементи  $L$  и  $C$ , а различни отпорности  $R$ , кривата ќе го менува обликот како на сл. 2-21.

Ако две осцилаторни кола имаат исти сопствени фреквенции односно важи  $L_1C_1 = L_2C_2$  и исти активни отпори  $R_1 = R_2$ , но притоа важи  $L_1 > L_2$ ,  $C_1 < C_2 \Rightarrow Z_{C1} > Z_{C2}$  (различни карактеристични импеданси), резонантните криви ќе имаат облик како на сл. 2-22.

Сл. 2-21 Зависност  $I=f(\omega)$ 

Сл. 2-22 Резонантни криви

Кај редното осцилаторно коло напонот нема да зависи од струјата само ако неговата внатрешна отпорност е многу помала од отпорноста  $R$ . Во тој случај струјата ќе зависи само од фреквенцијата и ќе биде најголема при резонанса во колото. Исто така, струјата ќе има доста голема вредност и при фреквенции блиски до резонантната фреквенција. Во пракса е одредено намалување на вредноста на струјата кое е дефинирано со една многу важна карактеристика на осцилаторното коло, а тоа е пропусниот опсег.



Сл. 2-23 Пропусен опсег на редно осцилаторно коло

**Пропусен опсег** на редно осцилаторно коло (B) е опсегот на фреквенции за кои струјата во колото не е помала од  $\frac{I_{\max}}{\sqrt{2}}$ , односно намалувањето на струјата е помало или еднакво на 3dB.  $I_{\max}$  е струја при резонанса. Од сл. 2-23 се гледа дека ширината на пропусниот опсег е

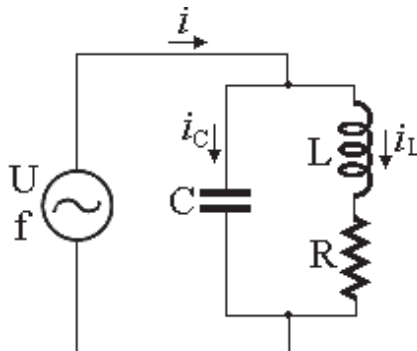
$$B = f_2 - f_1 = \frac{R}{2\pi \cdot L} = \frac{f_r}{Q}, \quad (2-26)$$

каде  $f_1$  и  $f_2$  се **гранични фреквенции** на пропусниот опсег.

Во врска со ширината на пропусниот опсег ќе дефинираме уште еден поим, а тоа е селективност на осцилаторното коло. **Селективност** е способност на колото да ги издвои струите со фреквенции блиски до резонантната односно нив да ги пропушти со што помало слабеење, а сите останати струи значително да ги ослабне. Селективноста зависи правопрпорционално од  $Q$  – факторот, а обратно пропорционално од ширината на пропусниот опсег. Со зголемување на стрмнината на резонантната крива, селективноста на колото се зголемува.

### 2.6.3 ПАРАЛЕЛНО ОСЦИЛАТОРНО КОЛО

На сл. 2-24 е прикажано паралелно осцилаторно коло. Во него калемот  $L$  и кондензаторот  $C$  се паралелно врзани со генераторот.



Сл. 2-24 Паралелно осцилаторно коло

При ова, претпоставуваме дека кондензаторот е идеален, а загубите во калемот се претставени со отпорник  $R$  врзан редно со калемот.

Импедансата во колото без загуби е:

$$\bar{Z} = \frac{1}{j\omega C + \frac{1}{j\omega L}}, \text{ а нејзиниот модул е } Z = \frac{1}{\omega C - \frac{1}{\omega L}} \quad (2-27)$$

Ефективната вредност на струјата  $i$  изнесува:  $I = \frac{U}{Z} = U \left( \omega C - \frac{1}{\omega L} \right)$ . Ова важи за идеално коло при  $R = 0$ . Кога фреквенцијата на генераторот е еднаква на сопствената фреквенција на колото:

$$\omega_g = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_r, \quad (2-28)$$

во колото настапува **струјна резонанса** или **антирезонанса**.



При антирезонанса модулот на импедансата е  $Z = \infty$ , а струјата е еднаква на нула ( $i = 0$ ). Низ калемот и кондензаторот течат струи  $i_L = -i_C \neq 0$ . Бидејќи сметаме дека колото е идеално, осцилациите продолжуваат и натаму без надворешно влијание.

Во случај кога се анализира реално коло, импедансата е:

$$\bar{Z} = \frac{(R + j\omega \cdot L) \cdot \frac{1}{j\omega \cdot C}}{R + j\omega \cdot L + \frac{1}{j\omega \cdot C}}, \quad (2-29)$$

при што можеме да сметаме дека загубите во калемот се многу мали така што важи  $R \ll \omega L$  и во броителот на импедансата  $R$  може да се занемари.

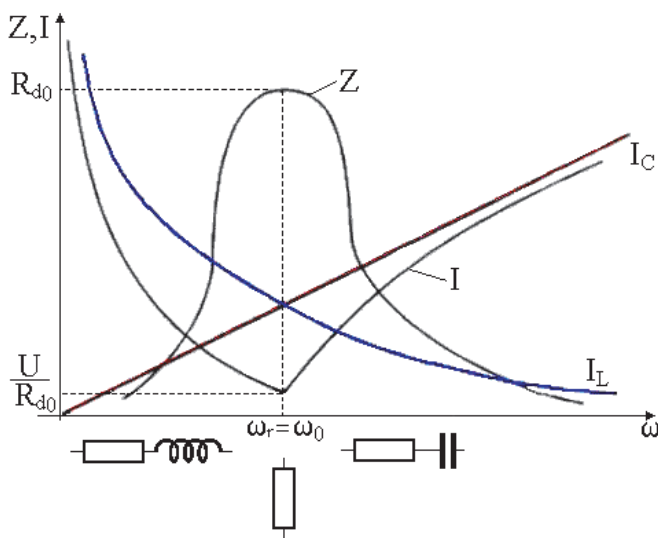
Кога во колото постои резонанса  $j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = 0$ , отпорноста  $R$  колку и да е мала не смее да се занемари, па импедансата  $Z$  ќе биде:

$$\bar{Z} = \frac{j\omega L \frac{1}{j\omega C}}{R + j\omega L \left(1 - \frac{1}{\omega^2 LC}\right)} = \frac{\frac{L}{C}}{R + j\omega L \left[1 - \left(\frac{\omega_r^2}{\omega^2}\right)\right]} = \frac{\frac{L}{RC}}{1 + \frac{j\omega L}{R} \left(1 - \frac{\omega_r^2}{\omega^2}\right)} \quad (2-30)$$

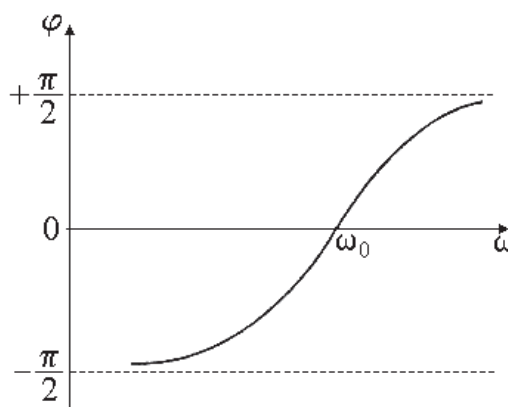
Изразот во броителот се дефинира како **динамичка отпорност**  $R_{d0} = \frac{L}{RC}$  на осцилаторното коло. При резонанса кога  $\omega_g = \omega_0$ , импедансата на колото е максимална и изнесува  $\bar{Z} = Z_{max} = R_{d0}$  бидејќи именителот на импедансата е еднаков на 1, а струјата во надворешното коло е минимална и е во фаза со напонот:

$$I_{min} = \frac{U}{Z_{max}} = \frac{U}{R_{d0}} \quad (2-31)$$

На сл. 2-25 и сл. 2-26 се претставени зависноста на струјата, импедансата и фазната разлика од фреквенцијата на генераторот.



Сл. 2-25 Зависност  $Z, I = f(\omega)$



Сл. 2-26 Зависност  $\phi = f(\omega)$

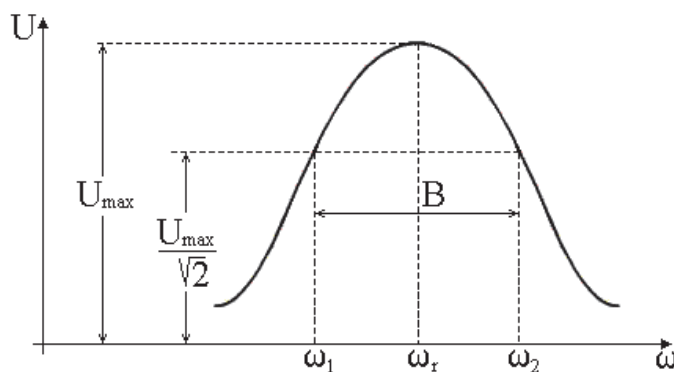
Од сл. 2-25 се гледа дека при фреквенции на генераторот помали од резонантната, колото има индуктивен карактер, а кога фреквенцијата на генераторот е поголема од резонантната фреквенција, колото има капацитивен карактер (преовладува струјата низ кондензаторот).

Од сл. 2-26 се гледа дека со зголемување на разликата меѓу фреквенцијата на генераторот и резонантната фреквенција, расте разликата меѓу струите  $i_L$  и  $i_C$ . Тоа предизвикува зголемување на струјата  $i$  во надворешното коло и пораст на фазната разлика меѓу струјата и напонот на генераторот.

Од сл. 2-27 ќе го дефинираме и пропусниот опсег на паралелното осцилаторно коло. Имено тој се дефинира како опсег на фреквенции за кои напонот на краевите од колото не е помал од  $\frac{U_{\max}}{\sqrt{2}}$ , каде  $U_{\max}$  е напон при резонанса. Ширината на пропусниот опсег кај паралелното осцилаторно коло е:

$$B = f_2 - f_1 = \frac{f_r}{Q} \quad (2-32)$$

каде  $Q$  е факторот на добротата.



Сл. 2-27 Зависност  $U=f(\omega)$

### ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ ЗА ПОВТОРУВАЊЕ

- 2.22. Што се слободни осцилации во просто осцилаторно коло?
- 2.23. Што се електромагнетни осцилации? Што е период на осцилации?
- 2.24. Кои осцилации се нарекуваат непридушени, а кои придушени?
- 2.25. Како се одредува фреквенцијата и периодот на слободните осцилации?
- 2.26. Како гласи Томсоновата формула?
- 2.27. Како се одредува карактеристичната импеданса на идеалното осцилаторно коло?
- 2.28. Кои се причините за загуба на енергија во осцилаторните кола?
- 2.29. Како се дефинира квалитетот на осцилаторното коло?
- 2.30. Кои осцилации се непридушени принудни осцилации?
- 2.31. Нацртај шема на редно осцилаторно коло?
- 2.32. Дефинирај напонска резонанса!
- 2.33. Колкава е струјата  $I$  и импедансата  $Z$  при резонантна фреквенција на редно осцилаторно коло?
- 2.34. Што се подразбира под резонантна крива на редно осцилаторно коло?

- 2.35. Како се дефинира ширината на пропусен опсег на редно осцилаторно коло?
- 2.36. Напиши ја равенката за пресметување на пропусниот опсег на редно осцилаторно коло.
- 2.37. Што е селективност на осцилаторно коло?
- 2.38. Нацртај шема на паралелно осцилаторно коло?
- 2.39. Дефинирај струјна резонанса!
- 2.40. Колкава е импедансата и струјата при резонантна фреквенција на паралелно осцилаторно коло?
- 2.41. Колкав е пропусниот опсег кај паралелно осцилаторно коло?
- 2.42. Како се дефинира резонантна крива кај паралелно осцилаторно коло?

## 2.7 ЕЛЕКТРИЧНИ ФИЛТРИ

Четворополите кои од сигнал со широк спектар на фреквенции издвојуваат само компоненти со одредени фреквенции, а останатите ги потиснуваат, се нарекуваат **електрични филтри**.

Според фреквенциите на компонентите што филтерот треба да ги пропушти разликуваме четири групи на филтри:

- ⇒ филтер пропусник на ниски фреквенции (FPNF),
- ⇒ филтер пропусник на високи фреквенции (FPVF),
- ⇒ филтер пропусник на опсег на фреквенции (FPOF), и
- ⇒ филтер непропусник на опсег на фреквенции (FNOF)

Според принципот на работа разликуваме **пасивни** и **активни** филтри.

Кај пасивните филтри корисниот сигнал се пропушта низ филтерот со што помало слабеење, а несаканите компоненти се ослабуваат што е можно повеќе.

Активните филтри го засилуваат корисниот сигнал, а ги ослабуваат несаканите компоненти. Пасивните филтри содржат пасивни елементи: ако се составени од калеми и кондензатори тоа се т.н. **LC филтри**, а ако се составени од отпорници и кондензатори тоа се **RC филтри**.

### 2.7.1 LC - ФИЛТРИ

LC - филтрите се изградени од калеми и кондензатори чија врска е во облик на **L** четворопол или во облик на симетрични **T** и **П** четворополи кои се нарекуваат **филтерски ќелии**. Во натамошната анализа ќе сметаме дека калемите и кондензаторите во LC – филтрите се идеални, т.е. загубите во нив се занемарливо мали. Бидејќи овие филтри се пасивни, нивниот пропусен опсег е оној опсег на фреквенции во кој слабеењето на филтерот е еднакво на нула ( $\alpha=0$ ).

Со анализа на изразите за карактеристичната импеданса и карактеристичната преносна функција на симетричен **T** и **П** четворопол се одредуваат условите од кои се добиваат граничните фреквенции:

$$\frac{\overline{Z_1}}{4Z_2} = -1 \text{ и } \frac{\overline{Z_1}}{4Z_2} = 0 \quad (2-33)$$

Карактеристичното фазно доцнење во пропусниот опсег изнесува:

$$\beta = \arccos\left(1 + \frac{\bar{Z}_1}{2Z_2}\right) \quad (2-34)$$

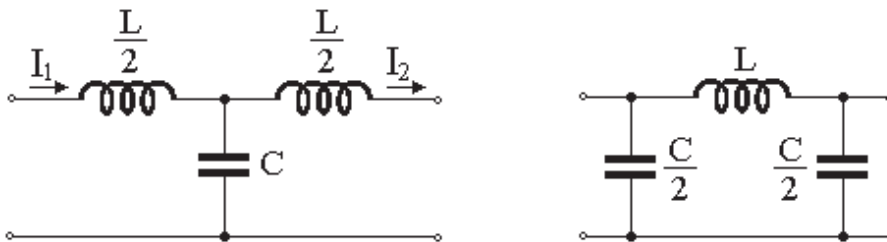
слабеењето  $\alpha=0$ , а карактеристичната импеданса на филтерската ќелија е чисто активна отпорност (реална величина).

Сите компоненти за чии фреквенции важи  $\frac{\bar{Z}_1}{4Z_2} < -1$  ќе бидат ослабени бидејќи тие се наоѓаат надвор од пропусниот опсег на филтерот.

Посебна група на LC – филтри се **К** – филтрите кај кои производот на импедансите на редните и паралелните гранки е константен ( $\bar{Z}_1 \cdot \bar{Z}_2 = \text{const}$ ) и не зависи од фреквенцијата.

### 2.7.1.1 К - ФИЛТЕР ПРОПУСНИК НА НИСКИ ФРЕКВЕНЦИИ

Кај LC – филтрите, за различни фреквенции, импедансите во редните и паралелните гранки на филтерските ќелии имаат различни вредности. Вредноста на тие импеданси се менува со промена на фреквенцијата. На сл. 2-28 се прикажани **Т** и **П** филтерски ќелии на филтер пропусник на ниски фреквенции



Сл. 2-28 **Т** и **П** филтерска ќелија на филтер пропусник на ниски фреквенции

Во редните гранки на ваквите филтерски ќелии има калемии, а во паралелните кондензатори. За струи со ниски фреквенции калемите претставуваат мала отпорност ( $X_L = 2\pi \cdot f \cdot L$ ), па тие струи ќе течат низ редните гранки, а струите низ паралелните гранки се занемарливо мали ( $X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}$ ). Затоа можеме да сметаме дека влезната и излезната струја се приближно еднакви, односно  $I_1 \approx I_2$ . Ова значи дека филтерот скоро целосно ја пропушта струјата со ниска фреквенција од влезот кон излезот.

За струи со високи фреквенции редните гранки претставуваат голема отпорност и струите низ нив се занемарливо мали. Струите со вака високи фреквенции ќе течат низ паралелните гранки. За високи фреквенции струјата на излезот е многу помала од струјата на влезот, т.е. постои слабење ( $I_1 > I_2$ ).

Кај **Т** и **П** филтерските ќелии вкупната индуктивност во редните гранки е  $L$  т.е.  $\bar{Z}_1 = j\omega \cdot L$ , а вкупната капацитивност во паралелните гранки е  $C$  т.е.  $\bar{Z}_2 = \frac{1}{j\omega \cdot C}$ .

Оттука за производот на импедансите се добива  $\bar{Z}_1 \bar{Z}_2 = \frac{L}{C} = R^2 = \text{const}$ .

Граничната фреквенција на пропусниот опсег се одредува од изразот:

$$\frac{\bar{Z}_1}{4\bar{Z}_2} = \frac{j\omega \cdot L}{4 \frac{1}{j\omega \cdot C}} = -\omega^2 \frac{LC}{4} = -1; \quad \omega_g = \frac{2}{\sqrt{LC}} \quad \text{или} \quad f_g = \frac{1}{\pi\sqrt{LC}} \quad (2-35)$$

Од изразот  $\frac{\bar{Z}}{4\bar{Z}_2} = 0$  се гледа дека долната гранична фреквенција е нула.

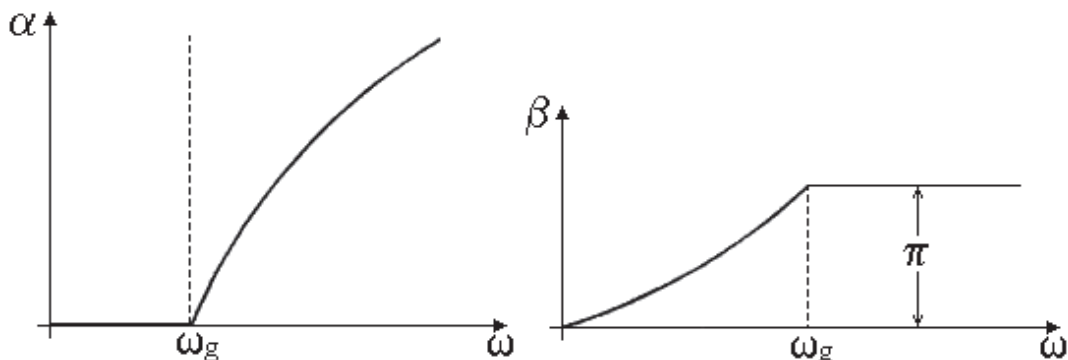
Филтерот во пропусниот опсег има слабеење еднакво на нула ( $\alpha=0$ ), а во непропусниот опсег слабеењето се одредува со изразот:

$$\alpha = 2\ln\left(\sqrt{\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2 - 1} + \frac{\omega}{\omega_g}\right) [N]. \quad (2-36)$$

Карактеристичното фазно доцнење во пропусниот опсег е дадено со изразот:

$$\beta = \arccos\left[1 - 2\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2\right] > 0, \quad \text{а во непропусниот опсег } \beta = \pi. \quad \text{Зависноста на слабеењето}$$

( $\alpha$ ) и карактеристичното фазно доцнење ( $\beta$ ) од фреквенцијата е прикажано на сл. 2-29.

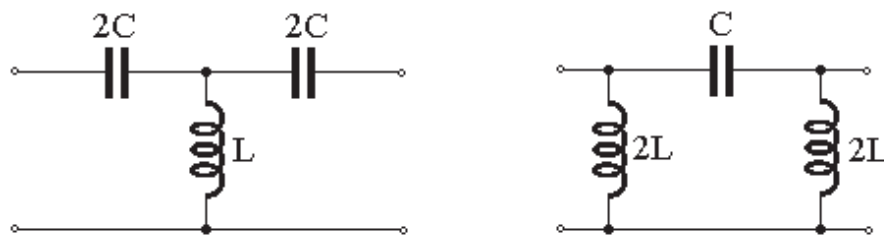


Сл. 2-29 Зависност на слабеењето и карактеристичното фазно доцнење од фреквенцијата

### 2.7.1.2 К - ФИЛТЕР ПРОПУСНИК НА ВИСОКИ ФРЕКВЕНЦИИ

Самото име на овој филтер значи дека тој ги пропушта само сигналите на високи фреквенции, а ги слабеа сигналите со ниски фреквенции.

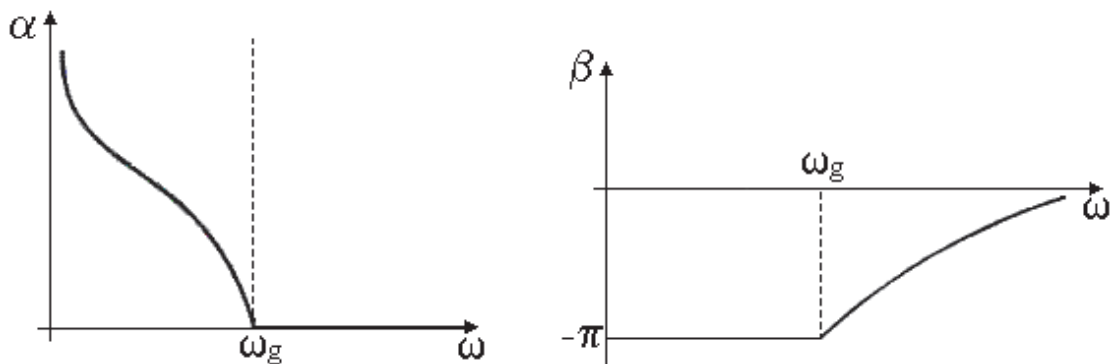
На сл. 2-30 прикажани се Т и П филтерски ќелии за филтер пропусник на високи фреквенции.



Сл. 2-30 Т и П ќелии на филтер пропусник на високи фреквенции

Редните гранки на ќелиите содржат кондензатори со вкупна капацитивност  $C$  и импеданса  $\bar{Z}_1 = \frac{1}{j\omega \cdot C}$ , а паралелните гранки содржат калеми со вкупна индуктивност  $L$  и импеданса  $\bar{Z}_2 = j\omega \cdot L$ . Со својата голема отпорност, редните гранки претставуваат пречка за течењето на струи со ниски фреквенции. Тие струи ќе течат низ паралелните гранки и тогаш ќе важи  $I_2 \ll I_1$ . За струи со високи фреквенции отпорноста на редните гранки е мала, а на паралелните гранки е голема. Струите со високи фреквенции ќе течат низ редните гранки, така што филтерот ќе ја пропушта скоро цела влезна струја кон излезот  $I_2 \approx I_1$ . Значи во овој случај струите со ниски фреквенции ќе бидат значително ослабени, а VF струите протекуваат без слабеење.

Зависноста на карактеристичното слабеење  $\alpha$  и карактеристичното фазно доцнење  $\beta$  се дадени на сл. 2-31.



Сл. 2-31 Зависност на слабеењето  $\alpha$  и карактеристичното фазно доцнење  $\beta$  од фреквенцијата

Релациите за карактеристичното слабеење, карактеристичното фазно доцнење и граничната фреквенција се:

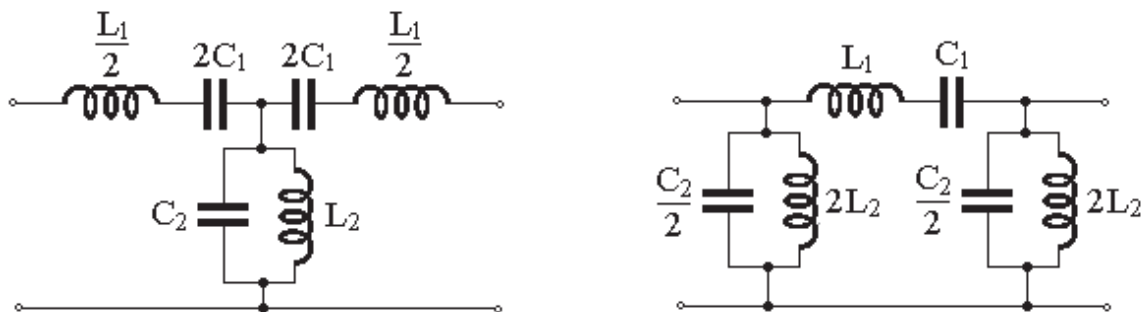
$$\alpha = 2 \ln \left[ \sqrt{\left(\frac{\omega_g}{\omega}\right)^2 - 1} + \frac{\omega_g}{\omega} \right] [N]; \quad \beta = \arccos \left[ 1 - \left(2 \frac{\omega_g}{\omega}\right)^2 \right] < 0; \quad f_g = \frac{1}{4\pi\sqrt{LC}} \quad (2-37)$$

### 2.7.1.3 К - ФИЛТЕР ПРОПУСНИК НА ОПСЕГ НА ФРЕКВЕНЦИИ

Филтерот пропусник на опсег на фреквенции, од сложен сигнал со различни фреквенции ги пропушта само оние компоненти чии фреквенции се наоѓаат во некој опсег на фреквенции. Тој опсег на фреквенции е ограничен со две гранични фреквенции  $\omega_{g1}$  и  $\omega_{g2}$ . Филтерот ги слабеа сите останати компоненти чии фреквенции се надвор од тој опсег.

На сл. 2-32 се прикажани Т и П филтерски ќелии за филтер пропусник на опсег на фреквенции.

Во редните гранки на филтерските ќелии се наоѓаат редни осцилаторни кола, а во паралелните гранки паралелни осцилаторни кола. Во случај на резонанса, редното осцилаторно коло има многу мала импеданса, а импедансата на паралелното осцилаторно коло е многу голема. Ако се оддалечуваме од резонантната фреквенција импедансата на редното осцилаторно коло нагло расте, а на паралелното осцилаторно коло нагло опаѓа.



Сл. 2-32 Т и П филтерски ќелии на филтер пропусник на опсег на фреквенции

Резонантните фреквенции на редните и паралелните осцилаторни кола треба да се еднакви и таквата фреквенција се нарекува **средна фреквенција**:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{\frac{L_1}{2} 2C_1}} = \frac{1}{\sqrt{2L_2 \frac{C_2}{2}}} \quad (2-38)$$

За да важи претходното равенство треба да е исполнето:  $L_1 C_1 = L_2 C_2$ .

Вкупната импеданса на редните гранки на филтерските ќелии е:

$$\bar{Z}_1 = j\omega \cdot L_1 \left[ 1 - \left( \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 \right], \text{ а на паралелните: } \bar{Z}_2 = \frac{1}{j\omega \cdot C_2} \cdot \frac{1}{1 - \left( \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2} \quad (2-39)$$

Од равенките за импедансите и условите за граничните фреквенции се добиваат равенките за граничните фреквенции:

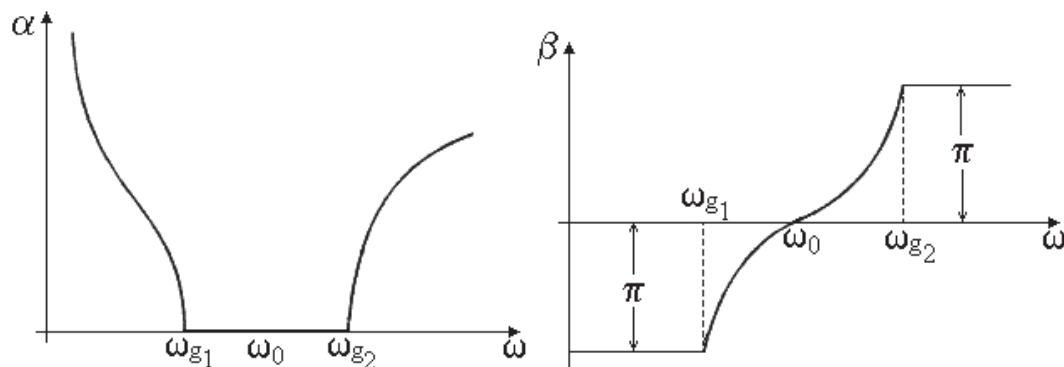
$$\omega_{g1} = \omega_0 \cdot \left( \sqrt{1 + \frac{L_2}{L_1}} - \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \right) \text{ и } \omega_{g2} = \omega_0 \cdot \left( \sqrt{1 + \frac{L_2}{L_1}} + \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \right). \quad (2-40)$$

Од овие равенки може да се покаже дека  $\omega_0 = \sqrt{\omega_{g1} \omega_{g2}}$ .

Ширината на пропусниот опсег ќе биде:

$$B = f_{g2} - f_{g1} = 2f_0 \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}. \quad (2-41)$$

Зависноста на карактеристичното слабеење и фазното доцнење од фреквенцијата за филтерот пропусник на опсег е прикажано на сл. 2-33.



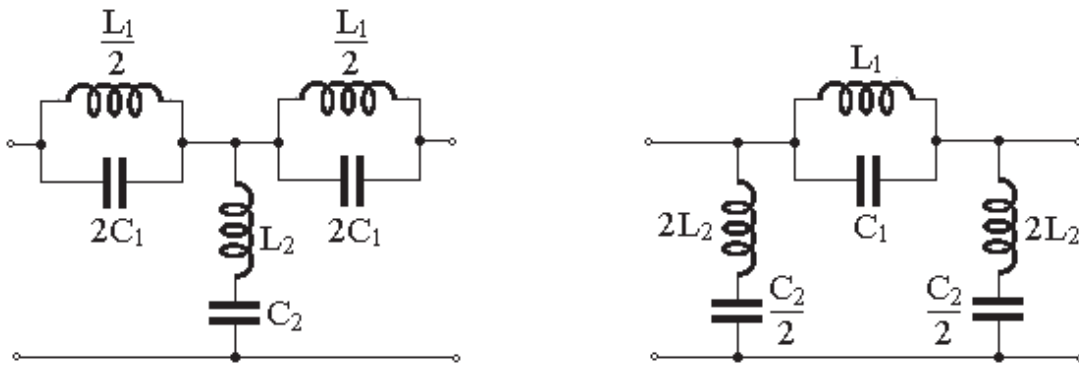
Сл. 2-33 Зависност на слабеењето и фазното доцнење кај FPOF

### 2.7.1.4 К - ФИЛТЕР НЕПРОПУСНИК НА ОПСЕГ НА ФРЕКВЕНЦИИ

Овој филтер ги слабеет сите компоненти од сложениот сигнал чии фреквенции се наоѓаат во некој опсег на фреквенции ограничен со граничните фреквенции  $\omega_{g1}$  и  $\omega_{g2}$ , а сите останати компоненти надвор од тој опсег ги пропушта без слабевање. Т и П филтерските ќелии во редните гранки содржат паралелни осцилаторни кола, а во паралелните гранки редни осцилаторни кола. И овде треба да е задоволен условот резонантните фреквенции во редните и паралелните осцилаторни да се еднакви, односно да важи релацијата:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} \quad (2-42)$$

На сл. 2-34 прикажани се Т и П филтерски ќелии за филтер непропусник на опсег на фреквенции.



Сл. 2-34 Т и П филтерски ќелии на филтер непропусник на опсег

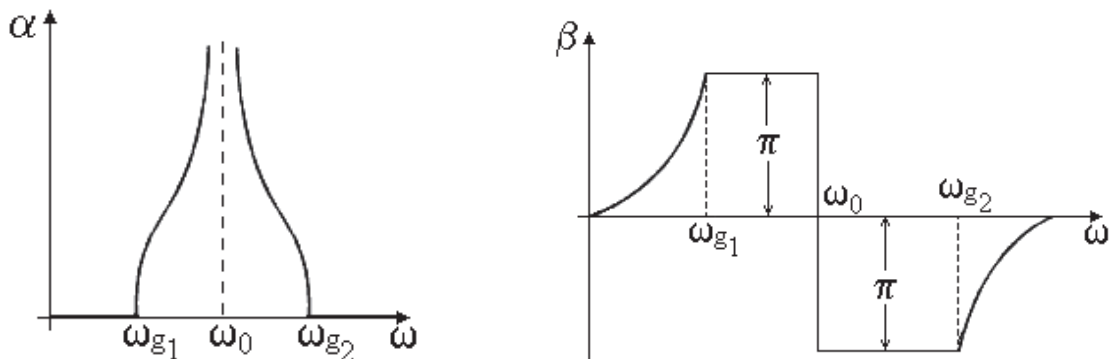
Ширината на пропусниот опсег за овај филтер е:

$$B = f_{g2} - f_{g1} = \frac{f_0}{2} \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \quad (2-43)$$

Граничните фреквенции филтерот непропусник на опсег се:

$$f_{g1} = f_0 \cdot \left( \sqrt{1 + \frac{L_1}{16L_2}} - \sqrt{\frac{L_1}{16L_2}} \right) \text{ и } f_{g2} = f_0 \cdot \left( \sqrt{1 + \frac{L_1}{16L_2}} + \sqrt{\frac{L_1}{16L_2}} \right) \quad (2-44)$$

Зависноста на карактеристичното слабевање и карактеристичното фазно доцнење во функција од фреквенцијата се прикажани на сл. 2-35.



Сл. 2-35 Зависност на слабењето и фазното доцнење од фреквенцијата кај FNOF

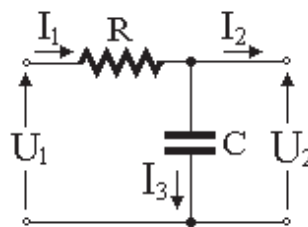


### 2.7.2 ОТПОРНИЧКО – КАПАЦИТИВНИ (RC и CR) ФИЛТРИ

**RC филтрите** се состојат од R и C елементи и се користат при ниски фреквенции. Во отпорникот кај RC филтрите се јавуваат загуби и заради тоа не постои пропусен опсег при кој слабеењето е нула (како кај LC филтрите). Тоа е причината што пропусниот опсег и граничните фреквенции кај ваквите филтри се дефинираат на поинаков начин.

Пропусниот опсег на RC филтер е опсег на фреквенции во кој излезниот напон  $U_2$  е поголем или еднаков на  $\frac{U_1}{\sqrt{2}}$ ; ( $U_2 \geq \frac{U_1}{\sqrt{2}}$ ) т.е.  $\alpha < 3\text{dB}$ .

На сл. 2-36 даден е RC филтер пропусник на ниски фреквенции.



Сл. 2-36 RC филтер пропусник на ниски фреквенции

Ако отпорноста на потрошувачот на излезот е многу голема тогаш  $I_2 \ll I_3$ , па  $I_1 \approx I_3 = I$ . Тогаш:

$$\bar{U}_1 = \left( R + \frac{1}{j\omega \cdot C} \right) \bar{I} \Rightarrow \bar{I} = \frac{\bar{U}_1}{R + \frac{1}{j\omega \cdot C}}, \text{ а модулот на струјата ќе биде даден како:}$$

$$I = \frac{U_1}{\sqrt{R^2 + \left( \frac{1}{\omega \cdot C} \right)^2}} \quad (2-45)$$

Напонот на излез ќе биде:

$$U_2 = X_c I = \frac{1}{\omega C} \frac{U_1}{\sqrt{R^2 + \left( \frac{1}{\omega \cdot C} \right)^2}} \quad (2-46)$$

Од претходната релација за модулот на напонот се гледа дека излезниот напон опаѓа, односно дека слабеењето на филтерот расте со зголемување на фреквенцијата.

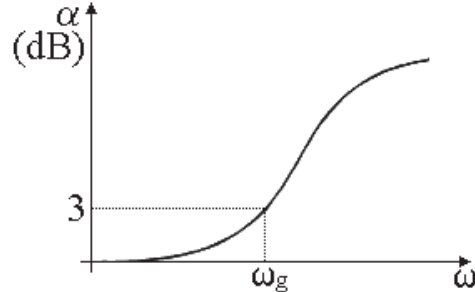
Граничната фреквенција се добива од условот  $U_2 = \frac{U_1}{\sqrt{2}}$ , со што се добива:

$$\omega_g = \frac{1}{RC}, \text{ или } f_g = \frac{1}{2\pi \cdot RC}. \quad (2-47)$$

Слабењето изразено во dB се пресметува според изразот:

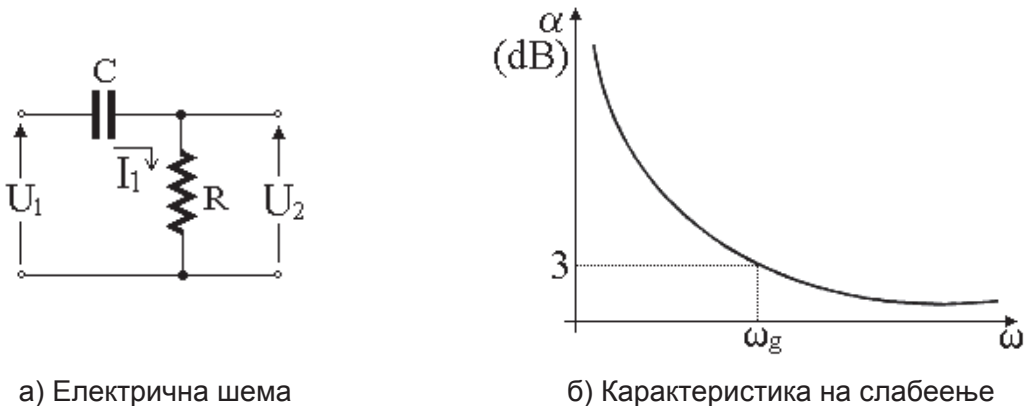
$$\alpha = 20 \log \frac{U_1}{U_2} = 10 \log [1 + (\omega \cdot RC)^2]. \quad (2-48)$$

Зависноста на слабењето на RC филтер пропусник на ниски фреквенции е прикажана на сл. 2-37.



Сл. 2-37 Зависност на слабењето кај RC филтер пропусник на ниски фреквенции

Со замена на местата на кондензаторот и отпорникот од сл. 2-36 се добива CR филтер пропусник на високи фреквенции. На сл.2-38 а) и б) се прикажани L-ќелија на CR филтер пропусник на високи фреквенции и неговата карактеристиката на слабење.

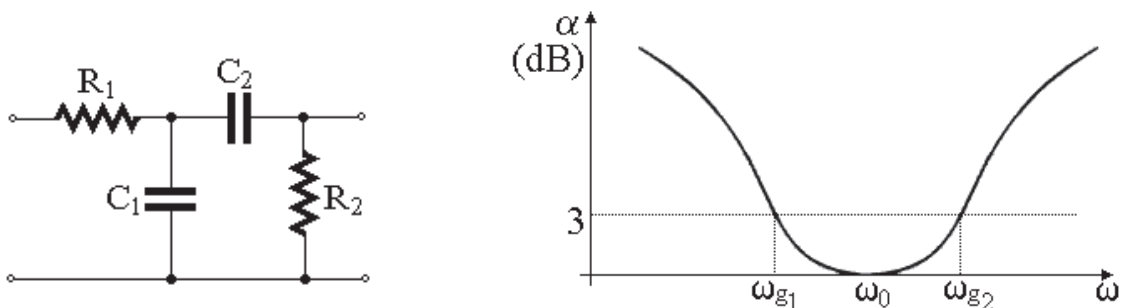


а) Електрична шема

б) Карактеристика на слабење

Сл. 2-38 L ќелија на CR филтер пропусник на високи фреквенции

Ако се направи каскадна врска на CR филтер пропусник на високи фреквенции и RC филтер пропусник на ниски фреквенции ќе се добие RC филтер пропусник на опсег на фреквенции кој е прикажан на сл. 2-39. Кај ваквиот филтер ако важи  $\omega_{g2} > 10\omega_{g1}$ , тогаш долната гранична фреквенција е еднаква на граничната фреквенција на филтерот пропусник на високи фреквенции. Неговата горна гранична фреквенција е еднаква на горната гранична фреквенција на филтерот пропусник на ниски фреквенции.



Сл. 2-39 RC филтер пропусник на опсег на фреквенции

## ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ ЗА ПОВТОРУВАЊЕ

- 2.43. Што е електричен филтер? Која е разликата меѓу активните и пасивните филтри?
- 2.44. Кои филтри ги нарекуваме  $k$  – филтри?
- 2.45. Нацртај и означи ги елементите на  $k$  – филтер пропусник на ниски фреквенции. Какви отпорности се редните гранки за ниски фреквенции, а какви за високи фреквенции?
- 2.46. Колкава е долната гранична фреквенција кај  $k$  – филтер пропусник на ниски фреквенции?
- 2.47. Објасни ја зависноста на слабењето од фреквенцијата на FPNF?
- 2.48. Нацртај и означи ги елементите на кај  $k$  – филтер пропусник на високи фреквенции. Какви отпорности се редните гранки за ниски, а какви за високи фреквенции кај  $k$  – филтер пропусник на ниски фреквенции?
- 2.49. Напиши ја равенката за пресметување на граничната фреквенција кај  $k$  – филтер пропусник на високи фреквенции?
- 2.50. Нацртај и означи ги елементите на  $k$  – филтер пропусник на опсег на фреквенции? Како се дефинира и пресметува средна фреквенција на FPOF? Како се пресметува ширината на неговиот пропусен опсег?
- 2.51. Како се дефинира FNOF? Што има во редните и паралелните гранки на филтерот FNOF?
- 2.52. Како се дефинира и пресметува средна фреквенција на FNOF?
- 2.53. Како се пресметува ширината на пропусниот опсег на FNOF?
- 2.54. На што е еднаква и од кој услов се одредува граничната фреквенција кај RC филтрите?
- 2.55. Нацртај шема на CR филтер пропусник на високи фреквенции.
- 2.56. Нацртај шема на RC филтер пропусник на ниски фреквенции.

## 2.8 ЛИНЕАРНИ КОЛА ЗА ОБЛИКУВАЊЕ

Колата кои се составени од пасивни реактивни елементи: кондензатори и(или) калеми и отпорници покажуваат особини на линеарност и затоа се нарекуваат *линеарни кола* или *линеарни мрежи за обликување*. Овие кола уште се нарекуваат и *акумулациони мрежи*, бидејќи реактивните елементи имаат својство да акумулираат енергија: електростатичка во кондензаторот, а електромагнетна во калемот. Благодарение на оваа акумулирана енергија енергетската состојба на акумулационите мрежи не може моментално да се промени. Ова укажува на тоа дека овие мрежи покажуваат одредена инертност, така што промената на состојбата кај овие кола бара одреден временски период. Значи, акумулационите мрежи во основа се временски мрежи и како такви се јавуваат во сите електронски кола за генерирање на напонски импулси со определено времетраење.

Ако некоја акумулациона мрежа се побуди со простопериодичен електричен сигнал со одредена фреквенција, на излезот од колото ќе се добие сигнал со ист облик и фреквенција како влезниот сигнал, само различна амплитуда и некое фазно поместување. Ова значи дека синусоидалните сигнали не го менуваат својот облик при минувањето низ линеарна временска мрежа. Меѓутоа, кога несинусоидалните сигнали се пропуштат низ некоја акумулациона мрежа тие

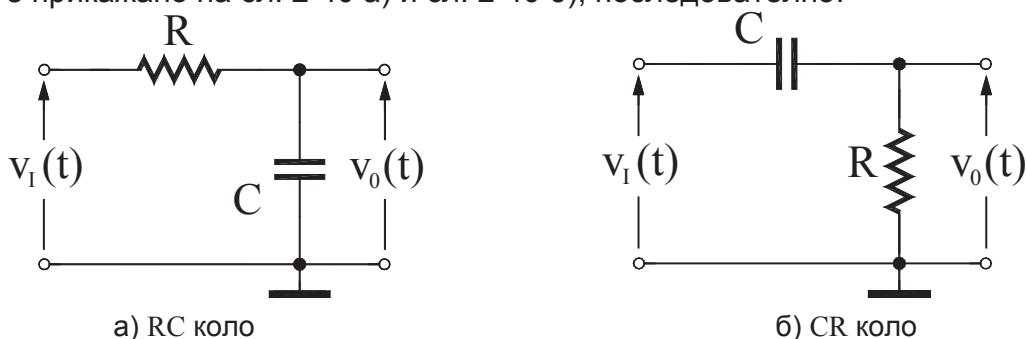
претрпуваат измени не само во амплитудата, туку и во обликот. Ова произлегува од фактот што акумулационата мрежа не дејствува подеднакво на сите хармониски компоненти кои влегуваат во составот на фреквентниот спектар на несинусоидалниот побуден сигнал. На ова својство, всушност, и се базира можноста за примена на линеарните акумулациони мрежи како кола за обликување на напони.

Кај акумулационите мрежи како реактивен елемент многу почесто се јавува кондензаторот, а поретко калемот. Тоа се должи на едноставната изработка на кондензаторот било во дискретна или интегрирана техника, малите димензии и ниската цена на чинење. Од овие причини ќе се задржиме на елементарните примери за капацитивни мрежи кај кои акумулациониот елемент е кондензаторот. Неговата енергетска состојба зависи од струјата што тече низ него, бидејќи промената на напонот на неговите краеве  $u_c(t)$  е пропорционална со интегралот од струјата  $i_c(t)$ .

За промена на енергетската состојба на кондензаторот, било тој да се полни или празни, потребно е некое конечно време. Од ова произлегува дека не постои можност напонот на кондензаторот моментално да се промени што математички може да се опише со равенката  $u_c(t_{0-}) = u_c(t_{0+})$ , каде што  $t_0$  е било кој момент од временската оска  $t$ . Во равенката со  $u_c(t_0 -)$  е означен напонот на кондензаторот непосредно пред моментот на разгледувањето  $t_0$  за кој вообичаено се зема 0 ( $t_0=0$ ), додека  $u_c(t_0 +)$  го означува напонот на кондензаторот непосредно по тој момент. Според ова, промената на напонот на кондензаторот може да биде само континуирана (непрекината). Тоа значи дека евентуалната нагла промена на потенцијалот од едната страна на кондензаторот мора да ја следи иста таква моментална промена на потенцијалот на другата страна. Скокот на потенцијалот од едниот крај на кондензаторот целосно се пренесува на неговиот друг крај така што напонот на него останува непроменет и тој во дадениот момент да се однесува како куса врска,

Отпорникот  $R$  е вториот пасивен елемент кој се јавува во капацитивната мрежа. Зависноста помеѓу напонот на неговите краеве  $u_R(t)$  и струјата  $i_R(t)$  што тече низ него е линеарна и пропорционална со отпорноста  $R$ , според Омовиот закон  $u_R(t) = Ri_R(t)$ .

Наједноставните капацитивни кола за обликување се реализираат со примена на еден отпорник ( $R$ ) и еден кондензатор ( $C$ ). Постојат две можности за нивно различно поврзување. Кај т.н. RC коло, побудниот напон  $v_I(t)$  се носи преку отпорникот  $R$ , а излезниот напон  $v_O(t)$  се зема од кондензаторот  $C$ , додека кај CR колото влезот доаѓа преку кондензаторот  $C$ , а одзивот се зема од отпорникот  $R$ , како што е прикажано на сл. 2-40 а) и сл. 2-40 б), последователно.



Сл. 2-40 Елементарни отпорничко-капацитивни кола

Во практиката и за двете конфигурации се користи терминот RC кола, а однесувањето на мрежата ќе зависи од конкретниот начин на поврзување, односно од елементот од кој се зема излезниот напон.

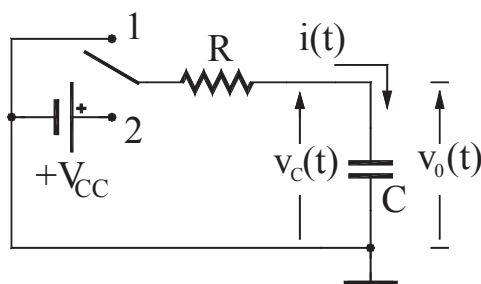
### 2.8.1 RC КОЛО

Однесувањето на RC колото ќе го анализираме применувајќи ја неговата електрична шема прикажана на сл. 2-40 а), со доведување на различни карактеристични облици на напони на неговиот влез.

#### 2.8.1.1 ОДСИВ НА RC КОЛОТО НА ХЕВИСАЈДОВ НАПОН

Хевисајдовата напонска побуда или отскочната функција со која се побудува RC колото може едноставно да се реализира со еднонасочен напонски извор  $+V_{CC}$  и прекинувач  $S$  како што е прикажано на сл. 2-41. Знаејќи ја амплитудно-фреквентната карактеристика на RC колото, може да заклучиме дека на излезот ќе се појави променет облик на влезниот напон, на кого ќе му недостасуваат спектралните компоненти со високи фреквенции.

Пред да почнеме со анализата на принципот на работа на колото, ќе претпоставиме дека сè до моментот на разгледување  $t = 0$  прекинувачот се наоѓа во положба 1 ( $S=1$ ) и кондензаторот е празен.



Сл. 2-41 Побудување на RC коло со Хевисајдов напон

Во моментот  $t=0$  прекинувачот моментално ја менува положбата и од  $S=1$  се префрлува на  $S=2$ . На влезот се јавува отскочна побуда со високо ниво  $+V_{CC}$  и кондензаторот почнува да се полни. Напонот на неговите краеве  $u_c(t)$  е всушност излезен напон ( $u_c(t) = v_o(t)$ ), па така на излезот се добива експоненцијална временска функција чиј аналитички израз е даден со равенката (2-49).

$$v_o = v_o(\infty) - [v_o(\infty) - v_o(0+)] \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (2-49)$$

Времето потребно да се наполни кондензаторот претставува преодна состојба која трае конечен, но многу кус временски период. По завршувањето на преодната состојба колото се смирува и влегува во стационарна состојба кога низ него повеќе не тече струја. Бидејќи кондензаторот ќе се наполни тој ќе може да се еквивалентира со прекинатото коло.

Во равенката (2-49) фигурираат три константи,  $v_o(0+)$ ,  $\tau$  и  $v_o(\infty)$  од чии вредности зависи конкретниот бранов облик на одзивот, т.е. неговиот временски дијаграм.

1. Константата  $v_0(0+)$  ја претставува почетната вредност на излезниот напон, а со тоа и на напонот на кондензаторот и ја означува вредноста на напонот во почетниот момент  $t = 0$  непосредно по наглата промена на влезниот напон. За одредување на  $v_0(0+)$ , прво треба да го пресметаме напонот на неговите краеве  $u_C(t)$  сè до моментот непосредно пред скокот ( $t = 0-$ ),  $u_C(0-)$ . Тој напон ќе биде 0 бидејќи кондензаторот бил празен, од каде е јасно дека во  $t = 0-$ , излезот ќе биде  $v_0(0-) = 0$ .

Во моментот  $t = 0$ , прекинувачот се менува од положба  $S=1$  во  $S=2$ , па влезот скоковито се менува од 0 на  $+V_{CC}$ , но напонот на кондензаторот не може скоковито да се промени, така што и во моментот непосредно по скокот  $t = 0+$  напонот на неговите краеве  $u_C(t)$  ќе остане еднаков со напонот непосредно пред скокот кој беше нула, па така  $u_C(0+) = u_C(0-) = 0$ . Оваа вредност важи и за излезот  $v_0$ ,  $v_0(0+) = 0$ .

2. Константата  $v_0(\infty)$  ја претставува крајната вредност на излезниот напон, а со тоа и на напонот на кондензаторот, која се одредува со настапувањето на стационарната состојба. Теоретски тоа е вредноста на напонот по бесконечно долго време  $t \rightarrow \infty$ . Тогаш низ кондензаторот повеќе не тече струја, тој се наполнил, и истиот се еквивалентира со прекинато коло:  $i_C(\infty) = 0$ . Последица на ова е и фактот што во  $t \rightarrow \infty$  струја нема да тече и низ отпорникот  $R$ , напонот на неговите краеве ќе биде нула [ $u_R(\infty) = 0$ ], па напонот на кондензаторот, т.е. излезниот напон ќе биде  $u_C(\infty) = v_0(\infty) = +V_{CC}$ . Практично, настапувањето на оваа стационарна состојба зависи од времетраењето на преодниот процес, кој од своја страна е определен со вредноста на временската константата на колото  $\tau$ .

3. Вредноста  $\tau$  ја претставува временската константата на колото која се пресметува така што прво се анулира дејството на независните генератори, а потоа се определува еквивалентната отпорност и еквивалентната капацитивност на колото кои треба меѓусебно да се помножат. Во наведениот пример за  $\tau$  ќе важи изразот  $\tau = RC$  кој на индиректен начин ја покажува патеката на полнење на кондензаторот. Ако отпорноста е дадена во [ $\Omega$ ], капацитивноста во [ $F$ ], единицата за временската константа ќе биде секунда [ $s$ ].

Да резимираме: во моментот  $t = 0+$  се вклучува влезниот напон  $+V_{CC}$  и во колото почнува да тече струја преку отпорникот  $R$  која го полни кондензаторот  $C$ . Ова е преодната состојба на колото и кондензаторот се полни со временска константа  $\tau = RC$ . Временската константа се одредува така што напонскиот генератор  $+V_{CC}$  се еквивалентира со куса врска, и се формира производ од отпорноста и капацитивноста на колото.

Времетраењето на преодната состојба, според равенката (2-49) теоретски трае бесконечно долго, но практично зависи од вредноста на временската константа  $\tau$ . Имено, колку е поголема вредноста на  $\tau$ , толку подолго трае преодниот процес на полнење и обратно. Во табелата 4-1 е прикажано нивото на излезниот напон по времетраење од 1, 2, 3, 4 и 5 временски константни.

$t [\tau]$	1	2	3	4	5
$v_0(t) [V_{CC}]$	63%	86%	95%	98%	99%

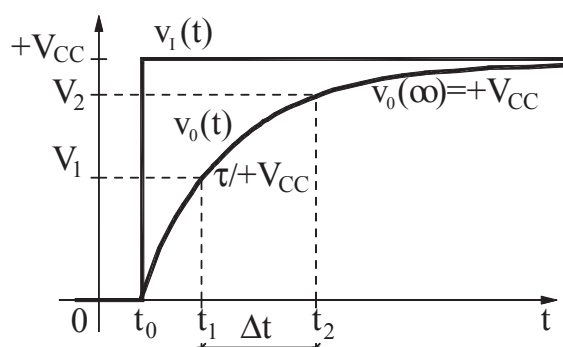
Таб. 4-1

Од табелата се забележува дека од практичен аспект полнењето на кондензаторот завршува за три до пет временски константи, а не во  $t \rightarrow \infty$ . Во врска со ова се дефинира *време на смирување* на колото  $t_{SM}$  и претставува потребно време за да настапи стационарната состојба, т.е. да се наполни кондензаторот. Вообичаено, зе време на смирување на колото се зема временски интервал од  $3\tau$  или за поголема прецизност  $5\tau$ .

Со замена на добиените вредности за  $v_0(0+)$ ,  $\tau$ ,  $v_0(\infty)$  во равенката (2-49) ќе го добиеме аналитичкиот израз на излезниот напон:

$$v_0(t) = V_{CC} \cdot \left[ 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right] \quad (2-50)$$

Временскиот дијаграм на излезниот напон претставува растечка експоненцијална функција која е прикажана на сл.2-42 за која важи  $V_1 = +V_{CC}$ .



Сл. 2-42 Временски дијаграм на напонот кај RC коло побудено со Хевисајдова функција

Равенката со која се одредува периодот  $\Delta t$  се изведува поаѓајќи од равенката (2-49), така што за временската разлика  $\Delta t$  се добива изразот

$$\Delta t = \tau \cdot \ln \frac{|v_0(\infty) - V_1|}{|v_0(\infty) - V_2|} \quad (2-51)$$

Оваа равенка (2-51) е исклучително важна и може да се применува во општ случај кај било кое RC коло. Таа важи како за полнење, така и за празнење на кондензатор, и за позитивни и за негативни вредности на нивоата  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $v_0(\infty)$ , при што конкретните вредности се заменуваат вклучувајќи го и знакот.

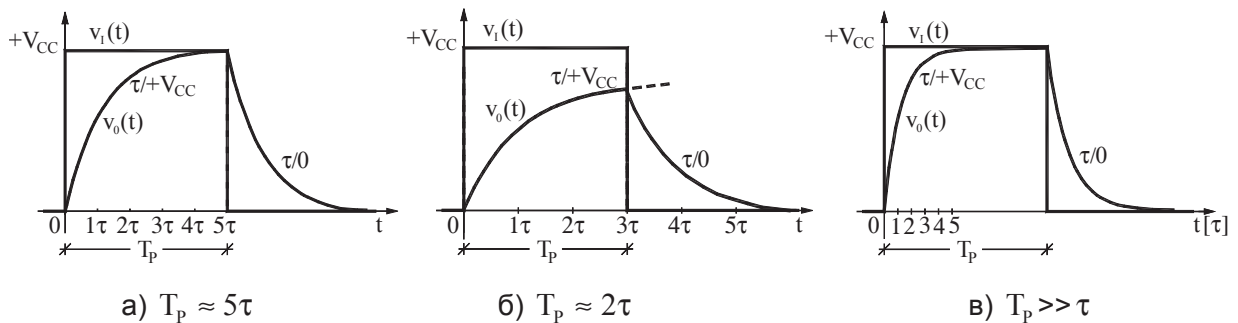
### 2.8.1.2 ОДЗИВ НА RC КОЛОТО НА ПРАВОАГОЛЕН НАПОНСКИ ИМПУЛС

За брановиот облик на правоаголниот импулс со кој се побудува RC колото ќе претпоставиме дека има амплитуда  $+V_{CC}$  и времетраење  $T_p$ , а се јавува во моментот  $t = 0$ . Истиот се реализира со примена на колото прикажано на сл. 2-41. При анализата претпоставуваме дека пред доаѓањето на предниот (растечкиот, позитивниот) раб на импулсот, т.е. сè до моментот  $t = 0^-$ , прекинувачот е во положба  $S=1$  кога влезниот напон е нула, а кондензаторот е празен и излезниот напон е нула  $[v_0(0^-) = 0]$ .

Предниот раб на импулсот се појавува во  $t = 0$ , бидејќи прекинувачот оди во положба  $S=2$  кога на влезот се појавува еднонасочно ниво  $+V_{CC}$ . Сега кондензаторот почнува да се полни од почетна вредност 0 кон крајната вредност  $+V_{CC}$  со временска константа  $\tau = RC$ .

Ова трае сè до моментот  $t = T_p$  кога прекинувачот повторно се враќа во положба  $S=1$ . Сега влезниот напон повторно паѓа на нула што резултира со појава на заден (опаѓачки, негативен) раб на импулсот. Сега кондензаторот се празни преку отпорникот  $R$  и ја ослободува акумулираната електростатичка енергија. Напонот почнува да опаѓа од почетна вредност  $v_o(T_p)$  (вредност која беше стигната при полнењето во моментот  $t = T_p$ ), со временска константа  $\tau = RC$  кон крајна вредност нула,  $v_o(\infty) = 0V$ .

Нивото од кое ќе почне празнењето зависи од односот на времетраењето на импулсот  $T_p$  и временската константа  $\tau$ . Тоа најдобро се гледа од временските дијаграми на излезниот напон  $v_o(t)$  кои се нацртани на сл. 2-43 а), б) и в). На сликите се прикажани излезни бранови облици за различни временски константи, споредени со времетраењето на импулсот  $T_p$ . За брановиот облик од сл. 2-43 а) е претпоставено дека  $T_p \approx 5\tau$ , за сл. 2-43 б) важи  $T_p \approx 2\tau$ , додека за сл. 2-43 в) е исполнет условот  $T_p \gg \tau$ .



Сл. 2-43 Временски дијаграми на влезниот правоаголен напонски импулс и излезните бранови облици кај RC коло за различни временски константи

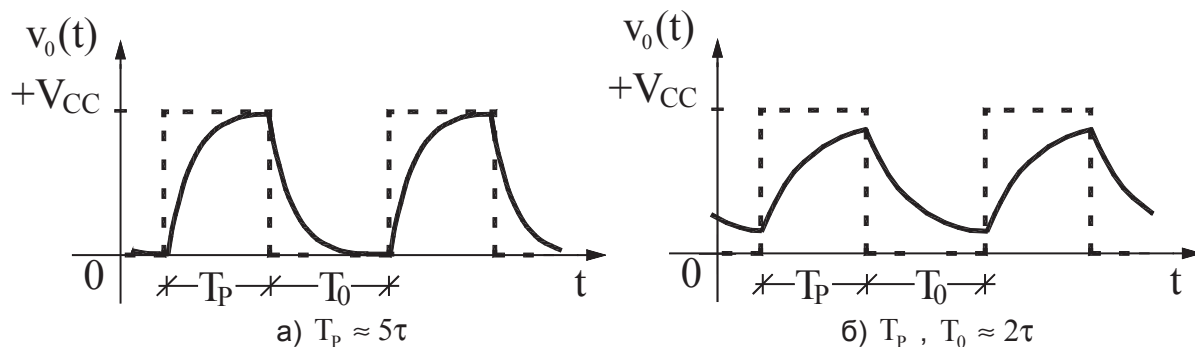
### 2.8.1.3 ОДСИВ НА RC КОЛОТО НА ПРАВОАГОЛЕН ПЕРИОДИЧЕН НАПОН

Периодичната поворка на правоаголни напонски импулси која доаѓа на влезот од RC колото има амплитуда  $+V_{CC}$ , времетраењето на импулсите е  $T_p$ , а траењето на паузите е  $T_0$ , така што сигналот има период  $T = T_p + T_0$ .

Брановите облици на влезниот  $v_i(t)$  и излезниот  $v_o(t)$  напон се прикажани на сл. 2-44. а). Излезниот напон се добива со примена на веќе извршената анализа за одзив на RC коло на правоаголен импулс при што е земено дека  $T_p \approx 5\tau$ . Имено, за време на дејствувањето на импулсот  $T_p$  кондензаторот се полни со временска константа  $\tau = RC$ , така што излезниот напон расте кон нивото  $+V_{CC}$ . За време на паузата  $T_0$  кондензаторот се празни со истата временска константа и излезното ниво опаѓа кон нула. Почетните вредности при полнењето, односно празнењето зависат од тоа каков е односот на времињата  $T_p$  и  $T_0$  во однос на временската константа  $\tau$ , бидејќи од тоа зависи дали кондензаторот ќе има време да се наполни или испразни.

На сл. 2-44 б) е прикажан уште еден пример за излезен напонски облик со временска константа  $\tau$  за која е претпоставено дека  $T_p, T_0 \approx 2\tau$ .





Сл. 2-44 Излезни бранови облици кај RC коло побудено со правоаголен периодичен сигнал за различни временски константи

### 2.8.2 CR КОЛО

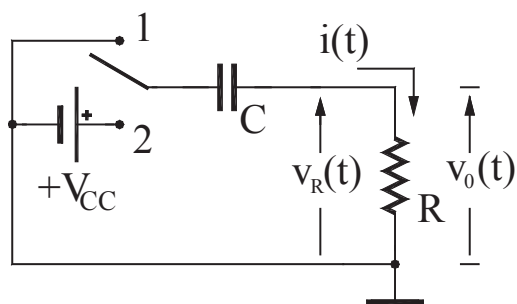
Електричната шема на ова коло беше прикажана е на сл. 2-40. б), а неговото однесување ќе го анализираме доведувајќи отскочна (Хевисајдова) напонска побуда и правоаголни напонски импулси.

#### 2.8.2.1 ОДЗИВ НА CR КОЛОТО НА ХЕВИСАЈДОВ НАПОН

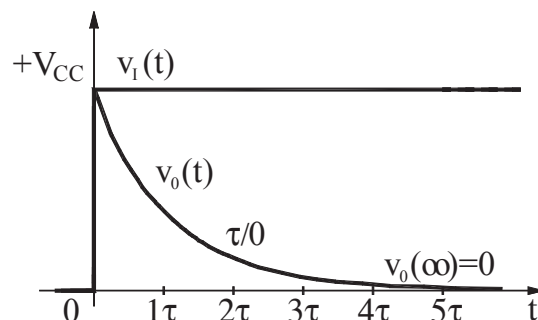
Хевисајдовата напонска побуда со која се екситира CR колото може едноставно да се реализира со еднонасочен напонски генератор  $+V_{CC}$  и прекинувач  $S$ , како што е прикажано на сл. 2-45.

Пред да почнеме со анализата на работата на колото, ќе претпоставиме дека сè до моментот  $t=0$  прекинувачот се наоѓа во положба  $S=1$ , побудниот напон е нула и кондензаторот е празен. Така напонот на неговите краеве  $u_C(t)$  сè до моментот непосредно пред скокот  $t=0-$ ,  $u_C(0-)$  ќе биде 0. Бидејќи излезниот напон  $v_o(t)$  се зема од отпорникот  $R$  низ кој не тече никаква струја, во  $t=0-$  и излезното ниво ќе биде  $v_o(0-)=0$ .

Во моментот  $t=0$  прекинувачот моментално ја менува положбата и се префрлува во  $S=2$ , така што на влезот се јавува позитивна отскочна промена со амплитуда  $V_{CC}$ . Енергетската состојба на кондензаторот не може моментално да се промени, така што и во моментот непосредно по скокот  $t=0+$  напонот на неговите краеве  $u_C(t)$  ќе остане на нула,  $u_C(0+)=0$ . Ова е можно само ако на излезот се воспостави ниво  $+V_{CC}$ , така што во моментот  $t=0+$  излезот  $v_o(t)$  ќе биде  $v_o(0+)=+V_{CC}$ .



Сл. 2-45. Побудување на CR коло со отскочен (хевисајдов) напон.



Сл. 2-46. Бранови облици на влезниот и излезниот напон.

Значи во моментот на скоковитата промена на влезниот напон ( $t = 0$ ) кондензаторот се однесува како куса врска, бидејќи моменталната промена на потенцијалот на едниот крај од кондензаторот целосно се пренесува на неговиот друг крај.

По моментот  $t = 0+$  започнува преодниот режим кога во колото почнува да тече струја низ кондензаторот  $C$  и отпорникот  $R$ . Сега кондензаторот почнува да се полни, а затоа што излезот се зема од отпорникот,  $v_0(t) = u_R(t)$ , со порастот на напонот на кондензаторот  $u_C(t)$  опаѓа излезниот напон,  $v_0(t) = v_1(t) - u_C(t)$ . Во оваа преодна состојба кондензаторот се полни со временска константа  $\tau = RC$  која се одредува со кусо врзување на напонскиот генератор  $+V_{CC}$ .

Крајната вредност на излезниот напон ќе се одреди со настапувањето на стационарната состојба, теоретски во моментот  $t \rightarrow \infty$ . Тогаш струјата низ кондензаторот ќе биде нула [ $i_C(\infty) = 0$ ] и тој може да се еквивалентира со прекинато коло. Значи, во  $t \rightarrow \infty$  струја нема да тече и низ отпорникот  $R$ . Напонот на неговите краеве ќе биде  $u_R(\infty) = 0$ , а бидејќи  $u_R(t) = v_0(t)$  за било кое  $t$ , јасно е дека и излезниот напон ќе биде  $v_0(\infty) = 0$ . Практично гледано, полнењето на кондензаторот завршува за време 3 до 5  $\tau$ , а не во  $t \rightarrow \infty$ .

Аналитичкиот израз на излезниот напон во овој случај ќе биде:

$$v_0(t) = V_{CC} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (2-52)$$

Временскиот дијаграм што го прикажува брановиот облик на влезниот и излезниот напон е претставен на сл. 2-46.

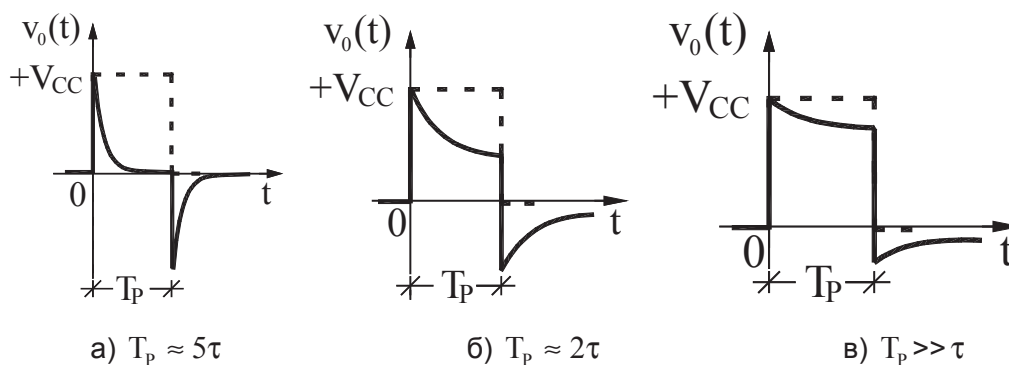
### 2.8.2.2 ОДСИВ НА СР КОЛОТО НА ПРАВОАГОЛЕН НАПОНСКИ ИМПУЛС

При анализата претпоставуваме дека пред дејствувањето на импулсот кондензаторот бил празен. Така, пред доаѓањето на растечкиот раб на импулсот, сè до  $t = 0-$ , прекинувачот е во положба  $S=1$  (кон заземјување), па низ колото не тече струја, заради што напонот на отпорникот  $R$ , а со тоа и на излезот е нула.

Во моментот  $t = 0$  прекинувачот се префрлува во положба  $S=2$  и се појавува растечки раб на импулсот. Бидејќи во овој момент кондензаторот може да се еквивалентира со куса врска, целиот позитивен напонски скок  $+V_{CC}$  ќе се појави на излезот.

По моментот  $t = 0+$  кондензаторот  $C$  почнува да се полни од 0 кон крајната вредност  $+V_{CC}$  со временска константа  $\tau = RC$ , така што излезот опаѓа кон нулата. Ова трае сè до моментот  $t = T_p$  кога преклопката повторно се враќа во положба  $S=1$ . При тоа, влезниот напон повторно паѓа на 0 и потенцијалот на левиот крај од кондензаторот моментално ќе се намали, ќе скокне од 0 на  $-V_{CC}$ , т.е. во негативна насока за вредност  $\Delta V = 0 - V_{CC}$  и ќе го достигне нивото од  $-V_{CC}$ . Бидејќи електростатското оптоварување на кондензаторот не може моментално да се промени, овој негативен скок ќе се појави на излезот. По време  $t = T_p$  во колото почнува да тече струја на празнење. Напонот на кондензаторот почнува да опаѓа ослободувајќи ја акумулираната електростатичка енергија, при што излезот расте со временска константа  $\tau = RC$  кон крајна вредност нула.

На сл. 2-47 а), б) и в) се нацртани неколку примери на временски дијаграми на излезниот напон за различни временски константи во однос на траењето на импулсот  $T_p$ . Од сликите се гледа дека CR колото во потполност го менува обликот на влезниот напон. Имено, ако важи  $\tau \ll T_p$ , правоаголниот импулс се трансформира во два шилести импулси: еден позитивен во моментот  $t = 0$ , и еден негативен во моментот  $t = T_p$ . Од друга страна, кога  $\tau > T_p$ , помалку или повеќе се задржува изобличен облик на влезниот напон, а за  $\tau \gg T_p$  скоро и да не доаѓа до промена на влезниот облик.

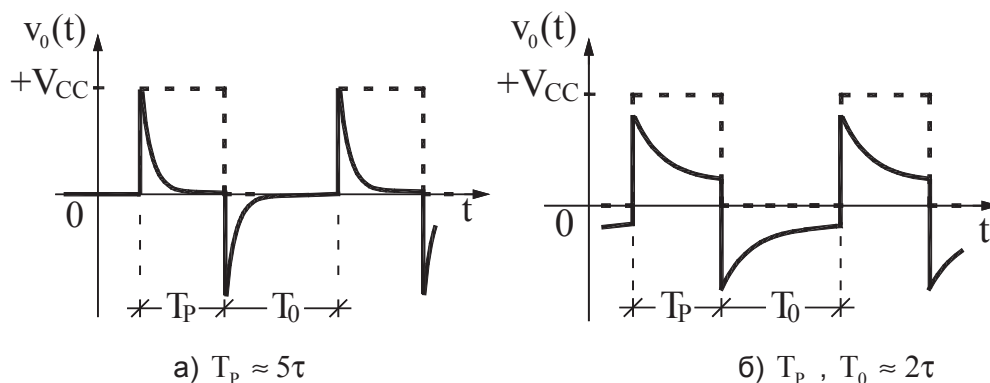


Сл. 2-47 Примери на временски дијаграми на излезниот напон кај CR коло побудено со правоаголен импулс за различни временски константи

Бидејќи CR колото не ја пропушта едностраната компонента на напонот, секогаш површината што е зафатена од излезниот бранов облик над временската оска  $t$ , мора да биде иста со онаа под оската  $t$ .

### 2.8.2.3 ОДСИВ НА CR КОЛОТО НА ПРАВОАГОЛЕН ПЕРИОДИЧЕН НАПОН

Периодичната поворка на правоаголни напонски импулси која доаѓа на влезот од CR колото има амплитуда на импулсите  $V_{CC}$  и времетраење  $T_p$ , додека времето на секоја пауза е  $T_0$ , така што сигналот има периода  $T = T_p + T_0$ . Брановиот облик на излезот е прикажан на сл. 2-48 а) и б) и тој се добива со примена на веќе извршената анализа за одзивот на CR колото на правоаголен импулс.



Сл. 2-48 Бранов облик на излезот на CR колото на правоаголен периодичен напон

Имено, секој скок, било тој да е позитивен или негативен, се пренесува на излезот од CR колото. За време на дејствувањето на импулсот  $T_p$  кондензаторот се полни со временска константа  $\tau = RC$ , така што излезот опаѓа кон нулата. За време на паузата кондензаторот се празни со истата временска константа и излезното ниво расте кон нулата. Почетните вредности при полнењето и празнењето зависат од тоа каков е односот на времињата  $T_p$ ,  $T_0$  во однос на временската константа  $\tau$ , бидејќи од тоа зависи дали кондензаторот ќе има време да се наполни, односно испразни.

На сл. 2-48 а) и б) се прикажани два примери на излезни напонски облици со различни временски константи. За брановиот облик од сл. 2-48 а) важи дека  $T_p \approx 5\tau$ , а за сл. 2-48 б) е земено  $T_p$ ,  $T_0 \approx 2\tau$ . Бидејќи CR колото не пропушта еднонасочна компонента, излезниот напон ќе има средна вредност еднаква на нула, па така повторно површините под и над временската оска  $t$ , зафатени од излезниот напон, ќе бидат еднакви.

### 2.8.3 ГЕНЕРИРАЊЕ НА ПИЛЕСТ НАПОН СО RC КОЛО

Во импулсната техника многу често се сретнуваат кола кои на излезот генерираат линеарни напонски импулси со пилест облик. Ваквите сигнали можат да се добијат ако се обезбеди полнење на кондензатор со константна струја. Имено, ако во равенката за напонот на кондензаторот се замени струја која има константна јачина  $i_C(t) = I_C$ , се добива равенка на права со позитивен наклон:

$$u_C(t) = u_C(0_+) + \frac{I_C}{C} t \quad (2-53)$$

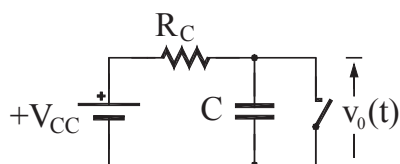
каде што  $u_C(0_+)$  го означува напонското ниво на кондензаторот ако тој од почетокот е наполнет. Меѓутоа, ако кондензаторот од почетокот бил празен, претходната равенка се упростува и се добива изразот на растечка права:

$$u_C(t) = \frac{I_C}{C} t \quad (2-54)$$

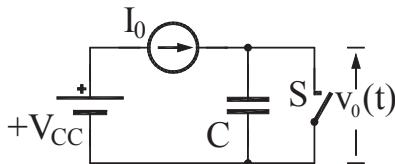
Принципиелната електрична шема, според која може да се добие генератор на линеарен (пилест) напон, се базира на RC колото за полнење на кондензатор дадено на сл. 2-49, кај кое отпорникот е заменет со извор на константна струја, означен со  $I_0$ . На тој начин се добива основното коло за генерирање на пилест импулс, прикажано на сл. 2-50 а).

Во почетниот момент прекинувачот е затворен, кондензаторот е празен и излезниот напон е нула. Со отворање на прекинувачот кондензаторот  $C$  почнува да се полни со константна струја од изворот  $I_0$ , со што напонот на неговите краеве почнува линеарно да расте според равенката (2-54), заради што на излезот се генерира пилестиот импулс. Неговата амплитуда може најмногу да порасне, достигнувајќи го нивото на напојувањето  $+V_{CC}$ , но со тоа би дошло до негово ограничување, па затоа прекинувачот се затвора пред тоа да се случи.

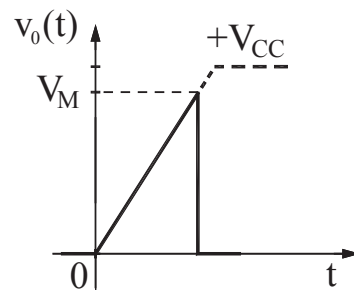
Со затворање на прекинувачот кондензаторот се спојува на „маса“ и преку кусата врска веднаш се празни. Временскиот дијаграм на излезниот бранов облик е прикажан на сл. 2-50 б).



Сл. 2-49 . RC коло



а) Електрична шема



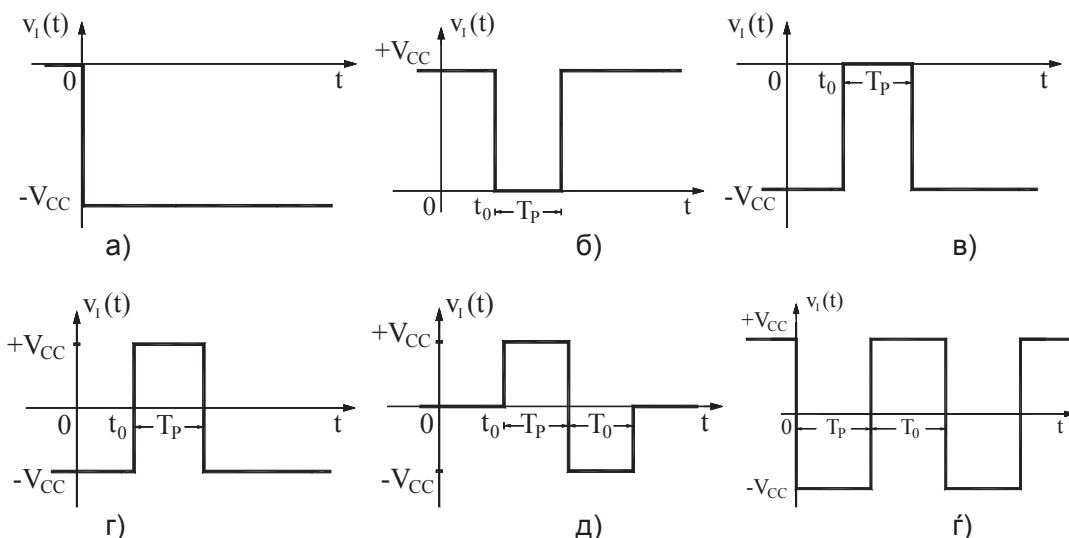
б) Излезен напон

Сл. 2-50. Принципиелен генератор на линеарен напон

Практичните реализации на пилест генератор меѓусебно се разликуваат во однос на начинот според кој се изведува изворот  $I_0$  кој го обезбедува полнењето на кондензаторот со константна струја.

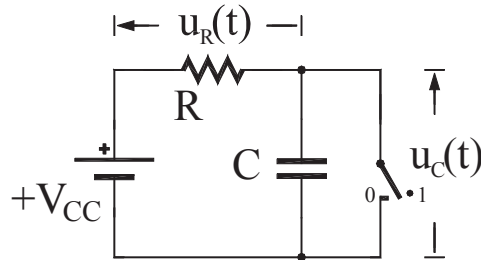
### ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ ЗА ПОВТОРУВАЊЕ

- 2-70. Која е основна задача на колата за обликување на напони?  
 2-71. Каква мора да биде промената на напонот на кондензаторот  $u_C(t)$ ?  
 2-72. Нека е дадено а) RC коло б) CR коло кое се побудува со Хевисајдова напонска побуда  $v_1(t)$  со амплитуда  $v_1(0) = V_1$ . Напиши го аналитичкиот израз за одзивот на колото  $v_0(t)$ , а потоа објасни што се означува со  $v_0(0_-)$ ,  $v_0(0_+)$ ,  $\tau$  и  $v_0(\infty)$ .  
 2-73. Напиши го општиот израз со кој се пресметува временската разлика  $\Delta t = t_2 - t_1$  помеѓу две нивоа  $U_2$  и  $U_1$  на експоненцијалниот напон  $u(t)$  ако се познати  $u(0_+)$ ,  $\tau$  и  $u(\infty)$ .  
 2-74. На сл. 2-51 а), б), в), г), д) и е) се нацртани неколку различни облици на напони  $v_1(t)$  кои се донесуваат на влезот од (а) RC колото, сл.2-40 а), (б) CR колото, сл. 2-40 б). Нацртај го брановиот облик на излезниот напон  $v_0(t)$  за секој влез со претпоставка дека во почетниот момент  $t_0$  кондензаторот не бил наполнет, така што  $u_C(t_{0-}) = 0$ .



Сл. 2-51 Временски дијаграми на побудни напони за RC и CR коло за прашање бр. 2-74

2-75. На сл. 2-52 е прикажано RC коло со отпорник  $R=10\text{K}\Omega$ , кондензатор  $C=1\mu\text{F}$ , напојување  $V_{CC}=+9\text{V}$  и еден прекинувач  $S$  со кој може да се премости кондензаторот. Нацртај ги брановите облици на напоните на кондензаторот  $u_C(t)$  и на отпорникот  $u_R(t)$  ако сè до моментот  $t_0$  прекинувачот  $S$  бил затворен, а во  $t_0$  се отвора и останува отворен период  $T$ : а)  $T=0.1\tau$ , б)  $T=2\tau$ , в)  $T=5\tau$ , г)  $T=15\tau$ , а потоа во моментот  $t_1=t_0+T$  прекинувачот повторно се затвора.



Сл. 2-52 Електрична шема на RC коло со прекинувач  $S$  за прашање бр. 2-75

2-76. Имајќи ја предвид принципиелната електрична шема на генераторот на линеарен напон од сл. 2-50 а) нацртај го брановиот облик на излезниот напон ако  $i_C(t)=I_0=10\text{mA}$ ,  $C=1\mu\text{F}$  и  $V_{CC}=+9\text{V}$ . Колку изнесува најдолгото време за кое прекинувачот може да биде отворен, а да не дојде до ограничување на напонското ниво на излезниот пилест импулс?

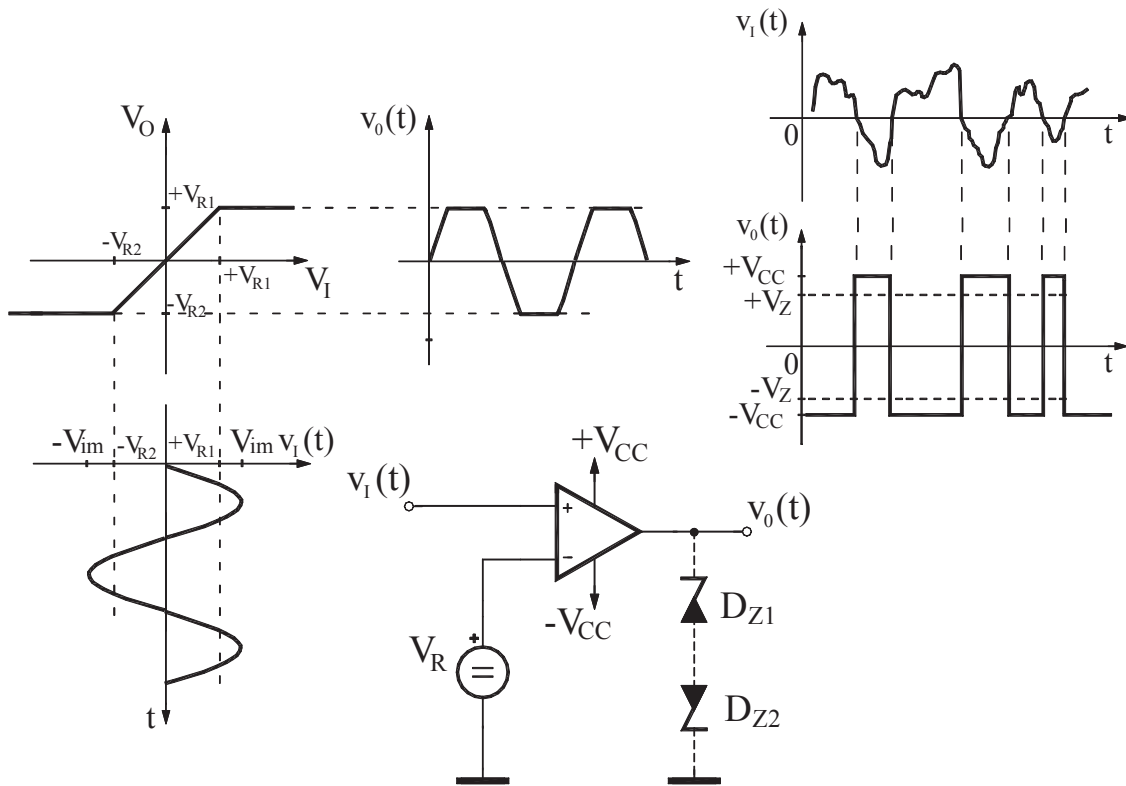
## РЕЗИМЕ

Во оваа тематска целина се запознавте со двополите и четворополите и нивните основни карактеристични големини како линеарни електрични кола. Сега умеете да препознавате различни видови четворополи и да ги трансформирате од еден во друг вид. Покрај тоа, знаете да ги дефинирате разликите меѓу идеалниот и реалниот напонски и струен извор.

Методските единици ве воведоа во анализа на редното и паралелното осцилаторно коло, каде ги проучивте различните видови осцилации и карактеристичните големини кај осцилаторните кола: сопствената фреквенција, карактеристичната импеданса, факторот на доброта, пропусниот опсег и селективноста на осцилаторните кола.

Од групата на четворополи посебно внимание им беше посветено на различните видови електрични филтри, како пропусници така и непропусници на различни фреквенциски подрачја. Во врска со тоа научивте да ги дефинирате граничните фреквенции, како и слабењето и карактеристичното фазно доцнење.

На крај од оваа тематска целина го анализиравте однесувањето на елементарните отпорничко-капацитивни кола за обликување на сигнали: RC и CR колото. Во таа насока сега можете да ги одредите временските облици на излезните напони кај овие обликувачки кола при различни влезни побуди, како што се: Хевисајдовата функција, правоаголниот напонски импулс и периодичниот правоаголен напон.



# 3.

## НЕЛИНЕАРНИ ЕЛЕКТРИЧНИ КОЛА

По изучувањето на оваа тематска целина

- ⊕ ќе знаеш да го објасниш однесувањето и примената на полупроводничките елементи во електрични кола при нелинеарен режим на работа;
- ⊕ ќе ги познаваш моделите со кои се опишува принципот на работа на елементите во нелинеарен режим;
- ⊕ ќе можеш да го објасниш функционирањето на едноставни нелинеарни кола со диода, транзистор и операциски засилувач;
- ⊕ ќе знаеш да го објасниш принципот на работа на ограничувач, компаратор, Шмитов прекинувач и временски селектор;
- ⊕ ќе ги познаваш основните математички релации со кои се опишува функционирањето на нелинеарните електрични кола;





### 3.1. ВОВЕД ВО ИМПУЛСНАТА ЕЛЕКТРОНИКА

**Електрониката** е посебна научна дисциплина во склоп на електротехниката, која ги изучува електронските елементи, компоненти, склопови и уреди, како од аспект на нивната анализа, така и од гледна точка на развој и проектирање. Нејзиниот развој напредува со брзи и крупни чекори, така што од неа се одвојуваат посебни гранки како: *линеарната електроника* и *импулсната електроника*.

За **линеарната (аналогната) електроника** од посебен интерес е проучувањето на оние електронски кола кај кои употребените елементи, како пасивните така и активните, работат во линеарниот дел од својата карактеристика.

Оваа линеарност има ограничен дел, така што ваквите електронски кола оперираат со електрични сигнали кои имаат мала амплитуда, т.е. во режим на мали сигнали. Примената на ваквите склопови се јави првенствено заради потребата од засилување на аналогни сигнали со што помали изобличувања. Станува збор за непрекинати временски функции, струи или напони, кои се аналогни на одредени континуирани физички големини со бранов облик што најчесто е простопериодичен (синусен или косинусен).

Меѓутоа со развојот на електрониката се појавија и системи кои работат со дисконтинуирани електрични сигнали кај кои се јавува скоковита, (моментална, нагла) промена на амплитудата. Во најголем број случаи се работи за сигнали со различен облик и кратко времетраење кои популарно се викаат *импулси*. Според ова, може да се заклучи дека *импулсната електроника* ги проучува оние електронски кола кои се употребуваат при манипулирањето и обработката на сигнали од импулсен карактер. Во поширока смисла на зборот, овде спаѓаат сигналите кои немаат простопериодичен облик, а многу од нив претставуваат временски функции со прекини и скоковити промени на моменталните вредности.

Проучувањето на импулсните кола опфаќа анализа како на преодните, така и на стационарните состојби на колото, при што од посебно значење е однесувањето на колото токму за време на преодниот режим на работа.

#### 3.1.1. ИМПУЛСНИ КОЛА

За генерирање и обработка на несинусоидални напонски облици, се користат импулсни електронски кола. Овие прекинувачки кола се одликуваат со две стационарни состојби. Во секоја од нив, излезниот напон од колото е драстично различен во однос на другата состојба: во едната тој е висок, а во втората низок, или обратно. Преминот од едната во другата состојба може да се врши под дејство на некој надворешен управувачки влезен сигнал, или сам од себе. Во овој преоден временски период колото се наоѓа во нестабилна состојба која трае многу кусо време.

Во основа, сите импулсни кола, можат да се поделат во две големи групи:

1. Нерегенеративни прекинувачки кола;
2. Регенеративни прекинувачки кола.

Секое прекинувачко коло кај кое е изведена позитивна повратна врска спаѓа во групата на *регенеративните кола*, додека оние кола кај кои не постои позитивна реакција или е изведена негативна повратна врска припаѓаат во групата на *нерегенеративни кола*. Нерегенеративните прекинувачки кола се одликуваат со тоа што нивната состојба, т.е. нивото на излезниот сигнал, зависи само од сигналите кои во дадениот момент дејствуваат на влезовите од колото. За разлика од нив, кај регенеративните кола состојбата на колото е функција од моменталното ниво на влезните сигнали, но и од претходното ниво на излезниот сигнал. Поради ова, кај регенеративните кола мора да постои повратна врска меѓу излезот и влезот на колото. Бидејќи излезната променлива ја претставува претходната состојба на колото, оваа состојба ќе биде поддржувана само ако изведената повратна врска е позитивна.

*Нерегенеративните прекинувачки кола* на својот излез даваат напони со различен бранов облик: правоаголен, пилест (линеарен), шилест, итн. Такви се:

1. Колата за обликување на сигнали;
2. Генераторите на линеарен (пилест) напон;
3. Логичките кола.

*Колата за обликување на сигнали* генерираат несинусоидални напони така што го менуваат обликот на некој веќе постоечки напон, кој се доведува на нивниот влез. Ако во мрежите со кои се врши обликувањето се употребуваат само линеарни елементи, зборуваме за *линеарно обликување на сигнали*. Кога колото за обликување, покрај линеарните, користи и елементи кои работат во нелинеарен – прекинувачки режим, се работи за коло за *нелинеарно обликување на сигнали*. Овде најчесто станува збор за полупроводнички пасивни елементи, како на пр. различни типови на диоди, или активни компоненти: биполарни или униполарни транзистори, операциски засилувачи, или други специјализирани интегрирани кола.

Наједноставните кола за линеарно обликување содржат еден реактивен (пасивен) елемент како што е на пример, кондензаторот и еден отпорник. На нивниот излез вообичаено се добиват експоненцијални растечки или опаѓачки напонски бранови облици. Всушност, колата за нелинеарно обликување играат улога на амплитудни селектори, бидејќи кај нив на излезот се јавуваат само одбрани делови од амплитудата на влезниот напон. Овде спаѓаат разните ограничувачки кола (лимитерите), компараторите, временските селектори, како и колата за воспоставување на еднонасочно ниво (фиксаторите).

*Генераторите на пилест напон* се среќаваат и под името интегратори. И овие кола *припаѓаат* во групата на нерегенеративни кола, а се користат за генерирање на линеарни напони. Како што кажува и самото име, овие генератори на својот излез даваат периодичен пилест напон.

*Логичките кола* се основни градбени елементи на секоја дигитална компонента и затоа имаат исклучителна важност во импулсната електроника. Ваквите кола се користат за остварување на логичките операции, од каде и го добиле своето име. За градба на овие кола се користат многу повеќе активни прекинувачки елементи отколку пасивни. Логичките кола манипулираат со напони со правоаголен облик, заради што можат да се најдат во една од две стабилни состојби: во едната состојба на нивниот излез се добива високо напонско ниво, а во другата ниско, или обратно.

**Регенеративните кола** се засилувачки степени со позитивна повратна врска, кои претежно генерираат напони со правоаголна форма. Кај нив како прекинувачи главно, се користат активни елементи. За овие кола карактеристична е брзината со која се врши промената на стационарните состојби. Ова е последица на фактот што започнатиот процес на промена на состојбата се потпомогнува со позитивната реакција и тој процес има кумулативен (самопотпомогнувачки) карактер. Постојат голем број различни регенеративни кола, но тие најчесто се класифицираат во три поголеми групи:

1. Бистабилни кола или бистабилни мултивибратори;
2. Моностабилни кола или моностабилни мултивибратори;
3. Астабилни кола или астабилни мултивибратори.

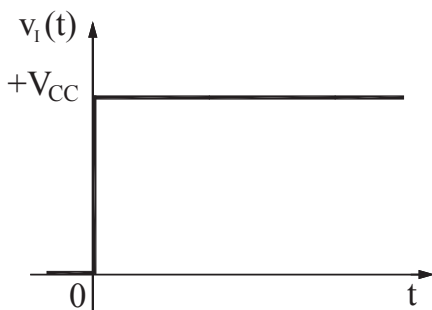
Овие кола подетално ќе бидат анализирани во четвртата тема од овој учебник.

Во групата регенеративни кола спаѓа и *Шмитовото прекинувачко коло* или *Шмитовиот тригер* како што популарно се нарекува. Во практиката ова коло се применува како компаратор со хистерезисна преносна карактеристика и како коло за обликување на сигнали.

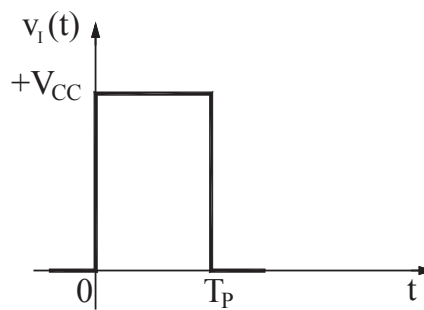
### 3.1.2. БРАНОВИ ОБЛИЦИ НА ИМПУЛСНИТЕ СИГНАЛИ

Во понатамошното излагање ќе анализираме електрични сигнали кои најчесто ќе претставуваат напонски бранови форми. Во продолжение ќе ги опишеме најупотребуваните напонски бранови облици.

Хевисајдовиот напонски импулс, или како уште се вика отскочниот напон, има моментална промена на амплитудата во моментот  $t=0$ , а потоа неговата вредност е константна. Временскиот дијаграм прикажан на Хевисајдовиот напон е прикажан на сл. 3-1. Промената на напонското ниво е бесконечно брзо, така што траењето на страничниот раб е моментално.

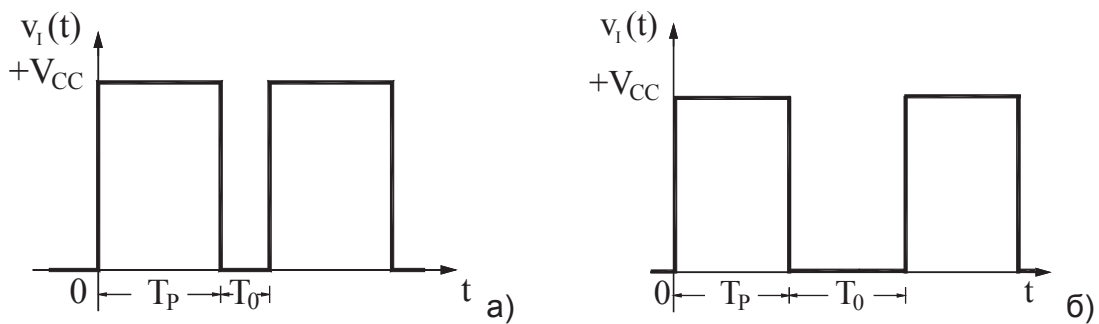


Сл. 3-1. Хевисајдов напонски импулс



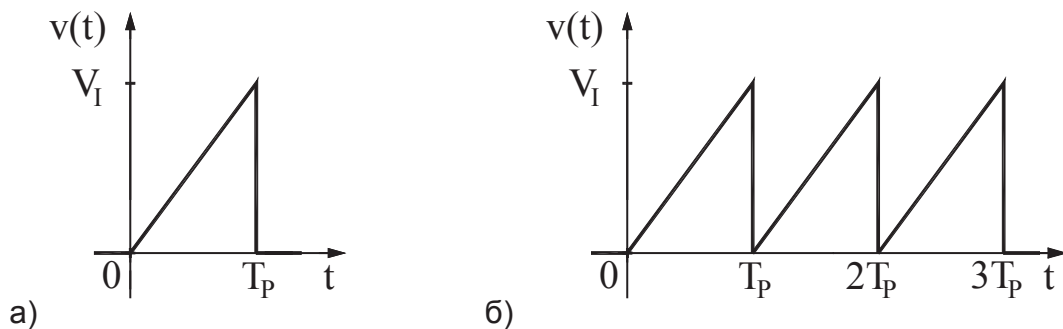
Сл. 3-2. Правоаголен импулс

Правоаголниот импулс има конечно времетраење  $T_P$  и константна амплитуда  $V$ , според сл. 3-2. Ако поединечните правоаголни импулси периодично се повторуваат, тогаш се добива низа на импулси, т.е. правоаголен периодичен напон кој е претставен на сл. 3-3 а) и б).



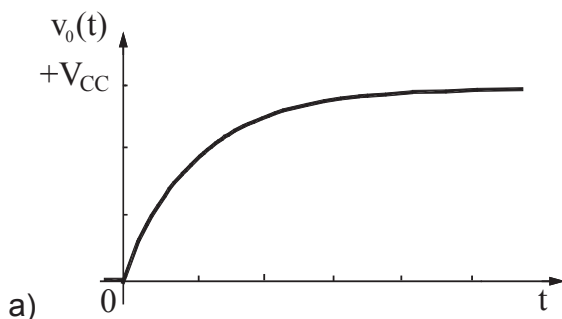
Сл. 3-3. Правоаголен а) периодичен и б) квадратен напон

Основната карактеристика на линеарниот напон е тоа што неговото ниво линеарно се менува со текот на времето, т.е. претставува растечка права линија заради што популарно се нарекува и „рампа“. Ако по одредено време  $T_P$  неговата амплитудата нагло падне на нула, тогаш се добива пилест импулс претставен на сл. 3-4 а). Низата на пилести импулси со еднакво времетраење претставува периодичен пилест напон кој е прикажан на сл. 3-4 б).

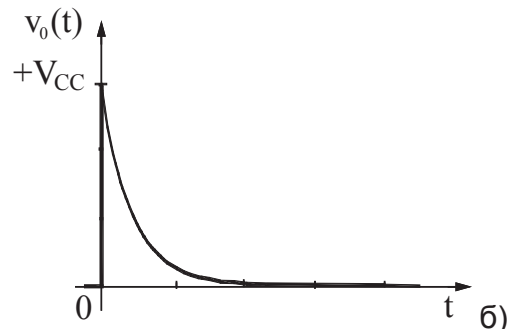


Сл. 3-4. Линеарен (пилест) а) напонски импулс и б) периодичен напон

Следниот карактеристичен, и во имулсната електроника многу важен облик, е напонот со експоненцијална зависност, чиј бранов облик е прикажан на сл. 3-5.



Сл. 3-5. Експоненцијален напон.



Сл. 3-6. Шилест напонски импулс.

Шилестиот импулс, кој е претставен на сл. 3-6, е посебен облик на експоненцијална бранова форма. Ваквиот импулс има прецизно дефиниран преден раб, доста голема амплитуда и кусо времетраење, заради што се употребува како прекинувачки (управувачки) импулс (анг. triggering, срп. окидачки).

## ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ ЗА ПОВТОРУВАЊЕ

- 3-1. Што изучува линеарната (аналогната) електроника?
- 3-2. Што изучува импулсната електроника?
- 3-3. Во што се разликуваат регенеративните од нерегенеративните прекинувачки кола?
- 3-4. Во која група на прекинувачки кола спаѓаат колата за обликување на напони? Која е нивната основна задача?
- 3-5. Имајќи ги во вид употребените елементи кои се користат за изведба на колата за обликување на сигнали наведи каква е нивната поделба.
- 3-6. Која е разликата помеѓу линеарните и нелинеарните кола за обликување?
- 3-7. Во која група прекинувачки кола спаѓаат генераторите на линеарен (пилест) напон? Која е нивната основна задача?
- 3-8. Во која група прекинувачки кола припаѓаат логичките кола? Која е нивната основна задача?
- 3-9. Во која група прекинувачки кола спаѓаат бистабилните кола (бистабилните мултивибратори, флип-флоповите)? Какво е нивното однесување?
- 3-10. Во која група прекинувачки кола спаѓаат астабилните кола (астабилните мултивибратори)? Какво е нивното однесување?
- 3-11. Во која група прекинувачки кола спаѓаат моностабилните кола (моностабилните мултивибратори)? Какво е нивното однесување?
- 3-12. Во која група прекинувачки кола спаѓа *Шмитовото прекинувачко коло (Шмитовиот тригер)*? Какво е неговото однесување? За што се применува?
- 3-13. Нацртај бранови облици на а) позитивна и негативна отскочна (Хевисајдова) функција со напонско ниво од  $\pm 9V$ , б) позитивен и негативен правоаголен напонски импулс со ниво  $\pm 12V$  и времетраење  $10 \mu s$ , в) позитивен (растечки) и негативен (опаѓачки) пилест импулс со амплитуда  $\pm 5V$  и времетраење  $1 ms$ .

## 3.2. ПОЛУПРОВОДНИЧКИТЕ ЕЛЕМЕНТИ КАКО ПРЕКИНУВАЧИ

Електронските уреди, кои се користат за реализација на импулсни и дигитални кола, вклучуваат различни видови диоди како пасивни полупроводнички елементи. Покрај нив се користат и активни елементи како што се биполарните и униполарните транзистори и операциските засилувачи.

Во претходното излагање потенциравме дека импулсните кола можат да се најдат во една од две стационарни состојби. За да се воспостави стабилната состојба во импулсното коло мора да има некој елемент чија преносна карактеристика е нелинеарна. Ваква карактеристика имаат и претходно спомнатите полупроводнички елементи. Кога нив ги употребуваме како прекинувачи тие треба да имаат две стабилни состојби. Во импулсните и дигиталните кола, овие компоненти во општ случај се користат во прекинувачки режим. Во таков режим тие скоковито ја менуваат својата состојба од проведување во непроведување, или обратно. Меѓутоа, за да дојде до израз нелинеарната област во карактеристиката на елементот, тој треба да биде побуден со сигнал кој има голема амплитуда, така што импулсните кола работат во режим на големи сигнали. Во врска со ова, како сигнал со голема амплитуда треба да се разбере сигнал со стабилно ниво, чија вредност е еднаква со нивото на напојувањето на колото.

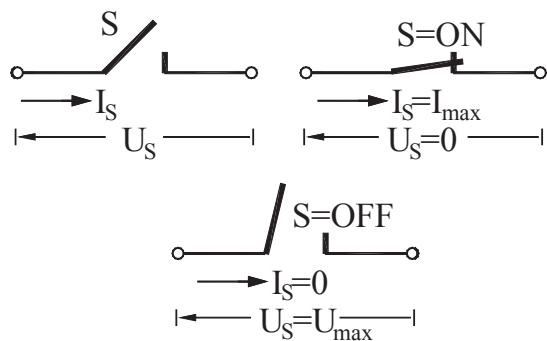
Префрлувањето од едната во другата стационарна состојба се врши автоматски или под дејство на некој управувачки влезен сигнал. При префрлувањето колото се наоѓа во нестабилна состојба која трае многу кусо време. Во овој преоден период, употребените елементи работат во линеарен режим, но тоа е многу краток временски интервал. Во продолжение ќе ги анализираме прекинувачките својства на оние полупроводнички елементи и компоненти кои најчесто се користат за реализација на импулсните кола со посебно нагласување на нивното однесување кога се користат како прекинувачи.

Меѓутоа, пред да се премине на разгледувањето на полупроводничките елементи како прекинувачи, најнапред да се потсетиме, во најкратки црти, за улогата и својствата на идеалниот механички прекинувач чија симболичка ознака е прикажана на сл. 3-7. Имено, секој прекинувач има задача да вклучи или исклучи некој дел од електричното коло, а тоа е најчесто некој потрошувач приклучен на даден извор за напојување според сл. 3-8. Идеалниот прекинувач се карактеризира со две стационарни (статички) состојби:

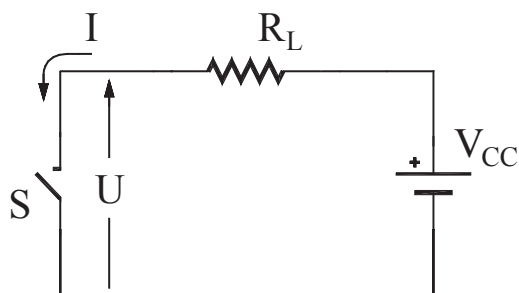
1. Кога прекинувачот е вклучен (анг. ON) неговата отпорност е бесконечно мала, така што на неговите краеве нема напон (тој е нула), а низ него тече максимална струја,

2. Кога прекинувачот е исклучен (анг. OFF) неговата отпорност е бесконечно голема така што низ него не тече струја (таа е нула), а напонот на неговите краеве е максимален.

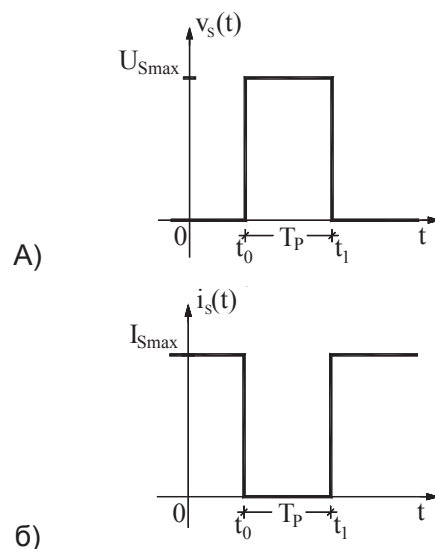
Идеалниот прекинувач во било која од двете стационарни состојби не троши никаква моќност т.е. дисипацијата му е нула, бидејќи или струјата, или напонот се занемарливо мали ( $P=U \cdot I=0 \cdot I=0$  или  $P=U \cdot I=U \cdot 0=0$ ).



Сл. 3-7. Симбол на идеален прекинувач и негова исклучена и вклучена и состојба



Сл.3-8. Основно прекинувачко коло



Сл. 3-9. Бранови облици на а) напонот и б) струјата кај идеален прекинувач

Во однос на брзината на работа, идеалниот прекинувач се смета за елемент кој моментално се вклучува или исклучува, така што неговото време на промена на состојбите е еднакво на нула. Да претпоставиме дека идеалниот прекинувач до моментот  $t_0$  прво бил затворен, потоа во тој момент се отвора и по време  $T_p$  во моментот  $t_1 = (t_0 + T_p)$  прекинувачот повторно се затвора. Брановиот облик на напонот на неговите краеве и струјата што тече низ него, се прикажани се на сл. 3-9 а) и б). Од сликите јасно се гледа дека генерираните напонски и струјни импулси се правоаголни. Реализацијата на ваков прекинувач е многу посакувана во практичната работа, меѓутоа идеални карактеристики можат да имаат само механичките прекинувачи кои се употребуваат во електромагнетните релеа чија брзина на работа е многу мала. Покрај ова, релеата се прилично гломазни и скапи за изработка. Токму заради наведеното, во практиката различните полупроводнички елементи често се користат како електронски прекинувачи. Нивната брзина на работа е многу поголема од онаа на механичките, а покрај тоа изведбата им е поефтина, зафаќаат помал простор, значително се посигурни во работата и полесни за одржување.

### 3.2.1. ДИОДИ

**Диодата е наједноставниот пасивен прекинувачки елемент, бидејќи нема својство на засилување.** Таа е многу употребувана при градба на ограничувачки и компараторски кола, амплитудни селектори, основни логички кола, фиксатори на еднонасочно напонско ниво и други прекинувачки мрежи.

Симболот на обичната диода е прикажан на сл. 3-10, од кој се гледа дека е усвоено струјата да биде позитивна кога таа протекува од анодата (А) кон катодата (К) ( $I=I_{AK}$ ), додека напонот на нејзините краеве ( $U_{AK}$ ) е позитивен ако потенцијалот на анодата ( $V_A$ ) е повисок во однос на катодата ( $V_K$ ), така што струјата и напонот имаат усогласени референтни насоки.

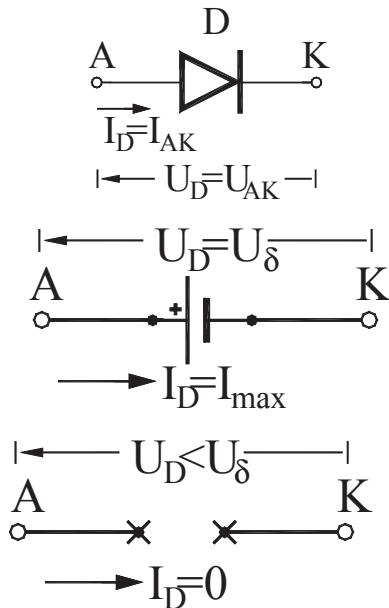
Кај диодата се разликуваат две статички (стационарни, стабилни) состојби. Едната состојба е состојба на проведување, додека втората е состојба на непроведување. Во зависност од напонот на поларизација ( $U_{AK}$ ) кој се доведува на нејзините краеве, диодата ќе се наоѓа во едната или во другата состојба.

Кога станува збор за силициумска диода која е директно (пропусно) поларизирана, низ неа протекува струја со релативно голема јачина, при што напонот на нејзините краеве изнесува околу 0.7 до 0.75V. Оваа вредност е карактеристична за однесувањето на диодата и вообичаено се означува со  $U_\delta$ . Имено, во околината на оваа напонска точка, на многу мали промени на напонот на директна поларизација одговараат релативно големи промени на струјата низ диодата. Тоа значи дека кога диодата проведува, напонот на нејзините краеве е речиси константен и фиксиран на вредноста  $U_\delta$  ( $U_{AK}=U_\delta$ ). Во оваа состојба отпорноста на диодата е занемарливо мала ( $R_{dir} \approx 0$ ) и таа игра улога на затворен прекинувач. Струјата што тече низ неа е ограничена од отпорноста на надворешните елементи во колото. Како пример може да забележиме дека за светлечките (LED) диоди напонот  $U_\delta$  е околу 2 V, а зависно од бојата на светлината која LED диодата го зрачи овај напон може да биде и поголем.

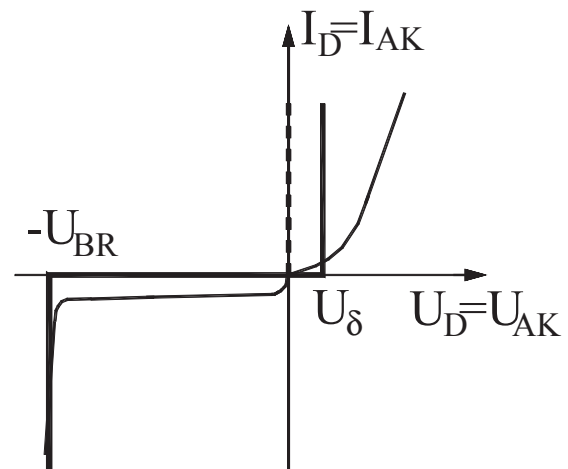
Утврдено е дека директната струја на диодата драстично се намалува ако напонот на директна поларизација опадне и за само 100 mV во однос на 0,75 V. Во врска со ова, може да се земе дека за напони  $U_{AK} < U_\delta$  низ диодата не тече струја. Од овие причини напонот  $U_\delta \approx 0.7V$  може да се усвои како **напон на праг на**

проведување. Ова значи дека ако напонот  $U_{AK} < U_{\delta}$ , диодата е инверзно поларизирана (непроводна, блокирана, закочена) и таа ќе се однесува како *отворен прекинувач*. Значи, може да се заклучи дека во непроводна состојба отпорноста на диодата е бесконечно голема  $R_D = R_{Dinv}$ , струјата низ неа е нула, а напонот  $U_{AK}$  е помал од  $U_{\delta}$  и е одреден од другите елементи во колото.

Линеаризираната апроксимација на струјно-напонската карактеристика на диодата илустрирана е на сл. 3-11 со полна линија, додека со тенка линија нацртана е реалната струјно-напонска карактеристика кај која струјата зависи експоненцијално од напонот.



Сл. 3-10. Симболичка ознака на диода и нејзини еквивалентни шеми при проведување и закочување



Сл. 3-11. Струјно – напонска карактеристика на диода

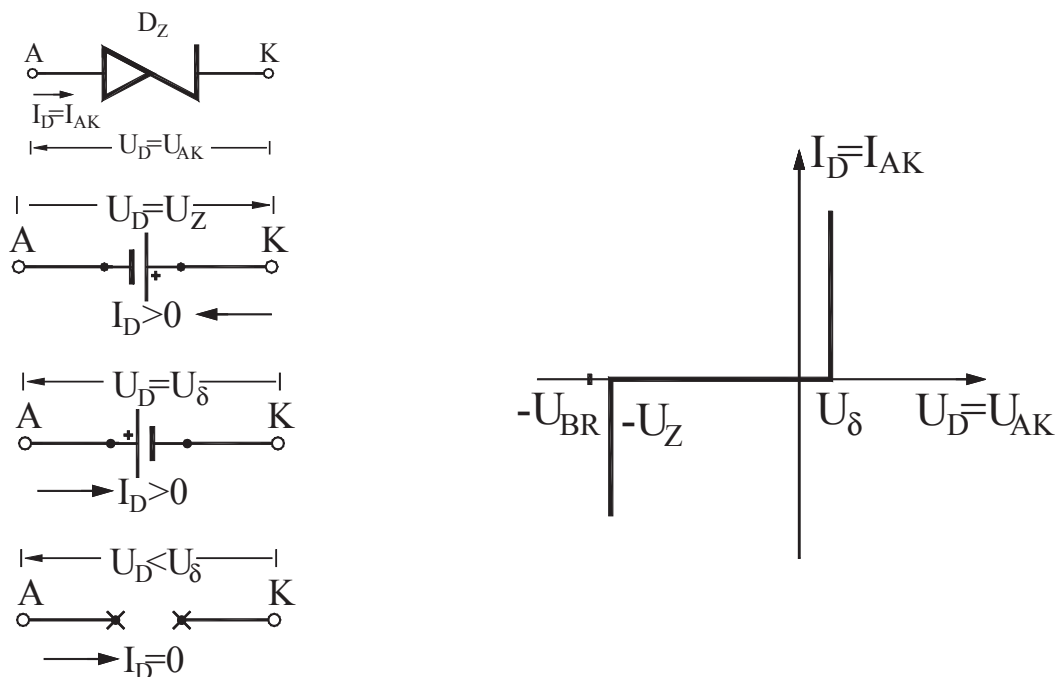
Овде треба да истакнеме дека ако напонот на инверзна поларизација се зголемува, постои опасност низ диодата да протече струја со голема јачина во насока од катодата кон анодата што може лесно да предизвика нејзино оштетување. Напонот за кој доаѓа до пробивање на диодата се вика инверзен напон на пробив и на сл. 3-11 означен е со  $U_{BR}$ .

Понекогаш при анализата на кола со диоди се врши упростување на струјно-напонската карактеристика на диодата со занемарување на прагот на проводност ( $U_{\delta}=0$ ), како што е нацртано на сл. 3-11 со испрекинати линии. Со ова од една страна се упростува анализата, а од друга страна суштината на работата не трпи принципиелни промени. Во овој случај ако потенцијалот на анодата ја достигне вредноста на потенцијалот на катодата или е барем малку поголем од неа ( $U_{AK} \geq 0$ ), може да се смета дека диодата ќе проведува.

**Зенер диода.** Станува збор за посебен тип на диода со симболичка ознака претставена на сл. 3-12 а), која многу често се употребува во прекинувачките кола, и тоа најчесто за стабилизација и ограничување на напонот. Зенер диодата е изведена на посебен начин што и' дава можност таа исправно да работи и при инверзни напони во околина на подрачјето на пробив. Кај неа е дефиниран т.н. Зенеров (референтен) напон на пробив  $U_Z$  кој по апсолутна вредност е нешто помал од нејзиниот пробивен напон ( $|U_Z| < |U_{BR}|$ ).



Ако напонот на диодата ја достигне вредноста на Зенеровиот напон  $U_Z$ ,  $U_{KA}=U_Z$  ( $U_{AK}=-U_Z$ ) или има тенденција на пораст, тогаш низ диодата ќе тече инверзна струја со значителна јачина. Покрај ова, евентуалната промена на интензитетот на инверзната струја  $I_Z$  нема да предизвика промени на напонот на нејзините креави така што тој останува фиксиран на вредност  $U_{KA}=U_Z$ . Меѓутоа, треба да се има предвид дека прекумерно зголемување на струјата низ диодата може да направи проблеми. Имено, ако биде надмината нејзината максимално дозволена моќност на дисипација, сигурно ќе дојде до нејзино трајно оштетување.



Сл. 3-12 а) Симболичка ознака и еквивалентни шеми на Зенер диода

Сл. 3-12. б) Линеаризирана преносна карактеристика на Зенер диода

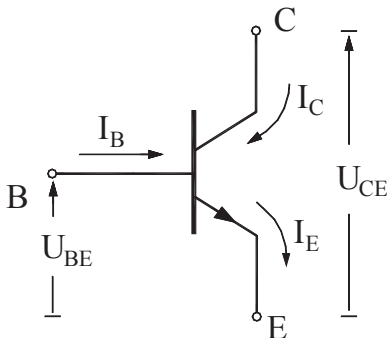
За напони  $U_Z < U_{AK} < U_\delta$  и  $U_{AK} = U_\delta$ , Зенер диодата се однесува како обична диода. Ако е исполнет условот  $U_Z < U_{AK} < U_\delta$ , таа е закочена и непроводна, додека ако напонот на директна поларизација го достигне прагот на проводност и има тенденција на пораст,  $U_{AK} = U_\delta$  диодата ќе проведе. Од кажаното може да се заклучи дека Зенер диодата може да проведува во две насоки: при инверзна поларизација за напони  $U_{KA}$  помали од  $U_Z$ , и при директна поларизација кога  $U_{AK} = U_\delta$ . Линеаризираната преносна карактеристика на Зенеровата диода е прикажана на сл. 3-12 б).

### 3.2.2. БИПОЛАРНИ ТРАНЗИСТОРИ

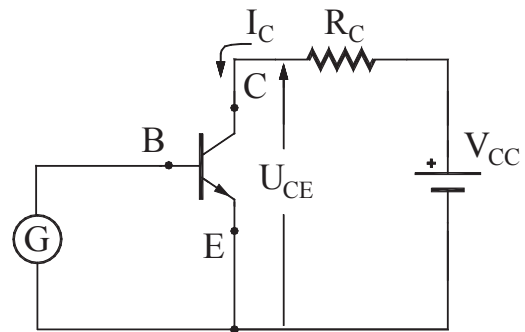
Биполарниот транзистор е најзначајниот прекинувачки елемент кој се употребува за градба на современи импулсни кола, бидејќи се карактеризира со голема брзина на работа и големо засилување. Прекинувачките својства на биполарните транзистори ќе ги објасниме на силициумски NPN транзистор, чиј симбол е прикажан на сл. 3-13.

Кога транзисторот се употребува како *прекинувач*, тој речиси секогаш се користи во спој со заземјен емитер, како што е прикажано на сл. 3-14. Даденото поврзување обезбедува две стационарни состојби такви што во едната излезната струја е голема, а напонот е мал, додека во другата состојба ситуацијата е спротивна. Стационарните состојби ќе зависат од подрачјето на работа во кое е поларизиран транзисторот.

Освен тоа што транзисторот работи со електрични брзини и неговиот одзив е многу побрз во однос на механичкиот прекинувач  $S$  од сл. 3-7, транзисторот има иста улога како и механичкиот прекинувач, а тоа е да го вклучи или исклучи потрошувачот  $R_L$  на напојувањето  $+V_{CC}$ . Споредувајќи ги сликите сл. 3-7 и сл. 3-14 се гледа дека на напонот  $U$  на прекинувачот му соодветствува напонот колектор-емитер  $U_{CE}$ , додека на струјата низ прекинувачот  $I$  одговара колекторската струја на транзисторот  $I_C$ .



Сл. 3-13. Симбол на NPN транзистор



Сл. 3-14. Транзистор како прекинувач во спој со заземјен емитер

**Подрачје на закочување (блокирање, непроведување).** Првата стационарна состојба е закочување на транзисторот кога и двата PN споеви се инверзно поларизирани, така што сите струи низ транзисторот, вклучувајќи ја и колекторската, се занемарливо мали. Напонот  $U_{CE}$  е максимален и приближно еднаков на напојувањето  $+V_{CC}$ . Според ова, лесно се заклучува дека транзисторот се однесува како отворен прекинувач.

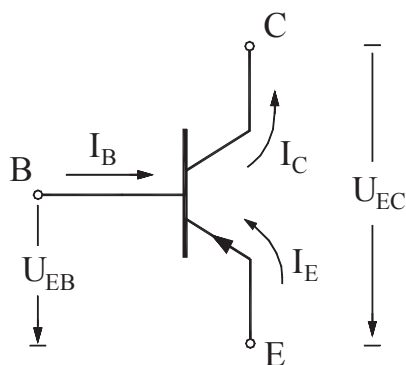
Ова ќе биде исполнето ако напонот база-емитер  $U_{BE} \leq 0.65 \text{ V}$ . Во овој случај транзисторот е непроводен и во идеален случај сите негови струи се еднакви на нула  $I_B \approx 0, I_C \approx 0, I_E \approx 0$ . Напонот од  $0.65 \text{ V}$  се однесува на напонот база-емитер  $U_{BE}$  и го претставува прагот на проведување на транзисторот, кој вообичаено се означува со  $U_\gamma$ .

**Активно подрачје на работа.** Во активното подрачје на работа емитерскиот спој е директно поларизиран, а колекторскиот инверзно. При ова колекторската струја, која во конфигурацијата од сл. 3-13 а) е излезна струја, има доста голем интензитет и зависи линеарно од промената на базната, т.е. од влезната струја. Таа зависност е според равенката  $I_C = h_{FE} I_B$  каде  $h_{FE}$  е статички коефициент на струјно засилување чија вредност е многу поголема од 1 ( $h_{FE} \gg 1$ ). Ваквата поларизација може да се смета дека одговара на затворен прекинувач, меѓутоа заради инверзната поларизација на спојот база-колектор излезната отпорност на транзисторот е голема. Тоа е непожелно во прекинувачката работа бидејќи доаѓа до значителна и несакана дисипација на моќност. Во активното подрачје на работа транзисторот се однесува како линеарен елемент кој покажува особини на засилување и како таков наоѓа огромна примена во засилувачките кола кога побудниот сигнал има мала амплитуда.

**Подрачје на заситување (сатурација).** Втората стационарна состојба ќе се случи тогаш кога напонот  $U_{CE}$  ќе има минимална вредност, а колекторската струја  $I_C$  е максимална, така што транзисторот ќе се однесува како затворен прекинувач. Ова може да се исполни ако транзисторот биде поларизиран во заситување, кога и двата PN споеви се директно поларизирани.

Во подрачјето на сатурација напоните  $U_{BE}$  и  $U_{CE}$  се фиксираат на мали вредности:  $U_{BE}=U_{BES}=U_{BE} \approx 0.75V = U_{BES}$ , додека  $U_{CE}=U_{CES}=U_{CE} \approx 0.2V = U_{CES}$ . Подрачјето на заситување настапува тогаш кога колекторската струја го достигне својот максимум, се заситува ( $I_C=I_{CS}$ ) и не може повеќе да го следи зголемувањето на базната струја ( $I_C < h_{FE}I_B$ ).

Кога транзисторот се користи во прекинувачки режим, тој вообичаено преминува од заситување во закочување или обратно, што одговара на состојба на вклучен, односно исклучен прекинувач. Улогата на активниот регион е значајна само во преодниот режим кога доаѓа до промена на стационарните состојби.



Сл. 3-15. Символ на PNP транзистор

### Биполарен транзистор од PNP тип.

Овие транзистори можат да се најдат во истите подрачја на работа како и транзисторите од NPN тип. Разликата е во поларизацијата која се остварува со негативно напојување доведено на неговиот колектор. Покрај наведеното, напонот на прагот на проведување база-емитер исто така треба да биде негативен заради што и насоките на течење на струите кога PNP транзисторот проведува се спротивни во однос на NPN транзисторот, како што е и прикажано на сл. 3-15.

### 3.2.3. УНИПОЛАРНИ ТРАНЗИСТОРИ

За униполарните транзистори, FET-от и MOSFET-от, карактеристично е тоа што струјата, која тече во нив е составена само од еден тип на носители, од каде го добиле и своето име. При изработката на FET-от се извлекуваат три електроди, и тоа гејт (управувачка електрода), сорс (довод, извор) и дрејн (одвод). Од MOSFET-от се извлекува уште еден извод кој се вика база (супстрат).

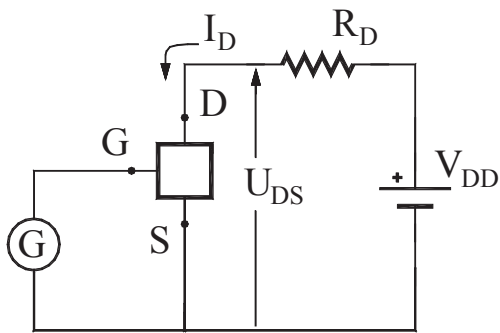
**FET.** Кај FET-от гејтот се изведува како инверзно поларизиран PN спој. Слично како кај диодата и биполарниот транзистор и кај FET-от се дефинира праг на проводност кој се вика напон на допир и се означува со  $U_P$ . Ова е карактеристична вредност на напонот меѓу гејт и сорс  $U_{GS}$ , која ја дава произведувачот на транзисторот. FET-от има еден недостаток заради кој не се користи како прекинувачки елемент. Имено, напонот на прагот на проводност  $U_P$  има спротивен поларитет од напојувањето и затоа прекинувачките степени со FET не можат директно да се надоврзат еден на друг.

Анализа на работата на униполарните транзистори како прекинувачки елементи, ќе ја изведеме на N-канален MOSFET транзистор.

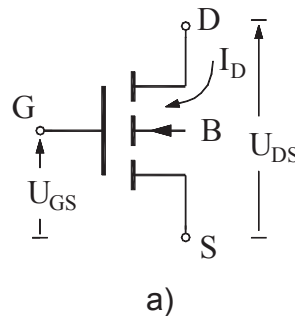
**MOSFET.** Прекинувачките карактеристики кај MOSFET-от се однесуваат на струјата на дрејн и напонот помеѓу дрејн и сорс, така што основна прекинувачка конфигурација ќе биде спојот со заземјен сорс, како што е дадено на сл. 3-16.

Бидејќи струјата на дрејн  $I_D$  кај N- каналните транзистори се создава само од електрони, нивната поларизација се остварува со приклучување на дрејнот на позитивно напојување  $+V_{DD}$ . Кај MOSFET-от, на исклучен прекинувач одговара т.н. подрачје на запирање, бидејќи тогаш низ дрејнот не тече струја, а напонот меѓу дрејн и сорс е максимален.

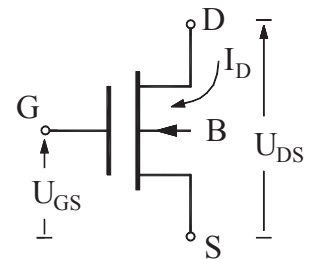
На вклучен прекинувач соодветствува т.н. омско (триодно) подрачје на работа кај кое отпорот помеѓу дрејн и сорс е минимален, струјата во дрејнот е максимална, а напонот дрејн-сорс е приближно нула. При префрлувањето од едната во другата состојба транзисторот минува низ т.н. подрачје на константни струи во кое се задржува многу кратко време и тогаш се одигрува преодниот процес во транзисторот. Во подрачјето на константни струи транзисторот покажува својство на засилување, така што во ова подрачје тој е проводен и работи во линеарниот дел од своите карактеристики.



Сл. 3-16. MOSFET како прекинувач во спој со заземјен сорс



а)



б)

Сл. 3-17. а) N - MOSFET со индуциран канал б) N - MOSFET со вграден канал

MOSFET-ите се изработуваат со вграден (формиран) и со индуциран канал. И кај MOSFET-от се дефинира напон на праг на проводност (напон на допир) кој се означува со  $U_T$ , а бидејќи претставува карактеристична вредност на напонот  $U_{GS}$  ќе го означуваме со  $U_{GST}$ . Напонот  $U_{GST}$  кај MOSFET-от со вграден канал има спротивен поларитет од напојувањето  $+V_{DD}$ , но кај MOSFET-от со индуциран канал поларитетот на  $U_{GST}$  и напојувањето е ист.

Симболичката ознака на N-каналниот MOSFET со индуциран канал е прикажана на сл. 3-17 а), додека на оној со вграден канал на сл. 3-17 б). Кај MOSFET-от со вграден канал преломниот напон  $U_{GST}$  е негативен, додека N - каналниот MOSFET со индуциран канал има позитивен праг на проведување. Струјата на дрејнот кај N-каналниот MOSFET се создава од електрони, па затоа напонот  $U_{DS}$  треба секогаш да биде позитивен и дрејнот е приклучен на позитивно напојување  $+V_{DD}$ . Поради потребата од директно поврзување на MOSFET-ите, во прекинувачките кола најчесто се користат MOSFET-и со индуциран канал затоа што влезните и излезните напони имаат ист поларитет.

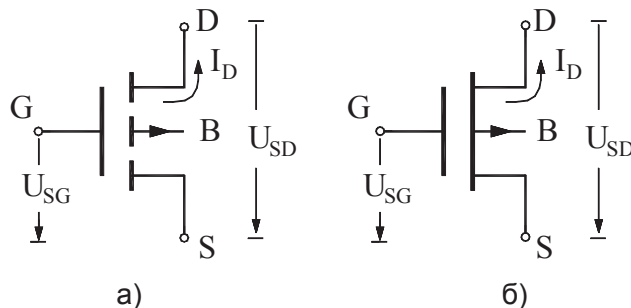
За било кој N-канален MOSFET важно е тоа што тој ќе биде закочен ако напонот  $U_{GS}$  е помал од  $U_{GST}$ . Со оваа поларизација струјата на дрејн е занемарлива и не протекнува ( $I_D=0$ ), додека напонот  $U_{DS}$  е максимален ( $U_{DS}\approx+V_{DD}$ ). Оваа состојба одговара на отворен прекинувач.

Обратно, максимална струја на дрејн, а минимален напон  $U_{DS}\approx 0$ , се појавува тогаш кога MOSFET-от е поларизиран во омското подрачје. За да се случи ова потребно е напонот  $U_{GS}\geq U_{GST}$  и  $U_{DS}<U_{GS}-U_{GST}$ . Во ова подрачје на работа струјата на дрејн има голема вредност, па според тоа ваквата состојба одговара на затворен прекинувач. Кога транзисторот е поларизиран во омското подрачје на работа отпорноста помеѓу дрејн и сорс е многу мала и приближно може да се пресмета со равенката:

$$R_{DSon} \approx \frac{1}{\beta(U_{GS} - U_{GST})} = \frac{1}{\beta(V_{DD} - U_{GST})} \quad (3-1)$$

Во претходната равенка е земено  $U_{GS} = +V_{DD}$  бидејќи во прекинувачките кола со MOSFET-и тоа е најчест случај. Факторот  $\beta$  [ $\text{mA}/\text{V}^2$ ] ја претставува карактеристичната константа на MOSFET-от. Тоа е вториот карактеристичен параметар, кој покрај  $U_{GST}$  го дава производителот на транзисторот. Вредноста на  $R_{DSon}$  обично се движи во границите од неколку 100-тина [ $\Omega$ ] до околу 1 [ $\text{k}\Omega$ ].

И кај MOSFET-от преодниот режим од запирно во триодно подрачје се изведува преку подрачјето на константни струи во кое транзисторот проведува и се однесува како линеарен елемент, кој покажува својство на засилување.



Сл. 3-18.

а) P канален MOSFET со индуциран канал

б) P канален MOSFET со вграден канал.

**P-канален MOSFET:** за P-MOSFET-от важи сè што наведовме за N-каналниот, со забелешка дека вредностите на прагот на проведување  $U_{GST}$  и напојувањето имаат спротивен поларитет, со што се менува и насоката на течење на струјата во дрејнот. Симболот на P-канален MOSFET со индуциран канал е прикажан на сл. 3-18 а), додека со формиран канал на сл. 3-18 б).

MOSFET-ите се многу погодни за изработка на интегрирани кола, бидејќи се едноставни за производство и имаат голема густина на пакување. Во поглед на брзината на работа MOSFET-от заостанува зад биполарниот транзистор заради зголемените отпорности но, од друга страна, ја намалува непотребната потрошувачка на моќност (дисипацијата).

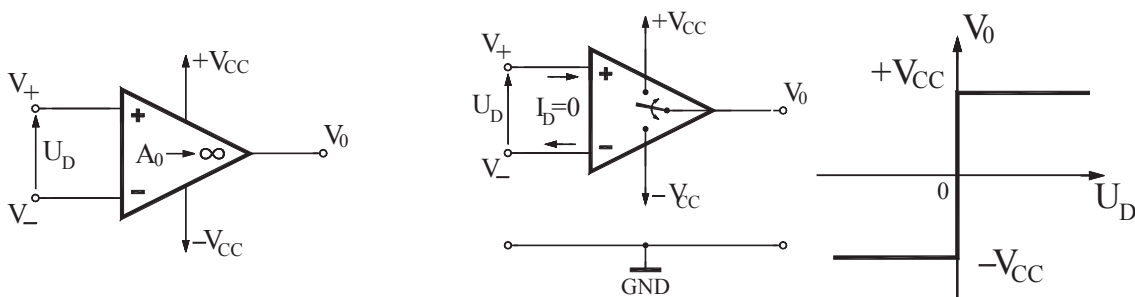
### 3.2.4 ОПЕРАЦИСКИ ЗАСИЛУВАЧ

Операцискиот засилувач (ОПЗ) е интегрирана електронска компонента, која содржи голем број полупроводнички елементи. Поради своите карактеристики, тој многу често се употребува како линеарна компонента за засилување на влезен побуден сигнал со мала амплитуда. Исто така, ОПЗ се користи и како прекинувачки елемент кога се побудува со сигнал кој има голема амплитуда и предизвикува негова работа во нелинеарен режим. Малите димензии, ниската цена на чинење и сигурна работа се предности заради кои ова интегрирано коло многу често се применува при практичната реализација на импулсните кола. Во понатамошните разгледувања ќе користиме идеален ОПЗ чиј симбол е претставен на сл. 3-19. Од симболот на ОПЗ се гледа дека тој има два влезни приклучоци, инвертирачки (–) и неинвертирачки (+), еден излезен, како и два приклучоци за приклучување на симетрични напојувања  $+V_{CC}$  и  $-V_{CC}$ . Идеалниот операцискиот засилувач се карактеризира со следниве параметри:

1. Бесконечно голема влезна отпорност  $R_i \rightarrow \infty$ ;
2. Бесконечно големо основно (диференцијално) напонско засилување  $A_0 \rightarrow \infty$ ;
3. Бесконечно мала излезна отпорност  $R_o \rightarrow 0$ .

Многу погодна еквивалентна шема за анализа на прекинувачките кола со операциски засилувачи е онаа која е прикажана на сл. 3-20 а). Кога се работи за идеален ОПЗ, тој на влезот се однесува како прекинато коло заради тоа што  $R_i \rightarrow \infty$ , додека на излезниот приклучок не постои отпорник, бидејќи  $R_o \rightarrow 0$ .

Преносната карактеристика на сл. 3-20 б) дополнително го објаснува однесувањето на идеалниот ОПЗ. Имено, ако неинвертирачкиот влез е на барем малку повисок потенцијал од инвертирачкиот ( $V_+ > V_-$  т.е. диференцијалниот напон  $U_D = V_+ - V_- > 0$ ), тогаш излезниот напон  $V_0$  во однос на нултиот потенцијал (маса, заземјување) ќе биде позитивен и приближно еднаков на позитивното напојување  $+V_{CC}$ . Од друга страна, кога инвертирачкиот влез е на малку повисок потенцијал од неинвертирачкиот ( $V_+ < V_-$  т.е. диференцијалниот напон  $U_D = V_+ - V_- < 0$ ), тогаш излезот го прима негативното ниво на напојувањето  $-V_{CC}$ . Ваквата скоковита промена се должи на фактот што кај идеалниот ОПЗ  $A_0 \rightarrow \infty$ .



Сл. 3-19. Символичка ознака а) еквивалентна шема б) преносна карактеристика.

Сл. 3-20. Идеален операциски засилувач

Бидејќи операцискиот засилувач има многу големо основно засилување, кога се користи како прекинувачки елемент кај него или воопшто не се ограничува засилувањето или се изведува позитивна повратна врска од излезот до неинвертирачкиот влез, со која уште повеќе се забрзува одзивот и преминот во нелинеарен режим на работа.

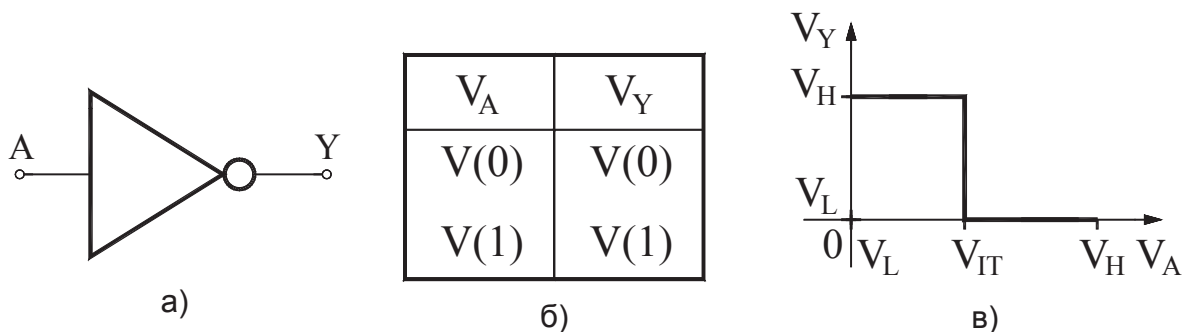
Кога ОПЗ се користи како линеарен засилувачки елемент, на него секогаш се изведува негативна повратна врска од излезот до инвертирачкиот влез, со што се нагудува вкупното напонско засилување на голема но конечна вредност.

### 3.3. ИНВЕРТОРСКО КОЛО - ИНВЕРТОР

Кога се обработува проблематиката на обликување на напони неодминливо треба да се посвети внимание на улогата на транзисторите како основни полупроводнички елементи кои функционираат во нелинеарен и прекинувачки режим на работа. Овде свое место заземаат биполарните транзистори од NPN и PNP тип, како и N-каналните и P-каналните MOSFET-и.

Основни вообликувачки транзисторски кола во импулсната и дигиталната електроника се инверторите. На влезот од инверторот можат да се појават две различни нивоа: високо или ниско. Високото ниво се означува со  $V_{HIGH}$ ,  $V_H$ , или  $V(1)$  и обично тоа е нивото на напојувањето на колото,  $+V_{CC}$  или  $+V_{DD}$ . Од друга страна, ниското напонско ниво се означува со  $V_{LOW}$ ,  $V_L$ , или  $V(0)$  и тоа е најчесто нултото ниво (потенцијалот на заземјувањето, на „масата“). Задачата на инверторот е многу едноставна: ако на неговиот влез се доведе ниско напонско ниво, на неговиот излез треба да се појави високо и обратно: ако инверторот се побуди со високо ниво, на излезот треба да се појави ниско.

На сл. 3-21 а), б) и в) се прикажани: симболот на инверторско коло, неговата функционална таблица и идеализираната преносна карактеристика од кои на едноставен начин се гледа принципот на неговата работа.



Сл. 3-21. Симбол, комбинациона таблица и преносна карактеристика на инвертор.

Во продолжение, заради поедноставување и полесно разбирање на однесувањето на инверторските кола ќе разгледуваме идеални случаи, така што однесувањето на прекинувачките елементи ќе го анализираме со нивните наједноставни еквивалентни модели кои важат за прекинувачки режим на работа.

## ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ ЗА ПОВТОРУВАЊЕ

- 3-14. Нацртај симболичка ознака на идеален прекинувач. Во колку стационарни состојби може тој да се најде? Кои се тие? За секоја од нив наведи ги вредностите за напонот и струјата на прекинувачот.
- 3-15. Нацртај симболичка ознака на полупроводничка диода и нејзина идеализирана струјно-напонска карактеристика. а) Кој услов треба да биде исполнет за диодата да биде инверзно (непропусно) поларизирана? Какви се вредностите на напонот и струјата на неа? б) Кој услов треба да биде исполнет за диодата да биде директно (пропусно) поларизирана? Какви се вредностите на напонот и струјата на неа? Направи аналогија помеѓу поларизацијата на диодата и состојбите на идеалниот прекинувач.
- 3-16. Нацртај симболичка ознака на Зенер диода и нејзина идеализирана струјно-напонска карактеристика. Која е разликата во однесувањето на Зенер диодата во однос на стандардната полупроводничка диода? Кој услов треба да биде исполнет за диодата да проведува при инверзна поларизација? Какви се вредностите на напонот и струјата за неа во овој случај?
- 3-17. Нацртај симболичка ознака на биполарен NPN транзистор. а) Кои се режимите на работа во кои транзисторот може да биде поларизиран? б) Кои се условите кои треба да бидат исполнети за транзисторот да се најде во секој од нив? Какви се вредностите на напонот и струјата на транзисторот за секое подрачје на работа? в) Направи аналогија помеѓу поларизацијата на транзисторот и состојбите на идеалниот прекинувач. г) Кои се подрачјата на работа што одговараат за негова примена во прекинувачки – нелинеарен режим на работа, односно во линеарен – засилувачки режим?
- 3-18. Нацртај симболичка ознака на n-канален MOSFET. а) Кои се режимите на работа во кои транзисторот може да биде поларизиран? б) Кои се условите што треба да бидат исполнети за транзисторот да се најде во секој од нив? Какви се вредностите на напонот и струјата на транзисторот за секое подрачје на работа? в) Направи аналогија помеѓу поларизацијата на транзисторот и состојбите на идеалниот прекинувач. г) Кои се подрачјата на работа што одговараат за негова примена во прекинувачки – нелинеарен режим на работа, односно во линеарен – засилувачки режим?

- 3-19. Нацртај симболичка ознака на идеален операционен засилувач. а) Кои се вредностите на неговите параметри? Нацртај еквивалентна шема на идеален ОПЗ. Кој параметар ја детерминира вредноста на влезната струја во ОПЗ? Колкава е нејзината јачина? б) Кои се условите што треба да бидат исполнети за ОПЗ да работи во нелинеарен, односно во линеарен режим на работа? Објасни!
- 3-20. Нацртај симболичка ознака на инвертор. Која е неговата основна задача? Објасни го однесувањето на инверторот користејќи ја неговата функционална таблица и преносна карактеристика.
- 3-21. Претпостави дека два инвертори со идентични преносни карактеристики се поврзани еден по друг, така што излезот на првиот инвертор е влез за вториот. Ако високото ниво на логичка единица  $V(1) = +5\text{ V}$ , а ниското ниво на логичка нула  $V(0) = 0\text{ V}$ , одговори колкав е излезниот потенцијал по вториот инвертор ако на влезот од првиот се доведува а) ниско ниво  $V(0) = 0\text{ V}$  б) високо ниво  $V(1) = +5\text{ V}$ .

### 3.4. ВОВЕД ВО НЕЛИНЕАРНИ КОЛА ЗА ОБЛИКУВАЊЕ

Во импулсната електроника, одреден број несинусоидални напони како што се на пример, правоаголните и линеарните напони, директно се генерираат со помош на соодветни кола. Другите облици на несинусоидални напони се добиваат со промена на обликот на некој веќе постоечки напон, кој најчесто е со простопериодична форма. *Сите трансформации на напони, кои се гледаат во промена на обликот, големината, врзувањето за некое одредено еднонасочно напонско ниво и слично, се вршат со помош на колата за обликување.*

При изведбата на некои обликувачки кола се употребуваат само линеарни елементи: отпорници, кондензатори и калемии. Во други кола за обликување важна улога имаат полупроводничките компоненти и тоа во прв ред диодите, транзисторите и операциските засилувачи кои работат во прекинувачки (нелинеарен) режим. Оттука произлегува и поделбата на колата за обликување на линеарни кола и нелинеарни кола за обликување.

Во групата линеарни кола за обликување најзначајни се мрежите составени од отпорници и кондензатори (капацитивните кола), додека во групата нелинеарни кола за обликување најпознати се ограничувачите на ниво (лимитерите), компараторите и временските селектори. Имајќи во предвид дека веќе ги анализираме RC и CR колата, во продолжение ќе ги обработиме нелинеарните кола за обликување на сигнали.

Во досегашното излагање стана збор за промена на обликот на несинусоидалните напони со импулсни кола составени само од линеарни компоненти со акумулационен карактер. За разлика од нив, колата за обликување со нелинеарни компоненти, главно, не содржат акумулациони елементи. Уште повеќе, присуството на паразитните капацитивности може само да ги влоши обликувачките карактеристики на овие кола.

Разните типови на диоди се основни и најмногу користени нелинеарни елементи во класата нелинеарни кола за обликување чија топологија често вклучува и операциски засилувачи. Основната улога на диодите во овие кола е да извршат ограничување на амплитудите на напонот од било кој облик, т.е. да не дозволат репродукција на одредени нивоа од влезниот напон на излезот од колото. Заради своите одлични прекинувачки карактеристики, операцискиот засилувач како активна полупроводничка компонента, е вториот елемент кој многу често се среќава кај нелинеарните кола за обликување на напони.



Претходно наброените поупроводнички елементи функционираат во прекинувачки режим, т.е. во нелинеарен режим на работа. За нив е карактеристично тоа што нивната струјно-напонска карактеристика има нелинеарна зависност, бидејќи за мали промени на напонот во близина на одредена критична точка се добиваат различни и најчесто големи промени на струјата. Кај ваквите елементи доаѓа до брзо, речиси моментално менување на режимот на работа и тоа од непроведување во проведување, или обратно. Токму ваквото однесување на диодата претставува основа за принципот според кој може да се менува напонскиот облик кај колата кои во својот состав содржат диоди.

### 3.5. ОГРАНИЧУВАЧИ

**Напонските ограничувачи**, или како популарно се викаат лимитери, се наједноставните нелинеарни кола за обликување. Овие кола како нелинеарен елемент ја користат диодата, обичната или Зенеровата, а покрај неа во колото се јавуваат отпорници и еднонасочни напонски генератори кои имаат улога на извори на референтен напон. Посложените ограничувачки кола содржат и активни полупроводнички елементи како на пример, *операциски засилувачи или транзистори*.

Ограничувачите вршат ограничување на амплитудата на влезниот напон од долната или горната страна, или пак од двете страни. На излезот тие пропуштаат само селектирани напонски нивоа под или над одредено референтно ниво  $V_R$  и поради тоа ограничувачите уште се викаат и *амплитудни селектори*.

Во продолжение фокусот ќе го ставиме врз принципот на менување на напонскиот облик кај диодните ограничувачки кола за потоа да се задржиме на ограничувачите со операциски засилувачи. При анализите на кола што содржат операциски засилувачи ќе претпоставиме дека тие имаат идеални карактеристики: бесконечно големо основно (диференцијално) напонско засилување ( $A_0 \rightarrow \infty$ ), бесконечно голема влезна отпорност ( $R_i \rightarrow \infty$ ) и бесконечно мала излезна отпорност ( $R_o \rightarrow 0$ ).

#### 3.5.1. ЕДНОСТРАН ОГРАНИЧУВАЧ СО ДИОДИ

**Едностраните ограничувачи** кои овде ќе бидат анализирани се реализирани со редно поврзување на еден отпорник  $R$  и диода  $D$ , при што ограничувачкиот елемент (диодата) се наоѓа во гранката, која е паралелна на излезниот напон. Заради тоа, лимитерите со ваква топологија се нарекуваат *паралелни ограничувачи*.

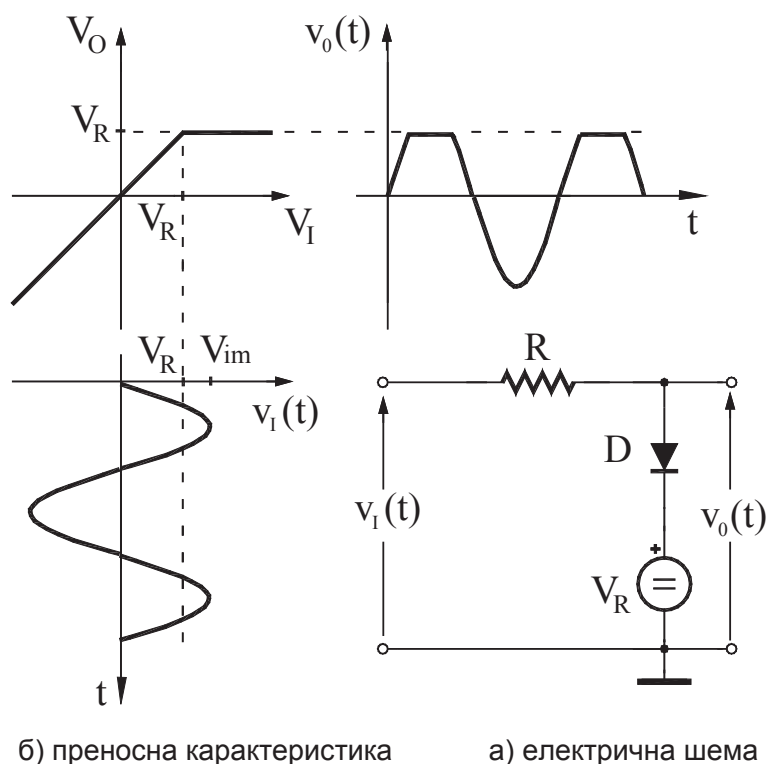
Начинот на функционирање на ограничувачот најдобро може да се разбере ако се познава неговата преносна карактеристика која ја претставува графичката зависност на излезниот напон во функција од влезниот напон:  $V_o = V_o(V_i)$ .

При анализата ќе претпоставиме дека употребената диода е идеална, т.е. дека напонот на праг е  $U_\delta \approx 0$ , дека нејзината отпорност при директна поларизација е минимална [ $R_{Ddir} \rightarrow 0$ ] и дека нејзината отпорност при инверзна поларизација е бесконечно голема [ $R_{Dinv} \rightarrow \infty$ ].

При одредување на преносната карактеристика, заради полесно разбирање, ќе претпоставиме дека влезниот напон има многу голема негативна вредност и дека постепено се зголемува кон многу голема позитивна вредност.

Термините „многу голема“ или „многу мала“, всушност го претставуваат најниското и највисокото можно напонско ниво во разгледуваното коло. За нив најчесто се зема вредноста на напојувањето на колото и нултото ниво или позитивната и негативната вредност на напојувањето ако е тоа симетрично. При оваа постепена промена на влезниот напон ќе го следиме однесувањето на прекинувачките елементи, во случајов диодата  $D$ , и истата ќе ја еквивалентираме со соодветен модел, во зависност од тоа во кој прекинувачки режим на работа се наоѓа.

**Ограничувач од горе:** Наједноставната електрична шема на овој лимитер е прикажана на сл. 3-22 а). Одредувањето на обликот на преносната карактеристика ќе го изведеме со претпоставка дека влезниот напон  $V_I$  има голема негативна вредност. Тоа предизвикува диодата да биде закочена, а излезот  $V_O$  ќе биде поврзан со влезот преку отпорникот  $R$ . Бидејќи излезот не е оптоварен, низ отпорникот  $R$  не тече струја, напонот на него ќе биде нула, и излезот ќе биде идентичен со влезот,  $V_O = V_I$ . Диодата ќе биде блокирана сè до моментот кога влезниот напон не го достигне нивото  $V_R$ , при што ќе се најде на граница на проведување. За влезни напони поголеми од  $V_R$  диодата ќе проведе и може да се еквивалентира со куса врска. На тој начин излезот директно ќе се поврзе на референтниот извор  $V_R$ , и со тоа ќе се ограничи на неговото ниво  $V_O = V_R$ .

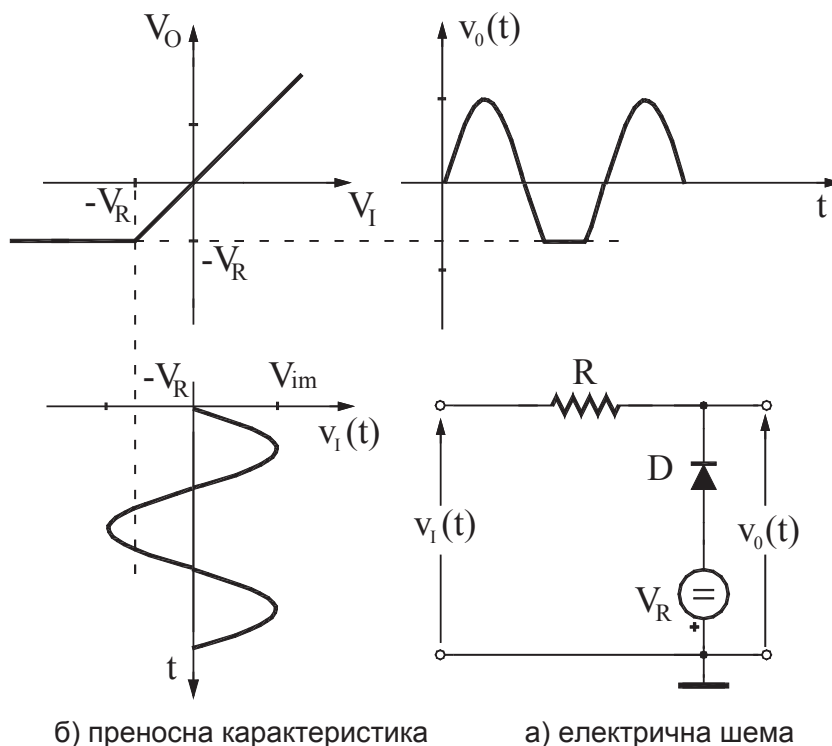


Сл. 3-22. Паралелен ограничувач од горе

Од спроведената анализа се доаѓа до заклучок дека ова коло врши селектирање на нивоата, т.е. амплитудите на влезниот напон, односно станува збор за ограничувач од горе. Имено, за вредности на влезот  $V_I < V_R$ , излезот е еднаков со влезот, додека за поголемите влезни напони  $V_I \geq V_R$ , излезот е лимитиран на  $V_R$ ,  $V_O = V_R$ .

На сл. 3-22 б) е прикажана преносната карактеристика на паралелниот ограничувач за позитивен референтен напон  $V_R > 0$ . За нулто референтно ниво ( $V_R = 0$ ) и за негова негативна вредност ( $V_R < 0$ ) линијата од карактеристиката која е паралелна со  $V_I$ -оската ќе се помести надолу за соодветната вредност на  $V_R$ .

**Ограничувач од долу:** Селектираниот дел од амплитудата на напонот може да се смени ако диодата од колото на сл. 3-22 а) се поврзе во обратна насока, како што е прикажано на сл. 3-23 а). Со оваа промена ограничувачкото ниво ќе остане исто ( $V_R$ ), но ќе се добие лимитер од долу бидејќи колото ќе ги пропушта само оние нивоа на влезниот сигнал кои се поголеми од референтното ниво  $V_R$ . Нивоата на напонот кои се помали од  $V_R$  не се пропуштаат на излезот, бидејќи во овој случај диодата е директно поларизирана и проводна што обезбедува излезниот напон да е еднаков со референтниот, однесувајќи се спротивно во однос на ограничувачот од горе, заради што се добива преносната карактеристика дадена на сл. 3-23 б).



Сл. 3-23. Паралелен ограничувач од долу

### 3.5.2. ДВОСТРАН ОГРАНИЧУВАЧ СО ДИОДИ

Ако во нелинеарното коло за обликување на напони се употребат две диоди  $D_1$ ,  $D_2$  и два референтни напонски извори  $V_{R1}$  и  $V_{R2}$ , тогаш ќе се добие ограничувач од две страни (две нивоа). Неговата електрична шема е прикажана на сл. 3-24 а), при што претпоставено е дека употребените диоди се идеални.

Преносната карактеристика  $V_0 = V_0(V_I)$ , која е прикажана на сл. 3-24 б) е составена од три сегменти:

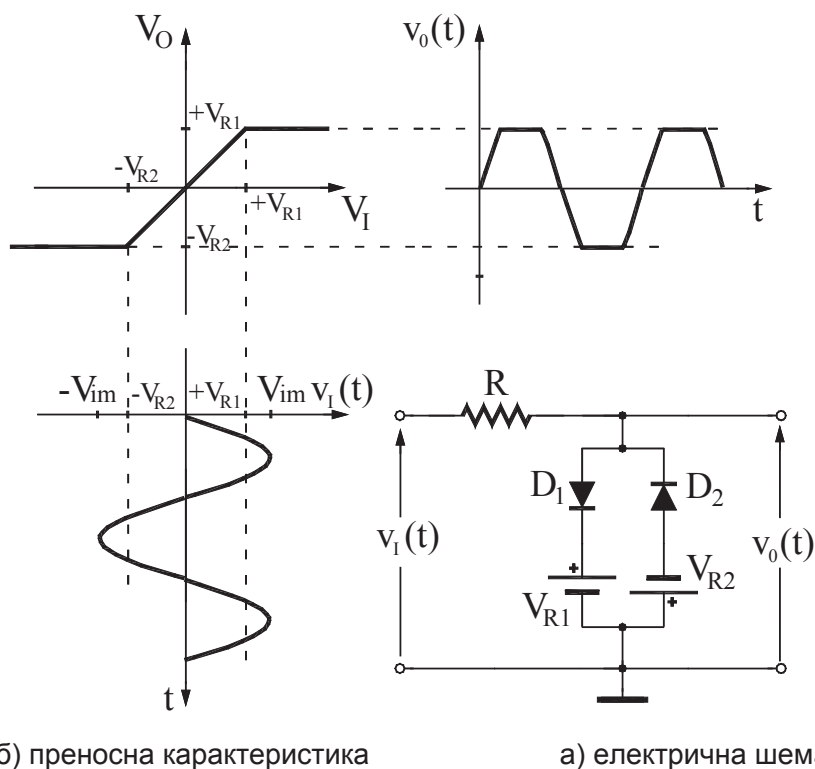
1. Се додека влезот е на пониско ниво од референтниот извор  $-V_{R2}$ , т.е. за  $V_I < -V_{R2}$ , проводна е само диодата  $D_2$  и таа го ограничува негативното ниво на излезниот напон  $V_0$  на вредност  $-V_{R2}$ ;

2. Кога влезните амплитуди се наоѓаат меѓу вредностите  $-V_{R2}$ ,  $+V_{R1}$ , т.е. за  $-V_{R2} < V_I < +V_{R1}$ , двете диоди се закочени. Влезниот напон преку отпорникот  $R$  непроменет се пренесува на излезот,  $V_0 = V_I$ ;

3. Ако влезниот напон е поголем од  $+V_{R1}$ , диодата  $D_1$  станува проводна и го ограничува излезното ниво  $V_0$  на  $+V_{R1}$ .

На овој начин се добива напонски облик, кој двострано е ограничен од амплитудата  $-V_{R2}$  до амплитудата  $+V_{R1}$ .

На сл. 3-24 е прикажан и одзивот на синусоидален влезен напон, од кој се забележува дека со двостраниот ограничувач може да се конвертира простопериодичниот напон во трапезоиден.



Сл. 3-24. Двостран ограничувач со диоди

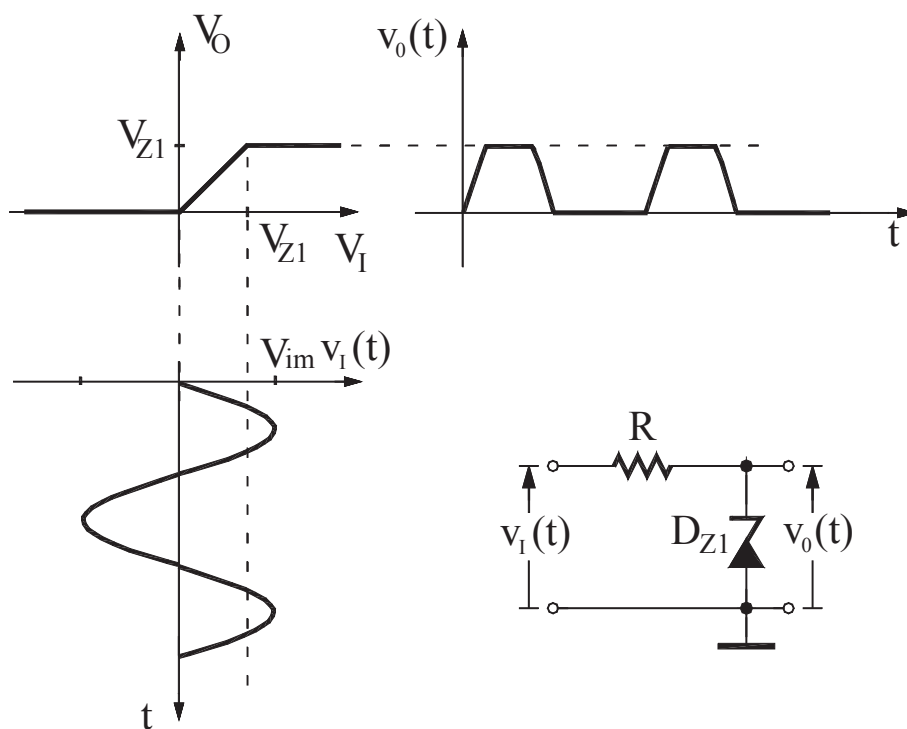
### 3.5.3. ДВОСТРАН ОГРАНИЧУВАЧ СО ЗЕНЕР ДИОДИ

Наједноставно коло за двострано ограничување може да се направи според принципиелната електрична шема прикажана на сл. 3-25. Принципот на работа на колото ќе го објасниме со следнава анализа:

- ако влезниот напон е позитивен, тој ја поларизира Зенер диодата во инверзното подрачје, така што ако неговото ниво по апсолутна вредност е поголемо од зенеровиот напон на пробив, диодата проведува во инверзното подрачје и на излезот се добива фиксен напон еднаков на  $V_Z$ ;

- ако влезниот позитивен напон по апсолутна вредност падне под Зенеровиот напон, диодата сè уште е инверзно поларизирана, но сега ќе се закочи. Во тој случај низ неа нема да тече струја, а со тоа нема да тече струја и низ отпорникот, па излезниот напон на кој не е приклучен потрошувач ќе го следи влезниот, и
- за влезни напони кои имаат негативни амплитуди помали од  $0V$ , Зенер диодата станува директно (пропусно) поларизирана и повторно ќе проведе. Проведувањето сега е во директна насока и диодата може да се замени со куса врска, со што излезниот потенцијал директно е кусо споен на маса и се добива излезен напон ограничен на нулто напонско ниво.

Врз основа на претходното објаснување, може да се нацрта преносната карактеристика на колото претставена на сл. 3-26. Од сликата јасно се гледа дека станува збор за ограничувач на две нивоа. Едното ниво е нултото ниво (ниво на земја, маса), додека другото ниво е позитивно и по апсолутна вредност еднакво со референтниот напон на Зенеровата диода ( $V_{R1}=|V_{Z1}|$ ).



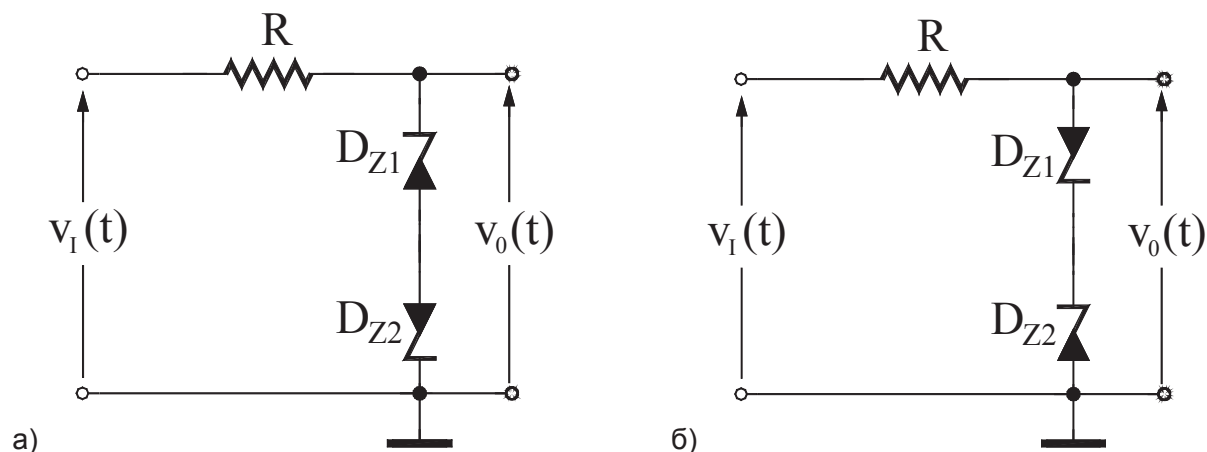
Сл. 3-26. преносна карактеристика

Сл. 3-25. електрична шема

Двостран ограничувач со зенер диода

Ако Зенер диодата на шемата од сл. 3-25 ја приклучиме спротивно, таа ќе биде директно поларизирана за позитивни напони, а инверзно за негативни. На овој начин повторно ќе добиеме двостран ограничувач кај кој едното ниво е нултото. Разликата ќе биде во тоа што сега ваквото коло ќе работи инверзно во однос на претходното. Тоа ќе ги пропушта само негативните полупериоди на влезниот сигнал и истовремено ќе ги ограничува на ниво  $-V_{Z1}$ .

Со примена на две Зенер диоди, кои можат сериски да се надоврзат на еден отпорник според сл. 3-27 а), се добива едноставен ограничувач за *двострано обликување* на две нивоа што се еднакви со напоните на Зенеровиот пробив на употребените Зенер диоди.



Сл. 3-27. Електрична шема на двостран ограничувач со две Зенер диоди

Преносната карактеристика на ова коло е иста како онаа од сл. 3-24 а), само што сега референтните нивоа на напоните се одредуваат со вредностите на Зенеровите напони  $U_{Z1}$  и  $U_{Z2}$  на секоја од диодите  $D_{Z1}$  и  $D_{Z2}$ . Бидејќи проводната состојба на диодите е возможна само ако едната диода води во директна, а другата во подрачјато на инверзна поларизација и тоа околу Зенеровиот пробив, јасно е дека референтниот напон ќе биде збир на соодветните напони на проведување на двете диоди. Така, ако претпоставиме дека падот на напонот на проводната диода изнесува 0, позитивниот референтен напон ќе биде  $V_{R1} = U_{Z1}$ , а негативниот  $V_{R2} = U_{Z2}$ . Очигледно е дека добра страна на овој ограничувач е тоа што нема потреба од извори на референтен напон. Сепак, големите капацитивности на Зенер диодите и малите вредности на нивните максимално дозволени струи ја ограничуваат неговата поширока примена. На крај да спомниме дека колото од сл. 3-27 а) ќе се однесува на истиот начин и тогаш кога диодите ќе се врзат со катодите, а не со анодите, според сл. 3-27 б).

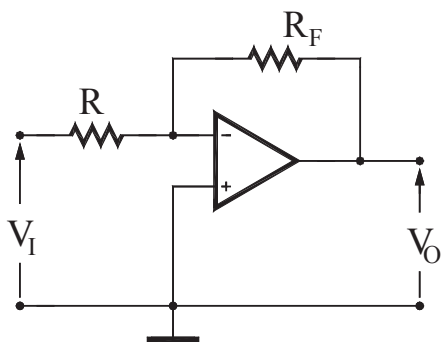
### 3.5.4. ДВОСТРАН ОГРАНИЧУВАЧ СО ОПЕРАЦИСКИ ЗАСИЛУВАЧ

Познатите инвертирачки и неинвертирачки конфигурации на засилувачи реализирани со операциски засилувач од линеарна (аналогна) електроника, презентирани на сл. 3-28 и сл. 3-29 многу едноставно се модифицираат во кола за ограничување и како такви наоѓаат широка практична примена. За излезниот напон кај инвертирачкиот засилувач, чија принципиелна шема е прикажана на сл. 3-28 и за неинвертирачкиот засилувач, чија основна шема е дадена на сл. 3-29 може да се напише:

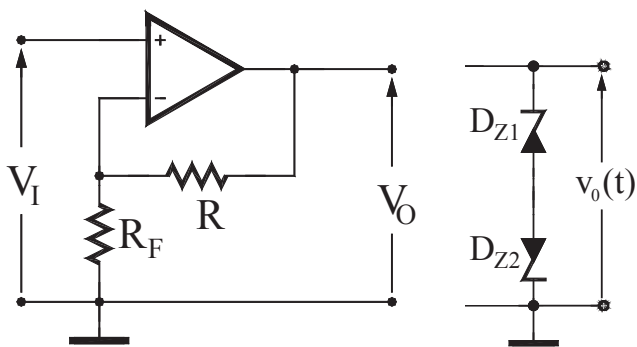
$$\frac{U_0}{U_i} = A_u = -\frac{R_F}{R} \quad (3-2)$$

$$\frac{U_0}{U_i} = A_u = 1 + \frac{R_F}{R} \quad (3-3)$$

Од овие релации може да се заклучи дека со соодветен избор на вредноста на отпорниците во негативната повратна врска во однос на влезните отпорници, лесно се добива инвертирачко, односно неинвертирачко коло за ограничување. Потребно е само да се изврши нагодување така што напонското засилување ќе добие единечна вредност, со што ќе се постигне следење помеѓу излезниот и влезниот напон.



Сл. 3-28. Инвертирачки ограничувач

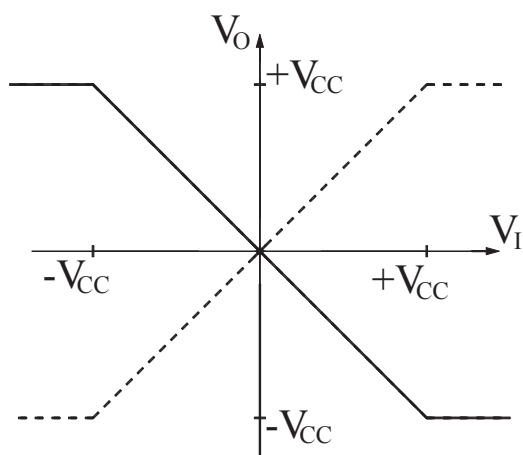


Сл. 3-29. Неинвертирачки ограничувач

Кола за лимитирање со основни засилувачки конфигурации со операциски засилувач

Така на пример, ако во равенката за напонско засилување на инвертирачкиот засилувач (3-2) избереме  $R_F=R$  следува дека  $A_v = -1$  бидејќи

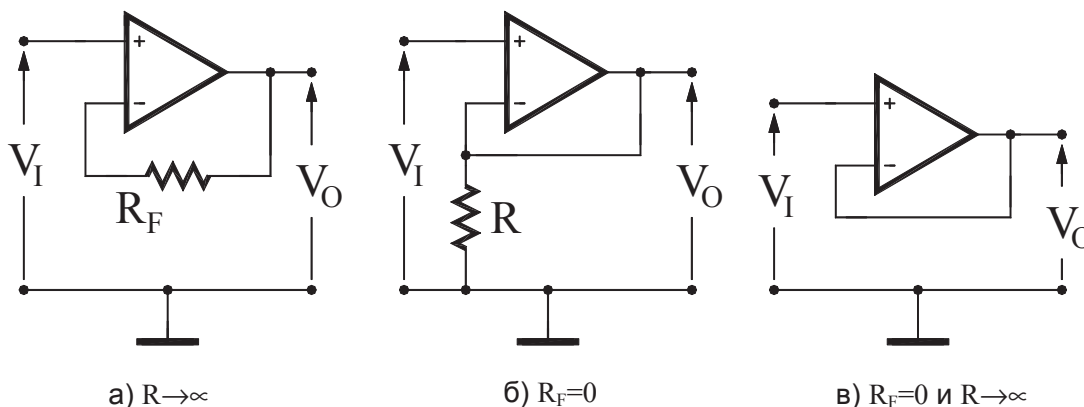
$$\frac{U_0}{U_i} = A_u = -\frac{R}{R} = -1, \text{ т.е. } U_0 = -U_i \tag{3-4}$$



Сл. 3-30. Преносна карактеристика на ограничувач со операциски засилувач.

Ова значи дека излезниот напон ќе го следи влезниот со единечен негативен наклон сè додека не се достигнат нивоата на напојување кои се воедно и ограничувачки. Притоа, излезниот напон е еднаков и инвертиран во однос на влезниот: колку што влезот расте, исто толку излезот ќе опаѓа, и обратно, според преносната карактеристика на колото која е прикажана на сл. 3-30 со полна линија. Јасно е дека промените на влезните амплитуди кои се помали од напојувањата целосно ќе се пренесуваат на излезот, но инвертирани. Напоните чии нивоа се поголеми од напојувањата на ОПЗ ќе бидат лимитирани на  $\pm V_{CC}$ .

Слично, кај неинвертирачкиот засилувач во равенката за напонското засилување (3-3) може да се избере една од трите варијанти дадени на сл. 3-31.



Сл. 3-31. Ограничувачи конфигурации со неинвертирачки операциски засилувач

Станува збор за следниве вредности на отпорниците  $R$  и  $R_F$ :

- а)  $R \rightarrow \infty$ , т.е. прекинатото коло според сл. 3-31 а),
- б)  $R_F = 0$ , т.е. куса врска, како на сл. 3-31 б), или
- в) истовремено важи  $R_F = 0$  и  $R \rightarrow \infty$ , сл. 3-31 в),

За секоја од претходните комбинации следува дека ќе добиеме  $A_v = +1$  бидејќи

$$\frac{U_0}{U_i} = A_u = 1 + 0 = 1, \text{ т.е. } U_0 = U_i \quad (3-5)$$

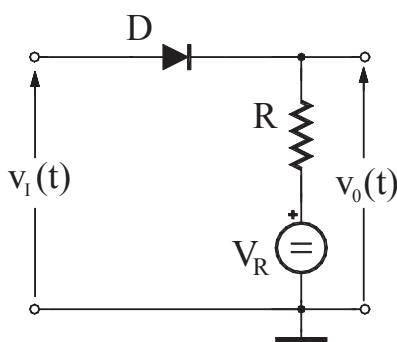
Потенцијалот на излезот ќе ја следи влезната побуда исто како претходно со единечна стрмнина, која сега ќе биде позитивна сè додека не се достигнат нивоата на напојување, што и во овој случај се ограничувачки фактор. Притоа, излезниот напон целосно го прати влезниот: ако влезниот потенцијал расте, и излезниот ќе расте исто така, а ако влезот опаѓа, и излезот ќе опаѓа.

Преносната карактеристика на неинвертирачкиот лимитер е прикажана на сл. 3-30 со испрекината линија. И во овој случај излезните напони се ограничени на напојувањата на операцискиот засилувач, т.е. на нивота  $\pm V_{CC}$ .

Ако има потреба од ограничување на помали нивоа или од несиметрично ограничување, на излезот од операциските засилувачи можат да се стават две Зенер диоди според сл. 3-27 со еднакви Зенерови напони  $V_{Z1} = V_{Z2} = V_Z$ . Сега излезниот напон повторно ќе биде симетрично ограничен од горе и од долу но сега на  $\pm V_Z$ , а не на  $\pm V_{CC}$ .

## ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ ЗА ПОВТОРУВАЊЕ

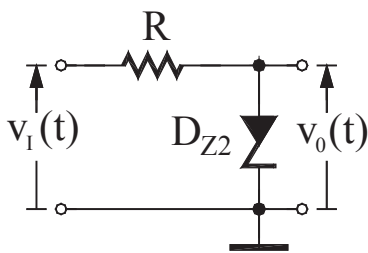
- 3-22. Која е основната улога на ограничувачките кола (лимитерите)?
- 3-23. Во најкуси црти објасни што работи ограничувачот од горе.
- 3-24. Во најкуси црти објасни што работи ограничувачот од долу.
- 3-25. Во најкуси црти објасни што работи ограничувачот на две нивоа.
- 3-26. Одреди ја преносната карактеристика  $V_0 = V_0(V_1)$  на паралелниот ограничувач од сл. 3-22 ако употребената диода е идеална и завртена со а) анодата б) катодата кон горе, а референтниот напон  $V_R$  има вредности (1)  $V_R = -6V$ , (2)  $V_R = 0V$ , (3)  $V_R = +5V$ . Објасни го принципот на работа.



Сл. 3-32. Нелинеарно коло за обликување на сигнали

- 3-27. На сл. 3-32 е прикажано нелинеарно коло за обликување со примена на идеална диода која е поврзана а) со анодата б) со катодата на излезот од колото. Одреди ја преносната карактеристика  $V_0 = V_0(V_1)$  на колото со претпоставка дека референтниот напонски извор  $V_R$  е куса врска и потоа образложи дали се работи за ограничувач или компаратор. Повтори ја задачата земајќи дека во колото е вклучен и референтниот извор со вредности (а)  $V_R = -5V$ , (б)  $V_R = 0V$ , (в)  $V_R = +3V$ .





Сл. 3-33. Нелинеарно коло за обликување на сигнали.

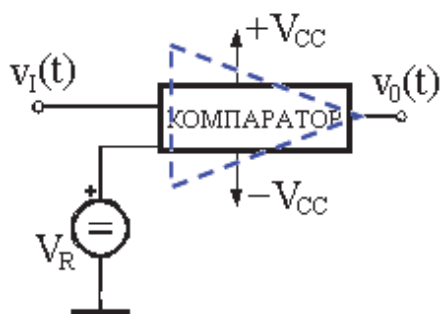
3-28. Определи ја преносната карактеристика  $V_0 = V_0(V_1)$  на ограничувачот на две нивоа со една Зенер диода  $D_{Z1}$  со референтен напон  $U_{Z1} = 5V$  која е паралелно поврзана на излезот според а) сл. 3-25, како и според б) сл. 3-33 каде диодата е поврзана како на сл. 3-25 но обратно: анодата и катодата си ги замениле местата. Претпостави дека диодата е идеална и објасни ја добиената преносна карактеристика на колото.

- 3-29. Определи ја преносната карактеристика  $V_0 = V_0(V_1)$  на ограничувачот на две нивоа со две Зенер диоди  $D_{Z1}$ ,  $D_{Z2}$  кои се паралелно поврзани на излезот според сл. 3-26. Претпостави дека диодите се идеални, а преносната карактеристика објасни ја посебно за секој од следните три случаи: (а)  $U_{Z1} = -5V$  и  $U_{Z2} = -7V$ , (б)  $U_{Z1} = -7V$  и  $U_{Z2} = -5V$ , (в)  $U_{Z1} = U_{Z2} = U_Z = -5V$ .
- 3-30. Нацртај принципиелна електрична шема на а) инвертирачко б) неинвертирачко засилувачко коло со идеален операциски засилувач и наведи ја ревенката за напонското засилување. Дали ваквото коло може да се користи како двостран ограничувач? Кој услов треба да биде исполнет? Каков треба да биде односот на отпорниците? Објасни го принципот на работа и нацртај ја преносната карактеристика  $V_0 = V_0(V_1)$ .
- 3-31. Нека е дадена електричната шема на а) инвертирачко б) неинвертирачко засилувачко коло со идеален операциски засилувач според сл. 3-27 и сл. 3-28 кој симетрично се напојува со два извори  $\pm V_{CC} = 9V$  и отпорник во повратна врска  $R_F = 47K\Omega$ . Колкава треба да биде вредноста на вториот отпорник во колото ( $R$ ) за тоа да може да се применува како ограничувач: 1) од горе, 2) од долу или 3) на две нивоа? Која е неговата вредност?
- 3-32. Определи ја преносната карактеристика  $V_0 = V_0(V_1)$  на ограничувачот на две нивоа со идеален операциски засилувач од а) сл. 3-28 ако е исполнет условот  $A_V = -1$  б) сл. 3-29 и  $A_V = +1$  ако напојувањето изнесува  $\pm V_{CC} = 12V$ .

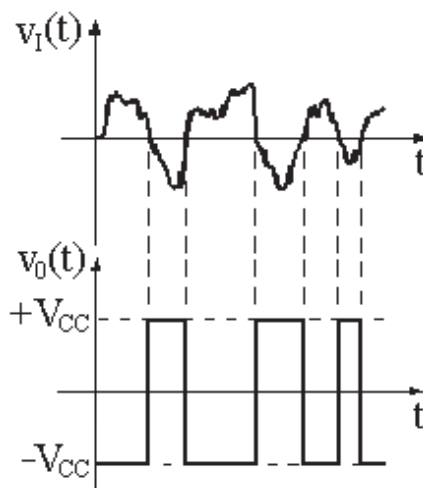
### 3.6. КОМПАРАТОРИ

Потребата од споредување на напони се јавува многу често во практиката. Таа е посебно изразена во системите за аналого-дигитална конверзија и во колата за нелинеарно обликување на сигнали, поточно за добивање на периодични правоаголни или шилести импулси од напони со простопериодичен облик.

**Компараторот** е електронско коло со такво својство да може да споредува две напонски нивоа. Негова основна задача е што попрецизно да го детектира моментот на изедначување на двата напона. Напоните што се компарираат се доведуваат на двата влеза од колото: на еден од влезовите се приклучува референтниот извор  $V_R$ , а на другиот влез се носи вториот напон  $v_1(t)$  кој има произволен облик и амплитуда, а се споредува со референтниот, според сл. 3-34.



Сл. 3-34. Компараторско коло



Сл. 3-35. Напонски бранови облици на влезот и излезот од компараторот

Моментот на изедначување се сигнализира преку скоковита промена на излезниот напон. Тоа може да биде нагла промена на излезното напонско ниво  $v_O(t)$  од ниско на високо или обратно, како што е прикажано на сл. 3-35 за која е претпоставено дека  $V_R=0$ . Суштинската разлика меѓу компараторот и колото за обликување е во тоа што компараторот треба што е можно поточно да го регистрира само моментот на компарацијата, т.е. преминувањето на референтното ниво од страна на влезниот сигнал. Репродуцирањето на дел од обликот на влезниот сигнал до излезот не е важно.

Анализата на компараторските кола опфаќа одредување на нивната преносна карактеристика  $V_O = V_O(V_I)$ , која треба да биде со што е можно пострмен премин од едното кон другото излезно ниво. Во анализите на компараторските кола што следат во продолжение ќе претпоставуваме дека преминот е скоковит што претставува идеален случај.

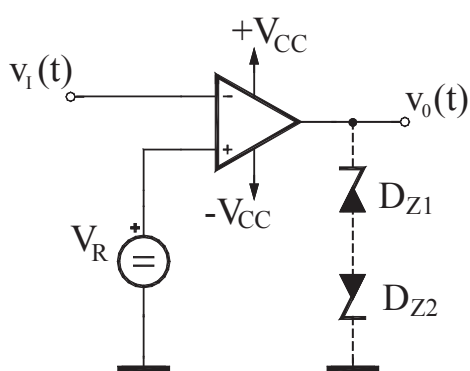
При практичната реализација, компараторите најчесто се изведуваат со примена на операциски засилувачи кои работат во нелинеарен режим според еквивалентната шема и идеализираната преносна карактеристика  $V_O = V_O(U_D)$  прикажана на сл. 3-20 а) и б). Гледајќи го карактеристичното скоковито менување на излезниот напон дури и за најмали промени на диференцијалниот влез  $U_D = V_+ - V_-$  во околина на нулата, може да се констатира дека операцискиот засилувач може да се употреби како компаратор, со наједноставна замена на блокот за компарирање како што е прикажано со испрекинати линии на сл. 3-34.

### 3.6.1. ИНВЕРТИРАЧКО КОМПАРАТОРСКО КОЛО

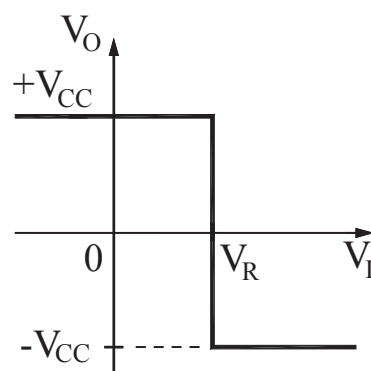
Еден од начините на кој може да се оствари инверторско коло со операциски засилувач е илустриран со основната шема прикажана на сл. 3-36 а). Од сликата се гледа дека влезниот напон, кој ќе се споредува се носи на инвертирачкиот влез, а референтниот напон на неинвертирачкиот. Преносната карактеристика  $V_O = V_O(V_I)$  на инвертирачкиот компаратор е дадена на сл. 3-36 б) при што е претпоставена позитивна вредност на референтниот напон ( $V_R > 0$ ). Доколку станува збор за нулто или негативно ниво на референтниот извор  $V_R$  преносната карактеристика соодветно ќе се помести во лево по  $V_i$ -оската.

Добивањето на преносната карактеристика од сл. 3-36 б) може да се објасни на едноставен начин. Имено, бидејќи операцискиот засилувач има многу големо напонско засилување  $A_0 \rightarrow \infty$ , за било кој влезен напон чие ниво е барем малку различно од референтното  $V_R$ , тој ќе работи во нелинеарен режим. Неговиот излез  $V_0$  ќе оди во областа на заситување, при што скоковито ќе прима вредности еднакви со напоните на напојување. При ова, ако променливиот влезен напон е барем малку поголем од референтниот, заради тоа што потенцијалот на инвертирачкиот влез е поголем од неинвертирачкиот, на излезот се добива негативниот напон на напојување  $-V_{CC}$ . Ако пак влезното напонско ниво е барем малку помало од референтното, тогаш потенцијалот на инвертирачкиот влез е помал од оној на неинвертирачкиот, па на излезот се добива вредноста на позитивното напојување  $+V_{CC}$ .

Заклучокот за однесувањето на компараторот од сл. 3-36 а) се наметнува од неговата преносна карактеристика прикажана на сл. 3-36 б). За влезни напони  $V_I$  поголеми од  $V_R$  ( $V_I > V_R$ ), излезот е  $V_0 = -V_{CC}$ , додека за влезни напони помали од  $V_R$  ( $V_I < V_R$ ) нивото драстично се менува и добива вредност  $V_0 = +V_{CC}$ .



а) електрична шема



б) преносна карактеристика

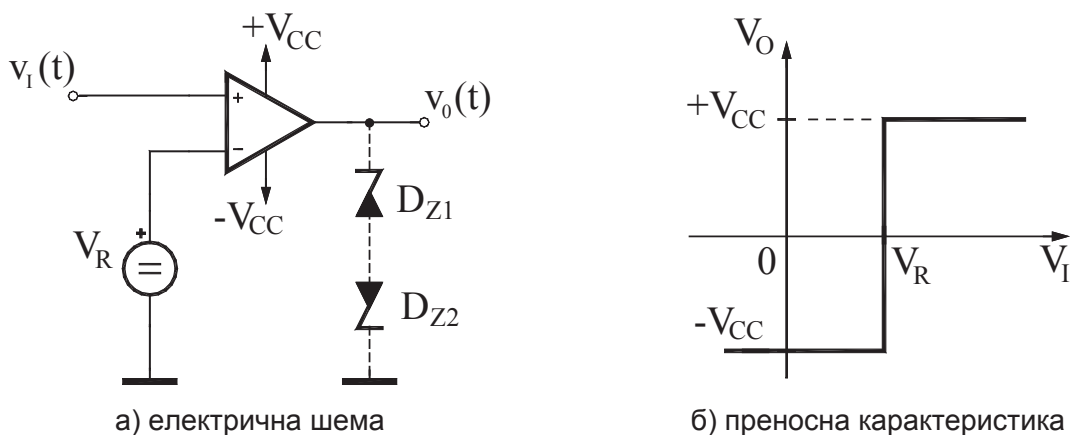
Сл. 3-36. Инвертирачко компараторско коло со операциски засилувач

### 3.6.2. НЕИНВЕРТИРАЧКО КОМПАРАТОРСКО КОЛО

Вториот начин на реализација на компаратор е претставен со неговата принципиелна електрична шема прикажана на сл. 3-37 а). Од шемата се гледа дека во однос на претходното коло побудата е спротивна бидејќи влезниот напон се носи на неинвертирачкиот влез. Во овој случај, преносната карактеристика  $V_0 = V_0(V_I)$  на компараторот ќе го има обликот прикажан на сл. 3-37 б) при што повторно е земено дека референтниот извор е позитивен ( $V_R > 0$ ). Доколку станува збор за нулто или негативно ниво на референтниот напонски извор  $V_R$  преносната карактеристика ќе се помести во лево по  $V_I$ -оската зависно од вредноста на  $V_R$ .

Споредувајќи ја дадената преносна карактеристика на неинвертирачкиот компаратор од сл. 3-37 б) со онаа на инвертирачкиот од сл. 3-36 б), може веднаш да се заклучи дека однесувањето на неинвертирачкиот компаратор е спротивно. Влезниот променлив напон сега се носи на неинвертирачкиот влез, а референтниот напон е приклучен на инвертирачкиот. За било кое влезно напонско ниво, кое е барем малку поголемо од референтното  $V_R$ , излезот од операцискиот засилувач  $V_0$  моментално ќе оди во заситување и ќе ја прими вредноста на

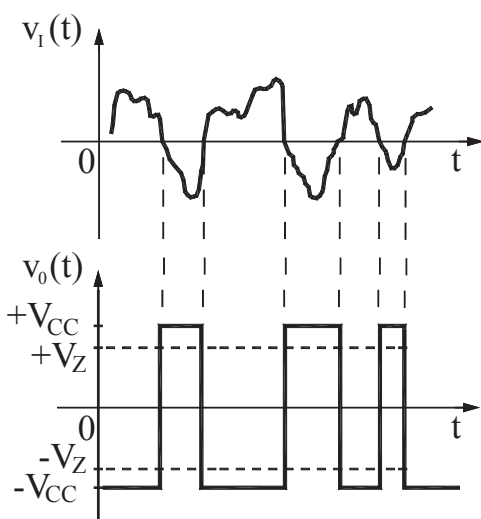
позитивното напојување  $+V_{CC}$ . Меѓутоа, ако влезниот напон е барем малку помал од референтниот  $V_R$ , тогаш на излезот од компараторот скоковито ќе се добие негативниот напон на напојување  $-V_{CC}$ .



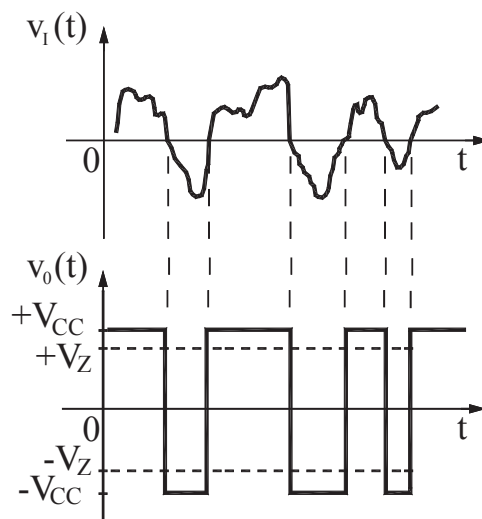
Сл. 3-37. Неинвертирачко компараторско коло со операциски засилувач

Од преносната карактеристика на неинвертирачкото компараторско коло, прикажана на сл. 3-37 б), може да се заклучи дека за влезни напони  $V_I$  поголеми од  $V_R$  излезот е  $V_O = +V_{CC}$ , додека за влезни напони  $V_I$  помали од  $V_R$ , нивото на излезот нагло се менува на  $V_O = -V_{CC}$ .

Заради дообјаснување на принципот на работа на претходно разгледаните компараторски кола од сл. 3-36 и сл. 3-37, на сл. 3-38 и сл. 3-39 е даден еден пример. Станува збор за ист побуден променлив влезен сигнал  $v_I(t)$ , прикажан на сл. 3-38 а) и сл. 3-39 а) кој се носи на влезот на секој од двата компаратори. На сл. 3-38 б) е претставен одзивот  $v_O(t)$  кај инвертирачкиот компаратор, додека на сл. 3-39 б) е прикажан излезен бранов облик  $v_O(t)$  на неинвертирачкиот компаратор. За двата компаратори е претпоставено дека се детектори на нула, т.е. компаратори со нулто референтно ниво ( $V_R = 0$ ) (референтен напонски праг  $V_R = 0$ ).



Сл. 3-38. Инвертирачки компаратор



Сл. 3-39. Неинвертирачки компаратор

Пример на влезен и излезен напонски сигнал кај детектори на нула

Во практиката, често пати на излезот од компараторите се приклучува сериска врска на две идентични Зенер диоди  $D_{Z1}$ ,  $D_{Z2}$  со референтни напони  $U_{Z1}=U_{Z2}=U_Z$ , како што е изведено на сл. 3-36 а) и сл. 3-37 а) со испрекината линија. Тоа се прави заради ограничување на излезното напонско ниво  $U_0$  на вредност  $\pm U_Z$ , која е помала од напојувањето  $\pm V_{CC}$  ( $|U_Z| < |V_{CC}|$ ). Ако оваа комбинација се земе предвид при цртањето на сл. 3-38 и сл. 3-39, тогаш ќе дојде до промена на нивото на излезните бранови облици како што е прикажано со испрекината линија.

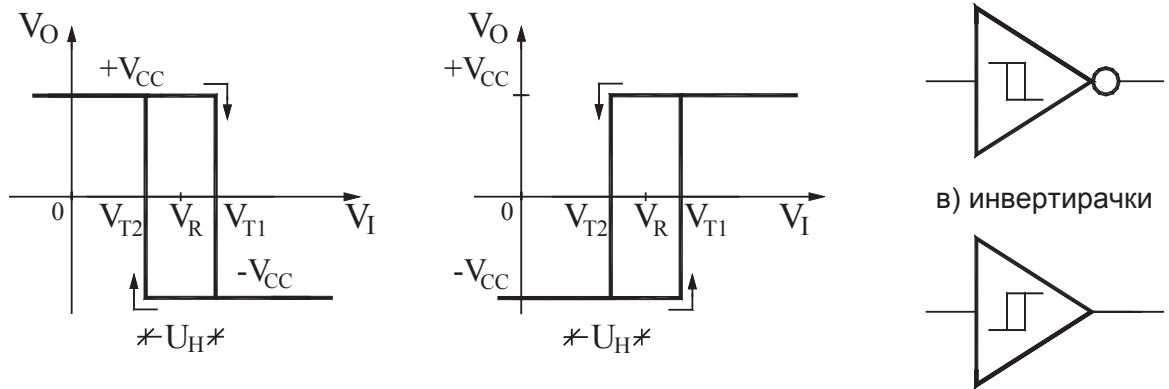
### 3.6.3. ШМИТОВ КОМПАРАТОР

За компараторските кола кои претходно ги анализиравме претпоставуваме дека имаат идеални карактеристики. Меѓутоа ваквите компараторски кола, реализирани со реални операциски засилувачи би имале недостаток. Имено, ако влезниот напон бавно се менува, брзината на промена на излезниот напон ќе биде исто така побавна. Ова произлегува од тоа што реалниот операциски засилувач има конечно големо засилување  $A_0 \gg 1$ , за разлика од идеалниот за кој важеше  $A_0 \rightarrow \infty$ .

Ваквиот недостаток може да се отстрани ако кај обичниот компаратор се оствари позитивна повратна врска. Имено, со остварената позитивна реакција се добива регенеративно прекинувачко коло, па времето потребно за да се изврши промена од едното на другото излезно ниво е многу кратко и практично независно од стрмнината на влезниот сигнал. Со ова се добива побрзо реагирање и за бавно променливи влезни напони, што не е случај кај обичниот компаратор.

Преносната карактеристика  $V_0 = V_0(V_I)$  на компараторот со позитивна реакција, кој популарно се нарекува и Шмитов прекинувач или Шмитов тригер, е прикажана на сл. 3-40. На сл. 3-40 а) е претставена инвертирачка конфигурација, а на сл. 3-40 б), неинвертирачка. Нивните симболички ознаки се прикажани на сл. 3-40 в) и г), последователно. Од сл. 3-40 се гледа дека дадените преносни карактеристики на Шмитовиот компаратор се разликуваат од оние на вообичаениот по тоа што сега се јавува хистерезисен облик. Во врска со ова, од сл. 3-40 се гледа дека Шмитовиот компаратор има две референтни нивоа на префрлување, односно два прекинувачки прага  $V_{T1}$ ,  $V_{T+}$  или  $V_{THIGH}$  и  $V_{T2}$ ,  $V_{T-}$  или  $V_{TLOW}$ . Напонот на хистерезисот  $U_H$  се дефинира како разлика меѓу двата прекинувачки прагови  $V_{T1}$  и  $V_{T2}$ :

$$U_H = V_{T1} - V_{T2}$$



а) инвертирачки компаратор    б) неинвертирачки компаратор    в) инвертирачки    г) неинвертирачки

Сл. 3-40. Преносни карактеристики и симболички ознаки на Шмитово компараторско коло

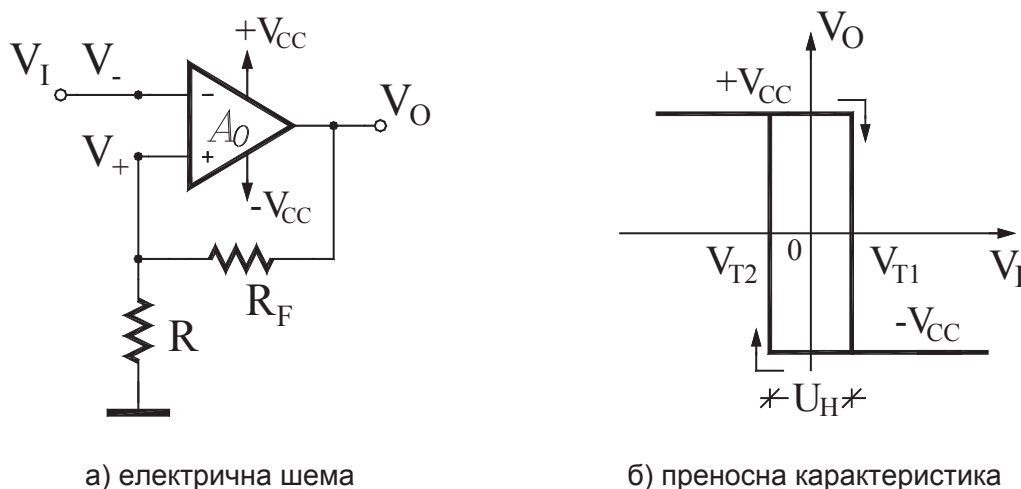
Како што може да се види од сл. 3-40 а) хистерезисната преносна карактеристика на инвертирачкото коло може да се опише на следниов начин:

- излезот  $V_0$  скоковито се менува од  $+V_{CC}$  на  $-V_{CC}$  при преминување на влезно напонско ниво еднакво на горниот (првиот) прекинувачки (префрлувачки) праг  $V_{T1}$ , кога влезниот сигнал расте, додека
- скоковитата промена на излезот  $V_0$  од  $-V_{CC}$  на  $+V_{CC}$  ќе се случи при преминот на долниот (вториот) прекинувачки (префрлувачки) праг  $V_{T2}$ , ако нивото на влезниот напон  $V_1$  опаѓа.

Споредувајќи ја преносната карактеристика на неинвертирачкиот Шмитов компаратор од сл. 3-40 б) со онаа на инвертирачкиот прикажана на сл. 3-40 а), се наметнува заклучокот дека однесувањето ќе биде спротивно.

### 3.6.3.1. ШМИТОВ КОМПАРАТОР СО ОПЕРАЦИСКИ ЗАСИЛУВАЧ

Во продолжение ќе анализираме Шмитов инвертирачки компаратор, популарниот Шмитов тригер, чија електрична шема е прикажана на сл. 3-41 а). Станува збор за една изведба со операциски засилувач кај кој позитивната реакција се изведува преку отпорникот  $R_F$ . Преку овој отпорник е овозможено дефинирање на референтното ниво на компарација на неинвертирачкиот влез, а со тоа практично и на двата префрлувачки прага. Влезниот променлив сигнал, всушност, е потенцијалот на инвертирачкиот влез  $v_1(t) = v_-(t)$ , додека излезниот напон  $v_0(t)$  се зема од излезот на операцискиот засилувач.



а) електрична шема

б) преносна карактеристика

Сл. 3-41. Шмитов компаратор во инвертирачка конфигурација

При анализата, исто како и во претходните примери, ќе земеме дека употребениот операциски засилувач е идеален. За да ги пресметаме вредностите на префрлувачките прагови треба да го одредиме потенцијалот на неинвертирачкиот влез  $V_+$ , затоа што тоа ниво ќе одлучува кога ќе дојде до промена на излезниот напон.

За таа цел, прво ќе претпоставиме дека влезниот напон расте од негативно кон позитивно ниво. За многу негативни влезни напони околу  $-V_{CC}$ , кои се доведуваат на инвертирачкиот влез, сигурно ќе биде исполнет условот потенцијалот на неинвертирачкиот влез да е поголем од инвертирачкиот, заради што на излезот се добива високо ниво  $+V_{CC}$ .

Знаејќи дека во влезните приклучоци не тече струја, можеме да ги примениме равенките за напонски делител. Имено, потенцијалот  $V_+$  зависи од излезниот напон  $V_0$  преку напонскиот делител формиран од отпорниците  $R$  и  $R_F$ . Потенцијалот  $V_+$  всушност е еднаков со напонот на отпорникот  $R$ :

$$V_+ = \frac{R}{R + R_F} V_0 = \frac{R}{R + R_F} V_{CC} = \beta \cdot V_{CC} = V_{T1} \text{ или } V_{T+} \quad (3-7)$$

$$\text{каде што } \beta = \frac{R}{R + R_F} . \quad (3-8)$$

Од добиената вредност е јасно дека при зголемување на влезот  $V_I$ , промена на излезот од  $+V_{CC}$  на  $-V_{CC}$ , ќе настане тогаш кога ќе се достигне референтното ниво на неинвертирачкиот влез кое изнесува  $V_+ = \beta V_{CC}$ , што фактички го претставува нивото на првиот прекинувачки праг  $V_{T1}$ . Објаснувањето сликовито е претставено со преносната карактеристика на колото претставена на сл. 3-41 б).

При одредувањето на вториот дел од преносната карактеристика ќе претпоставиме дека влезниот напон  $V_I$ , а со тоа и потенцијалот на инвертирачкиот влез, опаѓа. Кога влезниот напон  $V_I$  опаѓа од  $+V_{CC}$  до  $-V_{CC}$ , тој од почеток е многу позитивен (околу  $+V_{CC}$ ), така што потенцијалот на инвертирачкиот влез е повисок од потенцијалот на неинвертирачкиот, па на излезот од операцискиот засилувач ќе се појави  $-V_{CC}$ , а потенцијалот на неинвертирачкиот влез ќе биде:

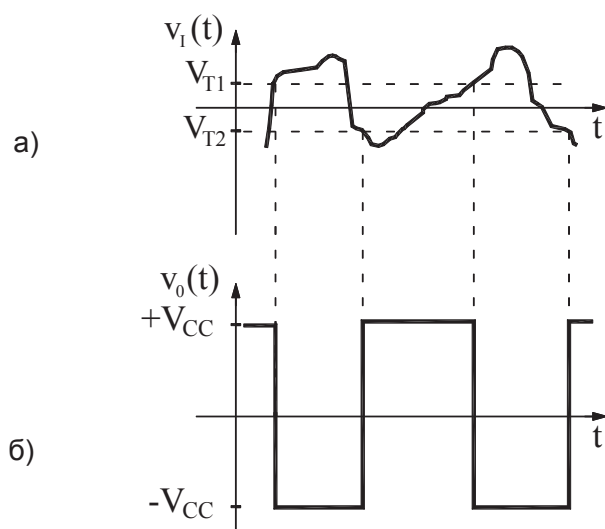
$$V_+ = \frac{R}{R + R_F} V_0 = \frac{R}{R + R_F} (-V_{CC}) = -\beta \cdot V_{CC} = V_{T2} \text{ или } V_{T-} \quad (3-9)$$

Ова укажува дека до промена на состојбата на излезот  $V_0$  ќе дојде тогаш кога влезот  $V_I$  ќе опадне до второто референтно ниво, т.е. до вториот префрлувачки праг  $V_{T2}$ , на неинвертирачкиот влез кој сега има вредност  $V_+ = -\beta V_{CC}$ .

Кога се познати прекинувачките прагови може да се определи напонот на хистерезисот  $U_H$  според равенката (3-6). Со замена на вредностите на претходно одредените прагови во равенката за  $U_H$  се добива:

$$U_H = \beta V_{CC} - (-\beta V_{CC}) = 2\beta V_{CC} = \beta \cdot 2V_{CC} = \beta \cdot \Delta V_0 , \quad (3-10)$$

каде  $\Delta V_0$  ја означува промената на излезниот напон од  $+V_{CC}$  на  $-V_{CC}$ , или обратно.



На сл. 3-42 а) и б) е прикажан пример на влезен сигнал  $v_i(t)$ , како и на неговиот одзив  $v_o(t)$  на излезот од Шмитовиот инвертирачки компаратор.

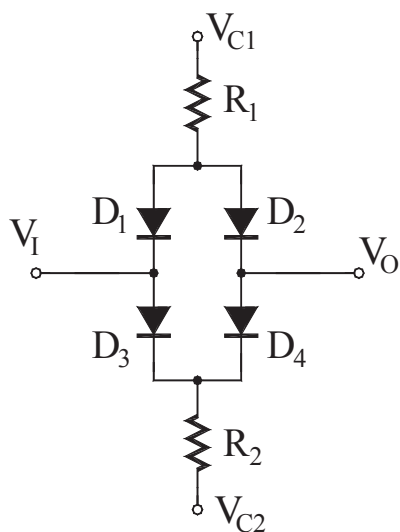
Кај колото од сл. 3-41 а) може сервиски на отпорникот  $R$  према заземјувањето да се приклучи референтен извор  $V_{REF}$  со што целата преносна карактеристика од сл. 3-41 б) ќе се помести по апсцисната оска во десно или во лево, во зависност од тоа дали референтниот извор е позитивен ( $V_{REF} > 0$ ) или негативен ( $V_{REF} < 0$ ).

Сл. 3-42. Временски дијаграми на напоните во карактеристичните точки кај Шмитовото коло

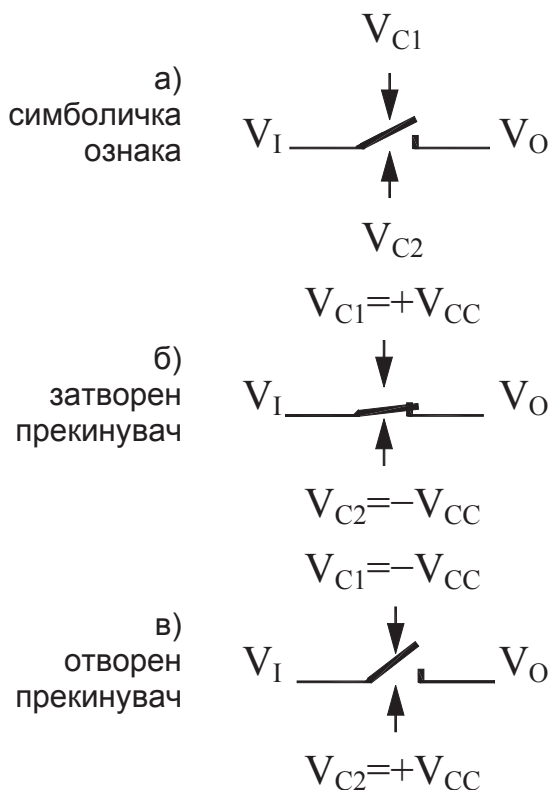
### 3.7. ВРЕМЕНСКИ СЕЛЕКТОР

Од посебен интерес во практиката е управуваниот електронски прекинувач кој овозможува врската помеѓу влезот и излезот контролирано и повремено да се прекинува. На тој начин во одреден временски интервал се врши одбирање на делот од влезниот сигнал кој треба да се пренеси до излезот, додека надвор од тој интервал излезниот потенцијал е нула. Ваквото коло се нарекува *временски селектор*, а се сретнува уште и како *аналоген прекинувач*, *билатерална* или *трансмисиона порта*.

Како временски селектор може да послужи прекинувачката мрежа со четири диоди, која е прикажана на сл. 3-43. Станува збор за коло кое или ја овозможува или ја прекинува врската помеѓу влезот и излезот во двете насоки, т.е. билатерално. Заради тоа, ова коло може да се прикаже и со својата еквивалентна шема како надворешно управуван механички прекинувач според сл. 3-44.



Сл. 3-43. Електрична шема

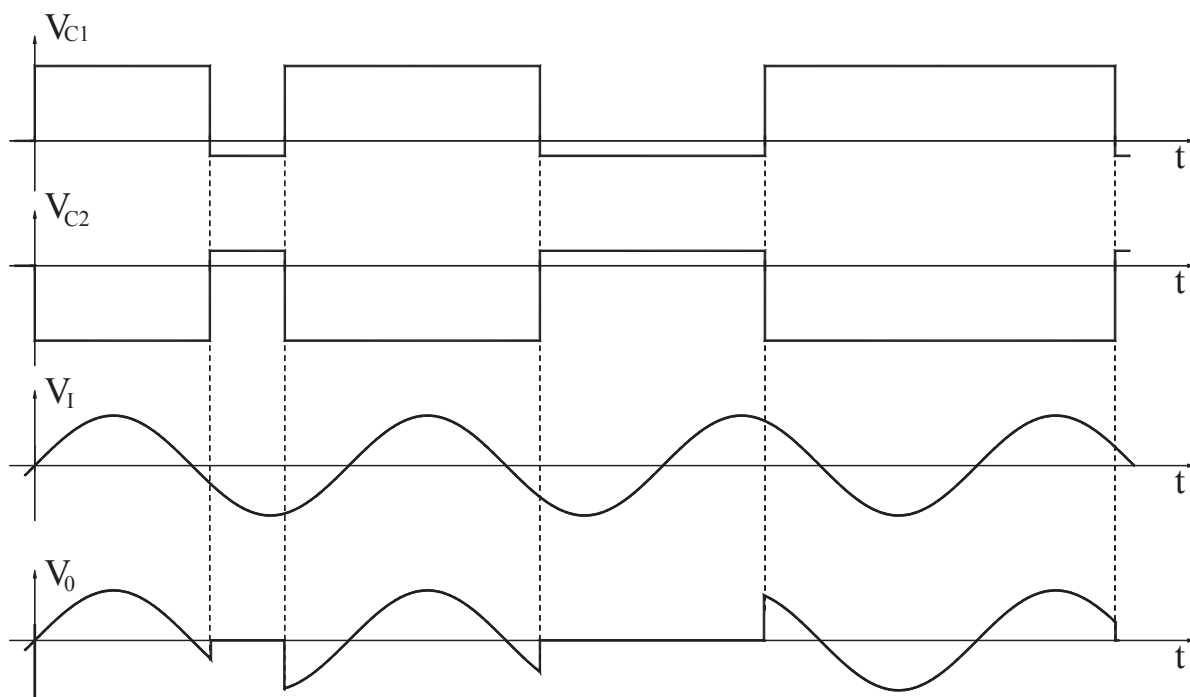


Сл. 3-44. Еквивалентна шема

#### Временски селектор со диоди

Имено, ако на контролниот влез  $C_1$  донесеме високо ниво ( $V_{C1}=+V_{CC}$ ), а истовремено на вториот контролен влез  $C_2$  ниско ниво ( $V_{C2}=-V_{CC}$ ), тогаш сите четири диоди се директно поларизирани и проводни. Тоа значи дека меѓу влезот и излезот практично ќе постои куса врска, т.е. пренос на влезниот напон до излезот. Од друга страна, ако на контролните влезови донесеме спротивна поларизација и  $C_1$  го побудиме со негативно ниво, а  $C_2$  позитивно, сите четири диоди ќе бидат инверзно поларизирани и непроводни. Во овој случај врската меѓу влезот и излезот практично ќе биде во прекин преку бесконечно голема отпорност, така што излезниот напон ќе биде нула.



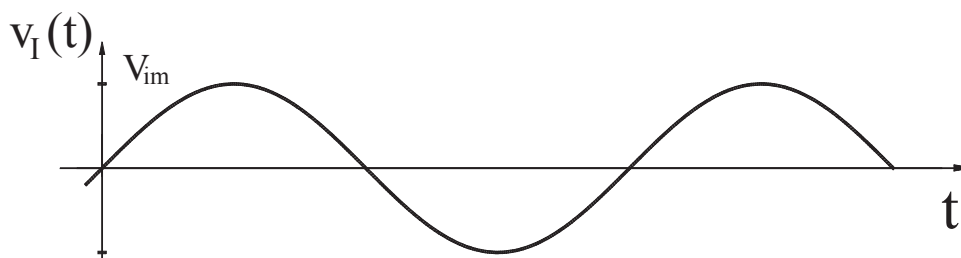


Сл. 3-45. Временски дијаграми на напоните кај временскиот селектор

Временските дијаграми на напоните во карактеристичните точки во колото со кои дополнително се објаснува принципот на работа на колото се прикажани на сл. 3-45 а), б), в) и г). На влезот се доведува простопериодичен напонски сигнал од кој во дадени временски интервали, со менување на нивото на контролните напони  $V_{C1}$  и  $V_{C2}$ , се селектираат одредени сегменти од влезниот напон и се пренесуваат до излезот.

### ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ ЗА ПОВТОРУВАЊЕ

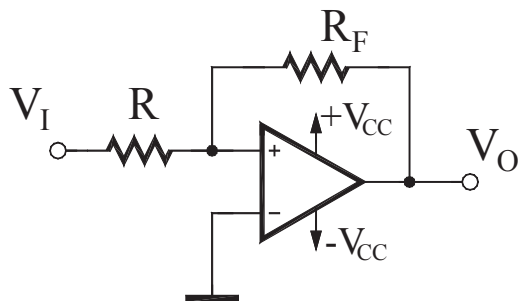
- 3-33. Која е основната задача на компараторот?
- 3-34. Објасни го принципот на работа на а) инвертирачкиот, б) неинвертирачкиот компаратор со идеален операциски засилувач од сл. 3-36 и сл. 3-37 и нацртај ја неговата преносна карактеристика.
- 3-35. На сл. 3-46 е прикажан брановиот облик на влезниот синусен сигнал  $v_i(t)$  со амплитуда  $V_{im}=10\text{ V}$  и фреквенција  $f_0=10\text{ KHz}$  кој се доведува како побуда на (а) инвертирачки, (б) неинвертирачки компаратор со идеален операциски засилувач од сл. 3-36 и сл. 3-37 симетрично напојувани со  $\pm 12\text{ V}$ . Нацртај го брановиот облик на излезниот напон ако (1)  $V_R = -5\text{ V}$ , (2)  $V_R = +5\text{ V}$ .



Сл. 3-46.  
Просто-периодичен влезен сигнал

- 3-36. На влезот од (а) инвертирачкиот, (б) неинвертирачкиот детектор на нула со идеален операциски засилувач и напојување  $\pm V_{CC} = 9\text{ V}$  доаѓа напонски бранов облик според сл. 3-46 со амплитуда од  $V_{im}=5\text{ V}$  и фреквенција  $f_0=1\text{ KHz}$ . Нацртај го брановиот облик на излезот од колото.

3-37. На влезот од Шмитов компаратор доаѓа простопериодичниот напонски бранов облик од сл. 3-46 со амплитуда  $U_{im}=9V$ . Нацртај го брановиот облик на излезниот напон а) од инвертирачкото компараторско коло прикажано на сл. 3-41, б) од неинвертирачки Шмитов прекинувач со претпоставка дека тој има симетрично напојување  $\pm V_{CC} = 12V$  и префрлувачки прагови  $V_{T1} = 2V$  и  $V_{T2} = 1V$ .



сл. 3-47. Неинвертирачко Шмитово компараторско коло

3-38. Едно од решенијата кое се користи во праксата за реализација на неинвертирачки Шмитов прекинувач со операциски засилувач е според принципиелната електрична шема дадена на сл. 3-47. а) Одреди ги нивоата на референтните прекинувачки прагови  $V_{T1}$  и  $V_{T2}$ ; б) Нацртај ја преносната карактеристика на колото; в) Објасни го принципот на работа.

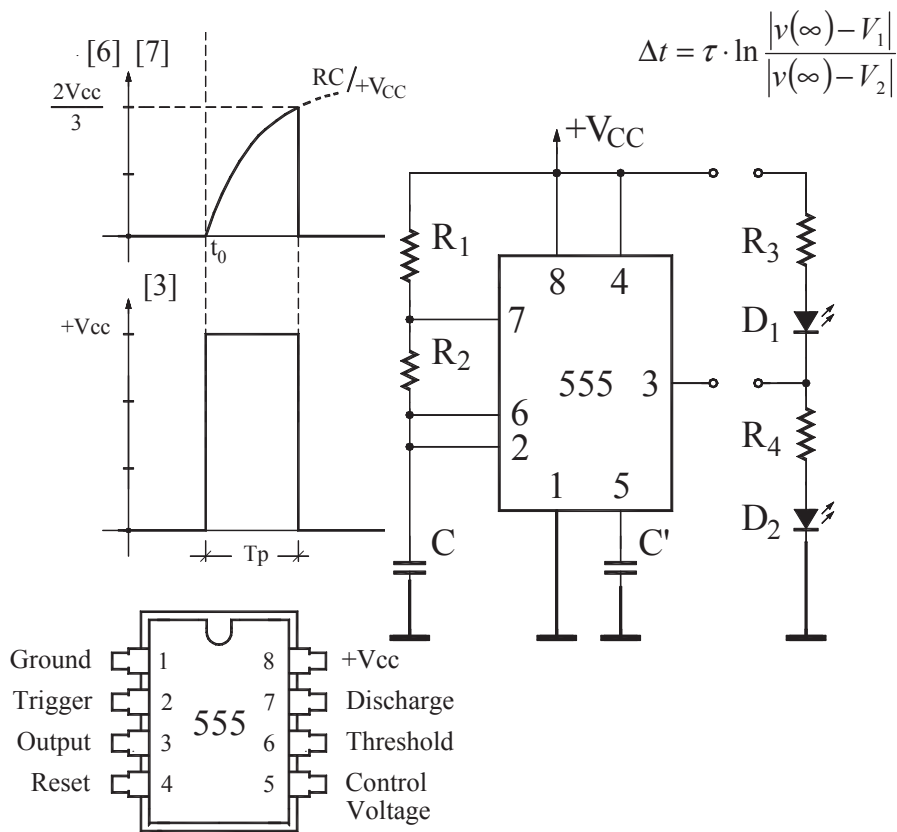
3-39. Објасни го принципот на работа на временскиот селектор од сл. 3-43.

3-40. На влезот од временскиот селектор од сл. 3-43 доаѓа напонски бранов облик според сл. 3-45 со амплитуда од  $U_{im}=5V$  и фреквенција  $f_0=10\text{ KHz}$ . Во кои временски периоди, во однос на координатниот почеток и со какви нивоа треба да се управуваат контролните сигнали  $V_{C1}$  и  $V_{C2}$  за да се пропушти на излезот а) само првата периода б) само втората периода в) само централниот дел од влезниот простопериодичен сигнал?

## РЕЗИМЕ

Во оваа тематска целина се запознавте со однесувањето и примената на полупроводничките елементи во електрични кола при нелинеарен режим на работа, како и со моделите кои го опишуваат нивното однесување при овие работни услови.

Изучувањето на методските единици ве вовеле во основните нелинеарни кола со диода, транзистор и операциски засилувач и го разјасни нивното однесување. Имајќи ги во вид преносните карактеристики на колата и временските дијаграми на влезниот и излезниот напон, сега знаете да го опишете и објасните принципот на работа на ограничувачот, компараторот, Шмитовиот прекинувач и временскиот селектор. Покрај тоа, се запознавте и со основните математички релации кои дополнително го опишуваат и осветлуваат функционирањето на претходно наведените базични нелинеарни електрични кола.



4.

# МУЛТИВИБРАТОРИ

По изучувањето на оваа тематска целина

- ⊕ ќе разбереш која е улогата на мултивибраторите;
- ⊕ ќе сфатиш каде има потребата од нив;
- ⊕ ќе знаеш да го објасниш принципот на работа
  - ⇒ на моностабилен мултивибратор со операциски засилувач;
  - ⇒ на астабилен мултивибратор со операциски засилувач
- ⊕ ќе се запознаеш со блок шемата на временското интегрирано коло 555 и со нејзините составни делови и нивното однесување;
- ⊕ ќе знаеш да го објасниш функционирањето
  - ⇒ на моностабилен мултивибратор со временското интегрирано коло 555;
  - ⇒ на астабилен мултивибратор со временското интегрирано коло 555;



#### 4.1. ВОВЕД И ОСНОВНИ ПОИМИ

Главна карактеристика на *регенеративните кола*, во однос на нерегенеративните, е фактот што состојбата на колото е функција од моменталното ниво на влезните сигнали, но и од претходната состојба на излезниот сигнал. Поради ова, кај регенеративните кола мора да постои повратна врска меѓу излезот и влезот на колото. Бидејќи излезната променлива ја претставува претходната состојба на колото, оваа состојба ќе биде поддржувана само ако во колото е изведена позитивна повратна врска. Во оваа тема ќе бидат презентирани ваквите импулсни кола, нивните општи карактеристики и класификација, како и конфигурацијата и принципот на работа на повеќе карактеристични примери.

Во дискретната техника регенеративните прекинувачки кола најчесто се изведуваат со два активни прекинувачки елементи (на пр. транзистори). Изведбата со само еден активен елемент и надворешно пасивно коло за изведување на позитивната повратна врска покажува недостатоци во поглед на брзината на работа. Кога се користат два транзистори повратната реакција се изведува од излезот на едниот елемент кон влезот на другиот, и обратно. Во интегрираната техника постојат реализации и со една, но и со две интегрирани компоненти.

*Регенеративните кола може да се наоѓаат во една од две стационарни состојби, кои можат да бидат стабилни или квазистабилни, кога на излезот од колото се добива ниско или високо ниво. Стабилната состојба теоретски може да трае неограничено долго време, а практично сè додека некој надворешен побуден импулс не предизвика нејзино прекинување. Квазистабилната состојба всушност е стационарна состојба со конечно времетраење.*

За точно одредување на должината на сите временски циклуси што ќе ги сретнуваме во оваа тематска целина, повторно ќе ја применуваме равенката (2-3) со која се одредува временска разлика  $\Delta t$  меѓу две нивоа  $V_1$  и  $V_2$  кај експоненцијална функција која се стреми кон крајно ниво  $v(\infty)$  со временска константа  $\tau$ :

$$\Delta t = \tau \cdot \ln \frac{|v(\infty) - V_1|}{|v(\infty) - V_2|}$$

При префрлувањето од едната во другата стационарна состојба, на колото му е потребен одреден временски период во кој се одвива *преоден режим на колото*. Во овој режим колото се наоѓа во *нестабилна (динамичка, преодна) состојба*. Во оваа состојба, во регенеративното коло се случува *регенеративен (кумулятивен) процес*, во кој употребените прекинувачки елементи работат како засилувачи, на чии влезови доаѓа сигнал со постојан пораст заради изведената позитивна реакција. Од овие причини прекинувачкиот елемент многу брзо ќе оди во заситување, така што оваа состојба е нестабилна и со многу кусо времетраење. Ова е разбирливо кога се знае дека дејството на побудниот влезен сигнал е потпомогнато со дејствувањето на позитивната повратна врска, така што како побудни сигнали за менување на состојбата на регенеративните кола обично се користат краткотрајни прекинувачки (анг. triggering, срп. окидни) импулси.

## 4.2. КЛАСИФИКАЦИЈА НА МУЛТИВИБРАТОРИТЕ

Најголем број регенеративни кола припаѓаат во групата на *мултивибраторите*: тоа се електронски кола кај кои е изведена позитивна реакција со употреба на два активни прекинувачки елементи. Таквите кола во дискретната техника најчесто се изведуваат со примена на биполарни или униполарни MOSFET транзистори. Истите можат да се реализираат и со примена на интегрирани компоненти, како на пример со линеарни (аналогни) интегрирани кола – операциски засилувачи, дигитални интегрирани кола или со специјализирани временски (тајмерски) интегрирани кола.

Според состојбите низ кои поминуваат во текот на својата работа, мултивибраторите се делат на три големи групи:

- ⇒ *бистабилни мултивибратори*, кои популарно се викаат и *флип-флопови*,
- ⇒ *моностабилни мултивибратори*, за кои се користат и термините *моностабилни кола*, *моновибратори*, *моностабили* или *тајмери*, и
- ⇒ *астабилни мултивибратори*, познати и како *астабилни*, *астабилни кола* или *такт генератори*, *генератори на правоаголен периодичен напон*.

**Бистабилните мултивибратори** можат да се најдат во една од две стабилни состојби. Секоја од овие состојби може да трае бесконечно долго време, а за префрлување од една во друга состојба врз колото треба да дејствува некој побуден импулс. Класичен пример на електромеханички бистабилен прекинувач е обичниот прекинувач за вклучување или исклучување на електричното осветление во станбените простории. Исто така, пример е и флип-флопот кој е основен градбен елемент на секоја полупроводничка мемориска ќелија. Кај него излезното ниво може да биде високо или ниско со што тој памти еден бит, 1 или 0.

**Моностабилните мултивибратори** се карактеризираат со една стабилна и една квазистабилна состојба. Овие кола секогаш се наоѓаат во стабилната состојба, која теоретски може да трае бесконечно долго. Во моментот кога на влезот од колото се донесе надворешен побуден импулс со кусо времетраење, моностабилното коло преминува во квазистабилната состојба, во која останува конечен временски период, за потоа само од себе повторно да се врати во стабилната состојба. Заради ваквиот начин на работа моностабилните кола најчесто се користат за иницирање на одреден временски процес и негово задржување одредно време. Еден пример на електромеханички прекинувач од моностабилен тип е автоматскиот прекинувач за осветлување на скалите кај повеќеспратните станбени згради.

**Астабилните мултивибратори** се карактеризираат со две квазистабилни состојби. Овие кола се самоосцилирачки, бидејќи по истекување на определен временски период, сами од себе се префрлуваат од една во друга квазистабилна состојба. При тоа, тие на својот излез генерираат низа правоаголни импулси и паузи кои наизменично се менуваат. Секоја квазистабилна состојба има одредено времетраење, заради што астабилното коло уште се нарекува и *генератор* или *осцилатор на правоаголни импулси*, односно *такт-генератор*. Како пример за астабилна работа ќе ги наведеме трепкачите на автомобилите, или жолтото трепкаво светло на семафорите.

## ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ ЗА ПОВТОРУВАЊЕ

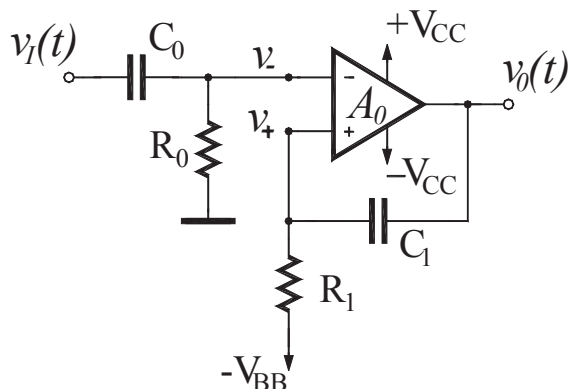
- 4-1. Што е карактеристично за регенеративните кола (мултивибраторите)? Дали кај нив постои повратна врска и, ако ја има, од каков тип е? Образложи!
- 4-2. Од што зависи состојбата на колото, т.е. нивото на излезниот напон кај мултивибраторите?
- 4-3. Во кои состојби може да се најде регенеративното коло?
- 4-4. Каква може да биде стационарната состојба?
- 4-5. Колкаво е времетраењето на стабилната состојба?
- 4-6. Колкаво е времетраењето на квазистабилната состојба?
- 4-7. Во каква состојба се наоѓа мултивибраторот кога тој преминува од една во друга стационарна состојба? Колкаво е нејзиното времетраење?
- 4-8. Што се случува во динамичката состојба кај мултивибраторите? Како во неа се однесуваат прекинувачките елементи?
- 4-9. Што е најкарактеристично за бистабилните мултивибратори?
- 4-10. Што е најкарактеристично за моностабилните мултивибратори?
- 4-11. Што е најкарактеристично за астабилните мултивибратори?
- 4-12. Со кои елементи се реализираат регенеративните импулсни кола?

### 4.3. МОНОСТАБИЛЕН МУЛТИВИБРАТОР СО ОПЕРАЦИСКИ ЗАСИЛУВАЧ

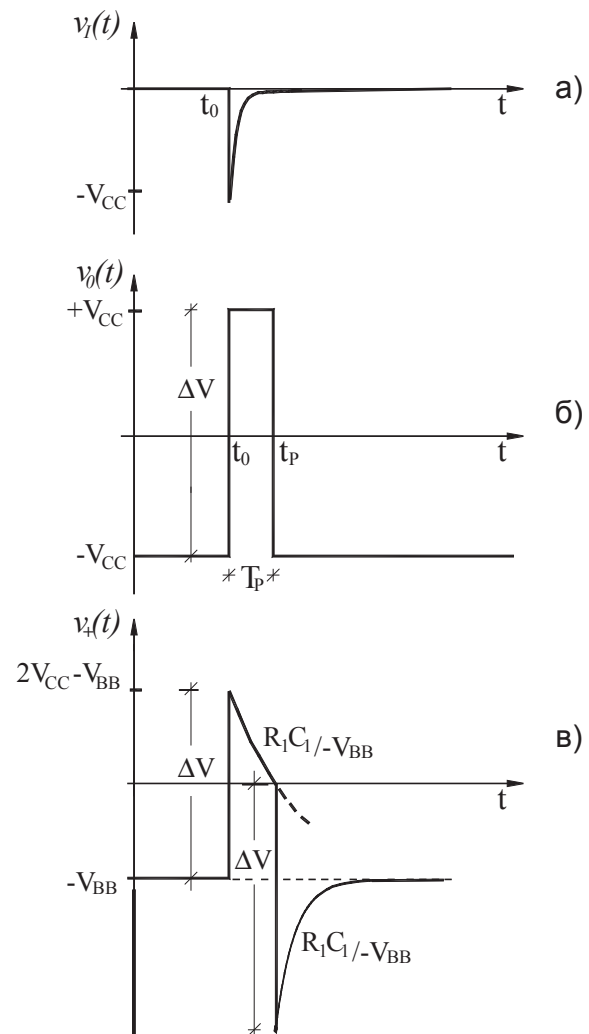
**Моностабилните мултивибратори се електронски склопови, кои се користат за генерирање на правоаголен импулс со одредено времетраење.** За нив во практиката се користи и поимот *тајмер* кој доаѓа од истоимениот англиски збор *timer*. Веќе спомнавме дека моностабилното коло вообичаено се наоѓа во стабилна состојба, под дејство на надворешен импулс преминува во квазистабилна состојба, која трае конечен временски период и потоа само од себе повторно се враќа во стабилна состојба. Излезните напонски нивоа за двете состојби меѓусебно драстично се разликуваат: ако во едната излезот е висок, во другата е низок, или обратно, при што за време на квазистабилната состојба на излезот од мултивибраторот се јавува напонски правоаголен импулс. Во принцип, ова време не треба да зависи од обликот и времетраењето на побудниот импулс, со кој моностабилниот мултивибратор се побудува за да се префрли од стабилната во квазистабилната состојба, туку е определено само од конфигурацијата на колото и од вредностите на употребените елементи.

На сл. 4-1 е прикажана принципиелна шема на моностабилен мултивибратор, реализиран со интегрирано коло, кое претставува операциски засилувач (ОПЗ), како што е на пр. линеарното интегрирано коло  $\mu A741$ . Позитивната повратна врска се остварува на неинвертирачкиот влез од операцискиот засилувач и тоа преку кондензаторот  $C_1$  и отпорникот  $R_1$ . Побудниот импулс се носи на инвертирачкиот влез преку CR колото составено од елементите  $C_0$  и  $R_0$ . Овие два елементи обезбедуваат диференцирање на побудниот импулс и го сведуваат неговото времетраење на време кое е покусо од траењето на квазистабилната состојба на мултивибраторот.

Заради поедноставување на анализата, ќе претпоставиме дека употребениот операциски засилувач е идеален така што неговите параметри ги имаат следниве вредности: основно засилување  $A_0 \rightarrow \infty$ , влезна отпорност  $R_i \rightarrow \infty$ , и излезна отпорност  $R_o \rightarrow 0$ . Со оваа претпоставка, како и заради присуството на позитивната реакција, може да се смета дека операцискиот засилувач ќе работи во режим на заситување. Ова значи дека излезниот напон  $v_o(t)$  прима вредности приближно еднакви со вредностите на напојувањата: излезот од операцискиот засилувач ќе биде приближно  $+V_{CC}$  тогаш кога потенцијалот на неинвертирачкиот влез  $v_+(t)$  е барем малку повисок од потенцијалот на инвертирачкиот влез  $v_-(t)$ . Обратно пак, ако потенцијалот на инвертирачкиот влез  $v_-(t)$  е барем малку повисок од потенцијалот на неинвертирачкиот влез  $v_+(t)$ , излезот од операцискиот засилувач ќе биде приближно еднаков на  $-V_{CC}$ .



Сл. 4-1. Електрична шема на моностабилен мултивибратор со ОПЗ



Сл. 4-2. Временски дијаграми на моностабилен мултивибратор со ОПЗ

Принципот на работа на овој мултивибратор е илустриран со брановите облици на напоните во карактеристичните точки од колото, кои се прикажани на сл. 4-2 а, б, в. Ќе претпоставиме дека колото е оставено „само на себе“, така што негова почетна состојба е стабилната состојба. Имено, сè сè до моментот  $t = t_0$ , на влезот не е присутен никаков побуден импулс  $v_I(t < t_0) = 0$ . Оваа состојба траела доволно долго време така што може да се смета дека низ кондензаторите  $C_0$  и  $C_1$  не тече никаква струја и тие може да се еквивалентираат со прекинато коло. Значи, напонот на инвертирачкиот влез за  $t < t_0$  изнесува  $v_-(t) = 0$ . Бидејќи



влезната отпорност  $R_i$  на операцискиот засилувач е бесконечно голема, а и кондензаторот  $C_1$  е прекин во колото, низ отпорникот  $R_1$  нема да тече струја. Напонот на неговите краеве ќе биде нула, па потенцијалот на неинвертирачкиот влез за  $t < t_0$  ќе изнесува:  $v_+(t) = -V_{BB}$ . Бидејќи потенцијалот на инвертирачкиот влез е поголем од потенцијалот на неинвертирачкиот [ $v_-(t) = 0 > -V_{BB} = v_+(t)$ ], излезот  $v_o(t)$  ќе биде на негативен напон  $-V_{CC}$ . Имајќи во предвид дека потенцијалот на неинвертирачкиот влез  $-V_{BB}$  е помалку негативен од излезот  $-V_{CC}$ , кондензаторот  $C_1$  ќе биде наполнет на ниво  $u_C(t) = -V_{BB} + V_{CC}$ , со плусот на неинвертирачкиот влез.

Во моментот  $t = t_0$  на инвертирачкиот влез се носи шилест импулс со кусо времетраење и амплитуда која е понегативна од потенцијалот на неинвертирачкиот влез  $-V_{BB}$ , заради што  $v_+(t) > v_-(t)$ . Во овој момент излезот веднаш ја менува состојбата од  $-V_{CC}$  на  $+V_{CC}$ . Промената на излезната амплитуда е позитивна и изнесува  $\Delta V = 2V_{CC}$ . Бидејќи напонот на кондензаторот  $C_1$  не може веднаш да се промени, овој скок целосно се пренесува на неговиот друг крај, односно до неинвертирачкиот влез на операцискиот засилувач кој сега станува доста позитивен. Од друга страна, потенцијалот на инвертирачкиот влез од операцискиот засилувач е нула затоа што престанало дејството на побудата, па излезот останува на високо ниво  $v_o(t) = +V_{CC}$ . Значи, непосредно по моментот  $t = t_0$  потенцијалите во карактеристичните точки ќе изнесуваат:  $v_i(t) = 0$ ,  $v_-(t) = 0$ ,  $v_o(t) = +V_{CC}$ ,  $v_+(t) = (-V_{BB} + 2V_{CC}) > 0$ . Оваа состојба е квазистабилна и има конечно времетраење што се објаснува со следнава анализа: по наглата промена на потенцијалот на неинвертирачкиот влез во  $t = t_0$ , доаѓа до празнење на кондензаторот  $C_1$ , бидејќи струјата тече преку отпорникот  $R_1$  кон напојувањето  $-V_{BB}$ , па потенцијалот на неинвертирачкиот влез опаѓа со временска константа  $\tau = R_1 C_1$ . Крајната вредност на потенцијалот на неинвертирачкиот влез би изнесувала  $-V_{BB}$ , бидејќи по бесконечно долго време кондензаторот  $C_1$  ќе претставува прекинато коло, а напонот на отпорникот  $R_1$  ќе биде нула (низ него нема да тече никаква струја). Меѓутоа овој потенцијал нема никогаш да опадне до  $-V_{BB}$  затоа што во моментот  $t = t_p$  тој го достигнува нултото ниво и се изедначува со потенцијалот на инвертирачкиот влез, а има тенденција на понатамошно опаѓање. Во овој момент доминантен ќе стане инвертирачкиот влез така што состојбата на излезот  $v_o(t)$  веднаш ќе се промени од  $+V_{CC}$  на својата почетна вредност  $-V_{CC}$ .

Времетраењето на генерираниот правоаголен импулс изнесува  $T_p = (t_p - t_0)$ . Овој период се одредува од експоненцијалниот облик на потенцијалот на неинвертирачкиот влез. Неговата вредност во  $t = t_{0+}$  изнесува  $v_+(t) = -V_{BB} + 2V_{CC}$ , а во  $t = T_p$  нивото му е  $v_+(t) = 0$ , при што крајната вредност за  $t \rightarrow \infty$  би била  $V_+ = -V_{BB}$  со временска константа  $\tau = R_1 C_1$ . Применувајќи ги овие податоци во равенката за временска разлика  $\Delta t$  меѓу две нивоа кај експоненцијална функција, за времетраењето на импулсот се добива:

$$T_p = R_1 C_1 \ln \frac{|-V_{BB} - (-V_{BB} + 2V_{CC})|}{|-V_{BB} - 0|} = R_1 C_1 \ln \frac{2V_{CC}}{V_{BB}} \quad (4-1)$$

Претходно наведовме дека во моментот  $t_p = (t_0 + T_p)$  повторно доаѓа до скок од  $\Delta V = 2V_{CC}$ , но сега во негативна насока. Оваа нагла промена се пренесува преку кондензаторот  $C_1$  до неинвертирачкиот влез, така што веднаш по моментот  $t = t_p$  потенцијалот на неинвертирачкиот влез е  $-2V_{CC}$ . Оваа вредност е понегативна во однос на потенцијалот на инвертирачкиот влез кој се наоѓа на потенцијал на маса, и излезот останува на  $-V_{CC}$ . Уште повеќе, потенцијалот на неинвертирачкиот влез  $-2V_{CC}$  е понегативен од напојувањето  $-V_{BB}$ , заради што е

потребен одреден временски период за да заврши процесот на полнење на кондензаторот  $C_1$ . Струјата тече од изворот за напојување  $-V_{BB}$  кон кондензаторот  $C_1$ . Временската константа ќе изнесува  $\tau = R_1 C_1$ , а крајната вредност на потенцијалот на неинвертирачкиот влез пак изнесува  $-V_{BB}$ . Колото ќе се смири по време  $5\tau$  ( $\tau = R_1 C_1$ ), во однос на моментот  $t_p$ , бидејќи тоа време практично е доволно да заврши преодниот процес на полнење на кондензаторот  $C_1$ .

На излезот од овој мултивибратор може да се добие инвертиран бранов облик, ако еднонасочниот извор за напојување  $V_{BB}$  се поврзи обратно со што нивото на неинвертирачкиот влез ќе биде  $+V_{BB}$ , а на влезот се донесе краткотраен прекинувачки импулс со позитивна амплитуда поголема од  $+V_{BB}$ .

## ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ ЗА ПОВТОРУВАЊЕ

- 4-13. Каков напон се генерира на излезот од моностабилниот мултивибратор?
- 4-14. Каде може да се употребува моностабилниот мултивибратор?
- 4-15. Објасни го однесувањето на моностабилниот мултивибратор изведен со идеален ОПЗ според сл.4-1 претпоставувајќи дека тој се наоѓа во стабилната состојба и дека на него дејствува импулс кој предизвикува активирање на регенеративниот процес.
- 4-16. Нацртај ги временските дијаграми во карактеристичните точки на моностабилниот мултивибратор реализиран со идеален ОПЗ од сл. 4-1.
- 4-17. За моностабилниот мултивибратор со идеален ОПЗ претставен на сл. 4-1 изведи го времето на генерираниот импулс  $T_p$ .

## 4.4. АСТАБИЛЕН МУЛТИВИБРАТОР СО ОПЕРАЦИСКИ ЗАСИЛУВАЧ

За астабилните кола претходно веќе наведовме дека тие постојано и наизменично се префрлуваат од една во друга квазистабилна состојба, секоја со свое конечно времетраење. Излезните нивоа на едната и другата квазистабилна состојба меѓусебно драстично се разликуваат: еднаш излезот е висок, а еднаш низок, и обратно. Според ова, **астабилните мултивибратори се временски електронски кола кои на својот излез даваат правоаголен периодичен напонски сигнал, така што тие во основа претставуваат осцилатори на правоаголни импулси.** Излезната низа на правоаголни импулси има своја периода која е одредена од вкупното времетраење на квазистабилните состојби на колото, т.е. од траењето на импулсот и паузата, кои во општ случај се различни меѓу себе.

На сл. 4-3 е прикажан еден пример на астабилен мултивибратор изведен со операциски засилувач, како што е на пр. линеарното интегрирано коло  $\mu A741$ . Од шемата се гледа дека позитивната реакција се остварува на неинвертирачкиот влез и тоа преку отпорниците  $R_1$  и  $R_2$ . Од друга страна, преку отпорникот  $R$  на инвертирачкиот влез се остварува негативна повратна врска, а како што ќе видиме понатаму, од вредноста на овој отпорник и од капацитетот на кондензаторот  $C$  ќе зависи и периодот на правоаголниот излезен напон.

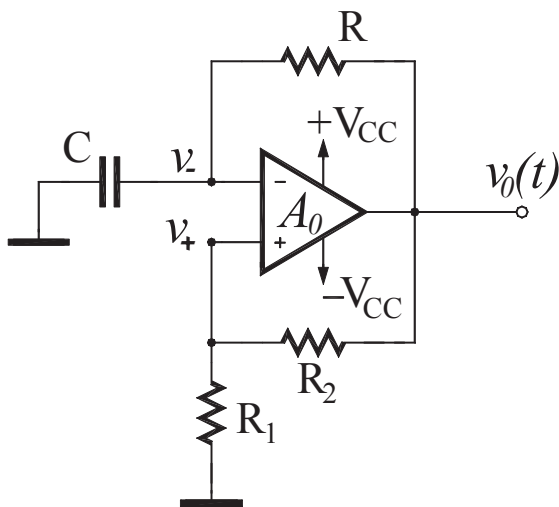
Исто така, при оваа анализа е претпоставено дека употребениот операционен засилувач е идеален, т.е. дека ги има следниве параметри:  $A_0 \rightarrow \infty$ ,  $R_i \rightarrow \infty$ ,  $R_0 \rightarrow 0$ . Во тој случај неговиот излез ќе биде  $v_0(t) \approx +V_{CC}$  ако  $v_+(t) > v_-(t)$ , односно  $v_0(t) \approx -V_{CC}$  тогаш кога  $v_-(t) > v_+(t)$ .

Принципот на работа на колото е илустриран со временските дијаграми прикажани на сл. 4-4 а, б, в. Со приклучување на напојувањето излезниот

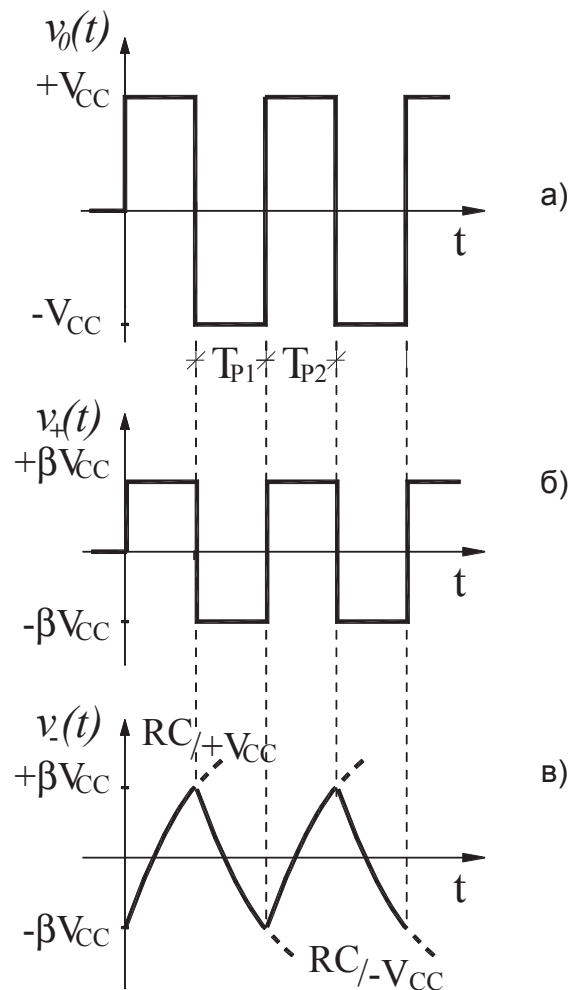
потенцијал може да се најде на вредност  $v_0(t) = +V_{CC}$  или  $v_0(t) = -V_{CC}$ , односно астабилниот мултивибратор може случајно да се наоѓа во едната од двете квазистабилни состојби.

Да претпоставиме дека излезното ниво е  $+V_{CC}$ . Ова значи дека потенцијалот на неинвертирачкиот влез  $v_+(t)$  ќе биде:

$$v_+(t) = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_0(t) = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{CC} \quad (4-2)$$



Сл. 4-3. Електрична шема на астабилен мултивибратор со ОПЗ.



Сл. 4-4. Временски дијаграми на астабилен мултивибратор со ОПЗ.

Ако односот  $\frac{R_1}{R_1 + R_2}$  го означиме со  $\beta$ , тогаш  $v_+(t) = \beta V_{CC}$ . Сега кондензаторот  $C$  ќе се полни преку отпорникот  $R$  кон крајната вредност  $+V_{CC}$  со временска константа  $\tau = RC$ . Напонот на кондензаторот  $v_c(t)$  е ист со потенцијалот на инвертирачкиот влез  $v_-(t)$ . Овој напон не може да ја достигне својата крајна вредност затоа што кога ќе порасне до вредноста  $\beta V_{CC}$  доаѓа до изедначување со напонот на неинвертирачкиот влез  $v_+(t)$ . Од друга страна, бидејќи постои тенденција на негово зголемување, ќе дојде до нагла негативна промена на излезот  $v_0(t)$  од вредност  $+V_{CC}$  на  $-V_{CC}$ . Овој скок се редуцира преку отпорничкиот делител на напон  $R_1, R_2$  и веднаш предизвикува иста нагла промена на напонот на неинвертирачкиот влез  $v_+(t)$  кој сега станува негативен затоа што добива вредност:

$$v_+(t) = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_0(t) = -\beta V_{CC}. \quad (4-3)$$

Со промената на потенцијалот на излезот, кондензаторот  $C$  почнува да се празни преку отпорникот  $R$  кон вредноста  $-V_{CC}$  со истата временска константа  $\tau = RC$ . Оваа состојба ќе трае сè до оној момент кога потенцијалот на инвертирачкиот влез  $v_-(t)$  не се изедначи со потенцијалот на неинвертирачкиот влез  $v_+(t)$ , и има тенденција на опаѓање, кога ќе дојде до нагла позитивна промена на излезниот напон од вредност  $-V_{CC}$  на  $+V_{CC}$ .

Од изложеното може да се заклучи дека времетраењата  $T_{P1}$  и  $T_{P2}$  на двете квазистабилни состојби кога наизменично се генерираат позитивни и негативни излезни импулси меѓусебно се еднакви,  $T_{P1} = T_{P2} = T_P$ , така што периодот  $T$  ќе биде  $T = 2T_P$ . Одредувањето на изразите за времетраењето на импулсите  $T_{P1} = T_{P2} = T_P$  и периодот на правоаголниот излезен напон  $T$  произлегува од временскиот облик на сигналот на инвертирачкиот влез  $v_-(t)$ . Овој сигнал има експоненцијален облик, а времетраењето на импулсите се одредува според познатиот израз за временска разлика  $\Delta t$  меѓу две нивоа кај ваква функција, така што се добива:

$$T_{P1} = T_{P2} = T_P = \tau \ln \frac{1+\beta}{1-\beta} = RC \ln \frac{1+\beta}{1-\beta} \quad (4-4)$$

$$T = 2T_P = 2\tau \ln \frac{1+\beta}{1-\beta} = 2RC \ln \frac{1+\beta}{1-\beta} \quad (4-5)$$

## ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ ЗА ПОВТОРУВАЊЕ

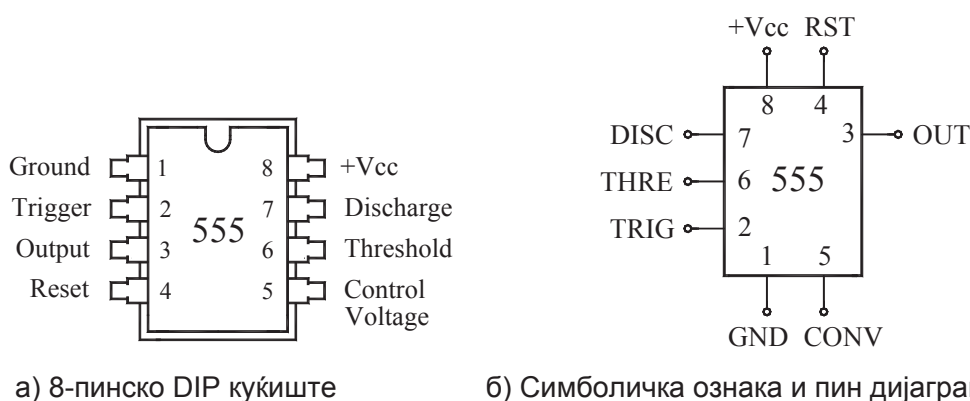
- 4-18. Каков напон се генерира на излезот од астабилниот мултивибратор?
- 4-19. Каде може да најде примена астабилниот мултивибратор?
- 4-20. Објасни ја промената на квазистабилните состојби кај астабилно коло изведено со идеален ОПЗ според сл.4-3 претпоставувајќи дека во почетниот момент неговиот излез се наоѓа на (а) високо (б) ниско ниво.
- 4-21. Нацртај ги временските дијаграми во карактеристичните точки на астабилниот мултивибратор со идеален ОПЗ од сл.4-3.
- 4-22. За астабилниот мултивибратор реализиран со идеален ОПЗ претставен на сл. 4-3 изведи го времетраењето на импулсите  $T_{P1}$ ,  $T_{P2}$ , а потоа и на периодот  $T = T_{P1} + T_{P2}$  и фреквенцијата  $f = 1/T$  на генерираниот правоаголен периодичен напон.

## 4.5. ИНТЕГРИРАНО ВРЕМЕНСКО КОЛО 555

Интегрираното коло (ИК) 555 повеќе од триесет години се применува во праксата за генерирање на правоаголни напонски импулси со различно времетраење. Неговата голема корист се должи на едноставниот начин на поврзување, стабилноста во работата, ниската цена на чинење, како и DIP (dual in package) куќиштето со мали димензии. Ова интегрално коло најчесто се користи во две основни конфигурации и тоа за реализација на моностабилни или астабилни мултивибратори. Во двата случаи, ИК 555 овозможува едноставно отпочнување или прекинување на одреден временски циклус на полнење или празнење на надворешно приклучен кондензатор преку еден или два надворешни отпорници. Напонот на кондензаторот го побудува ИК 555, што доведува до генерирање на импулс или пауза на излезот од колото. Времетраењето на таквиот импулс или пауза зависи од вредностите на надворешно приклучените елементи.

### 4.5.1. ОПИС НА ИНТЕГРИРАНОТО КОЛО 555

Интегрираното временско коло 555 денес се произведува во TTL, но и во CMOS технологија. Ова ИК се пакува во 8-пинско DIP куќиште кое е прикажано на сл. 4-5 а). Неговиот пин дијаграм, кој најчесто се користи како симболичка ознака во електричните шеми, е претставен на сл. 4-5 б).



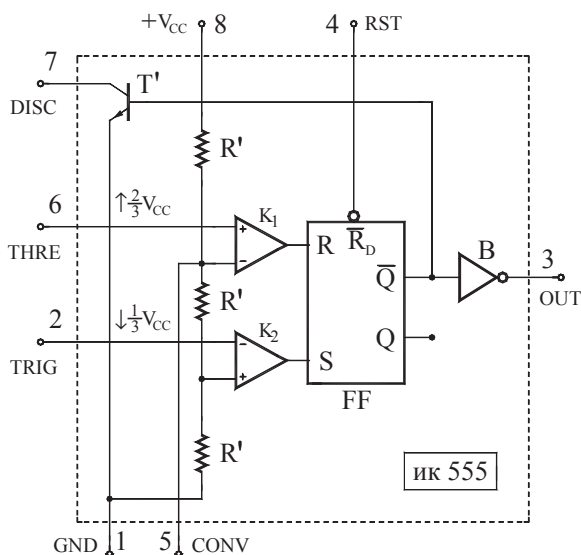
а) 8-пинско DIP куќиште

б) Симболичка ознака и пин дијаграм

Сл. 4-5. Интегрирано временско коло 555

Колото има четири влеза на пиновите [6] (Threshold, THRE), [2] (Trigger, TRIG), [4] (Reset, RST) и [5] (Control Voltage, CONV) и два излези на пиновите [7] (Discharge, DISC) и [3] (Output, OUT) на кој се поврзува потрошувачот. Напојувањето ( $+V_{CC}$ ) се приклучува на пинот [8], додека пинот [1] (Ground, GND) е маса и тој треба да се заземји.

За да може полесно да се разбере принципот на работа на импулсните кола реализирани со ИК 555, во продолжение подетално ќе биде анализирана и функционалната блок-шема на ова интегрирано коло, која е прикажана на сл. 4-6. Имајќи ја во предвид конфигурацијата на шемата од сл. 4-6 а), се забележува дека ИК 555 ги содржи следниве пет функционално различни целини:



Сл. 4-6. Функционална блок-шема на ИК 555

1) Отпорнички напонски делител кој е составен од три еднакви отпорници  $R'$ .

2) Два напонски компаратори од кои првиот е неинвертирачки ( $K_1$ ), додека вториот е инвертирачки ( $K_2$ ). И двата компаратори имаат бесконечно голема влезна отпорност, така што може да се смета дека низ нивните влезни приклучоци не тече струја;

3) Бистабилно коло, односно SR флип-флоп (SR FF) со дополнителен влез за директно ресетирање  $\overline{R}_d$ ;

4) Транзистор за празнење ( $T'$ ) од NPN тип;

5) Инвертирачки степен за прилагодување (B) (анг. buffer inverter) кој на излезот од колото обезбедува TTL компатибилни напонски нивоа и соодветна излезна струја до 200 mA.

Од функционалната блок шема на ИК 555 се гледа дека централно место во чипот има SR флип-флопот кој претставува бистабилно коло со три влеза  $S$ ,  $R$  и  $\overline{R}_d$  и два излези  $Q$  и  $\overline{Q}$ . Флип-флопот може да се најде во една од две стабилни состојби: тој е сетиран ако на неговиот директен излез ( $Q$ ) се појави високо ниво ( $+V_{CC}$ ), а ресетиран ако на истиот тој излез ( $Q$ ) се добие ниско ниво ( $0\text{ V}$ ). Вториот, или како што уште се вика комплементарен излез ( $\overline{Q}$ ) на флип-флопот, секогаш има спротивно ниво во однос на директниот излез ( $Q$ ): кога  $Q$  е на високо ниво,  $\overline{Q}$  ќе биде на ниско, и обратно. Состојбата на флип-флопот зависи од влезовите за сетирање  $S$ , за ресетирање  $R$  и за директно ресетирање  $\overline{R}_d$ . Имено, ако се побуди влезот  $S$ , флип-флопот ќе се сетира и на неговиот директен излез  $Q$  ќе се добие висок напон. Меѓутоа, ако се активира влезот  $R$ , флип-флопот ќе се ресетира, бидејќи неговиот директен излез  $Q$  ќе оди на ниско ниво. Исто така, влезот за директно ресетирање  $\overline{R}_d$  го ресетира флип-флопот, но тој има доминанта улога над другите два влеза. Кога на  $\overline{R}_d$  ќе се донесе опаѓачки импулс, без оглед на состојбата на влезовите  $S$  и  $R$ , флип-флопот веднаш ќе се ресетира.

Колото се става во функција со приклучување на еднонасочен напонски извор во границите од  $+5\text{V}$  до  $+15\text{V}$  на изводот  $+V_{CC}$  (пин [8]), додека заземјувањето треба да се приклучи на изводот  $GND$  (пин [1]). Заради еднаквоста на трите внатрешни отпорници  $R'$  од кои е формиран напонскиот делител во чипот, потенцијалот на горниот крај на средниот отпорник ќе изнесува  $2/3 \cdot V_{CC}$ , додека потенцијалот на неговиот долен крај ќе биде  $1/3 \cdot V_{CC}$ . На овој начин, по еден од влезовите на секој компаратор ќе се наоѓа на различен референтен напон: за првиот компаратор  $K_1$  референтното ниво ќе биде  $2/3 \cdot V_{CC}$ , а за вториот компаратор  $K_2$  тоа ќе изнесува  $1/3 \cdot V_{CC}$ .

Бидејќи во практиката најчесто се бара референтното ниво на првиот компаратор  $K_1$  да е фиксно и да изнесува  $2/3 \cdot V_{CC}$ , произведувачот препорачува приклучување на кондензатор со капацитет од  $0.01\text{ }\mu\text{F}$  односно  $10\text{ nF}$  од влезот за контролен напон  $CONV$  (Control Voltage - пин [5]) кон заземјувањето (пин [1]). Со тоа се добива постабилна работа на ИК 555.

Компараторот  $K_1$  е реализиран како неинвертирачко компараторско коло чиј влез за споредување е означен со  $THRE$  (Threshold) достапен преку пинот [6]. Компараторот  $K_1$  се активира кога надворешниот напон донесен на овој влез расте и тоа во моментот кога ќе ја премине вредноста  $2/3 \cdot V_{CC}$ . Излезот на компараторот  $K_1$  е поврзан со влезот за ресетирање  $R$  на бистабилното коло, така што кога компараторот  $K_1$  реагира, флип-флопот се ресетира. Во тој случај неговиот директен излез  $Q$  оди на ниско напонско ниво ( $0\text{ V}$ ), а комплементарниот излез  $\overline{Q}$  добива високо напонско ниво ( $+V_{CC}$ ).

Компараторот  $K_2$  има инвертирачка конфигурација со влез за споредба кој е достапен на пинот [2] означен како  $TRIG$  (Trigger). Компараторот  $K_2$  ќе реагира ако напонот на овој влез опаѓа и тоа во оној момент кога ќе падне под вредноста  $1/3 \cdot V_{CC}$ . Излезот на компараторот  $K_2$  е поврзан со влезот за сетирање ( $S$ ) на бистабилното коло, така што кога компараторот  $K_2$  ќе се активира флип-флопот се сетира. Тогаш на неговиот директен излез  $Q$  се добива високо ниво ( $+V_{CC}$ ), а на комплементарниот излез  $\overline{Q}$  ниско ниво ( $0\text{ V}$ ).

SR флип-флопот има двојна улога: од една страна го детерминира излезниот напон на колото  $OUT$  (пин [3]), а од друга страна управува со работата на транзисторот  $T'$ . Имено, излезот на пинот [3] е инвертиран (спротивен) во

однос на состојбата на комплементарниот излез  $\bar{Q}$  на флип-флопот. Ова се должи на фактот што меѓу комплементарниот излез на флип-флопот  $\bar{Q}$  и излезниот пин [3] има засилувачки степен (B) во инвертирачка конфигурација, па може да се земе дека излезот од колото (пин [3]) се наоѓа во иста состојба како и директниот излез Q на флип-флопот. Комплементарниот излез ( $\bar{Q}$ ) делува и на транзисторот T' на следниот начин:

- кога потенцијалот на  $\bar{Q}$  е низок, транзисторот T' се закочува и неговата колекторска струја, која протекува низ пинот [7], е занемарливо мала ( $i_{7} \approx 0$ ),
- кога потенцијалот на  $\bar{Q}$  е висок, транзисторот T' проведува во подрачје на заситување и неговиот напон колектор – емитер, а со тоа и потенцијалот на колекторот од транзисторот T' на пинот [7] кон пин [1] ќе биде практично нула:  $v_{7}(t) = u_{[7][1]} = U_{CES} \approx 0.2 [V] \approx 0$ .

Кај ИК 555 преку пинот [4] е предвиден дополнителен влез за ресетирање (RST) кој има доминантна улога врз излезниот напон на пин [3]. Преку пинот [4] се прекинува нормалниот процес на функционирање на колото. Имено, ако потенцијалот на пинот [4] падне под 0.4 V, преку директниот влез ( $\bar{R}_d$ ) флип-флопот се ресетира со што на излезот од колото (пин [3]) веднаш се добива ниско ниво без оглед на состојбата на влезите на пиновите [6] и [2]. Бидејќи при нормална работа во пракса однесувањето на колото се контролира токму преку овие два влезе (пин [6] и пин [2]), за да се елиминира влијанието на пинот [4] тој се поврзува на високо ниво, и тоа најчесто на напојувањето  $+V_{CC}$  (пин [8]).

Во врска со претходното објаснување е претставена таб. 4-1 која прегледно и во најкуси црти го опишува однесувањето на ИК 555. Во табелата со "1" се означува високото ниво ( $+V_{CC}$ ), со "0" ниското ниво (0 V), додека симболот "x" означува вредност без значење, за која е сеедно дали ќе биде 1 или 0.

Влезови			Интерен флип-флоп			Излези	
RST пин [4]	TRIG пин [2]	THRE пин [6]	Активен влез	Излез		DISC пин [7]	OUT пин [3]
				Q	$\bar{Q}$		
0.4 V <	X	X	$\bar{R}_d$	0	1	Кусо врзан на маса <sup>1)</sup>	Ниско ниво 0V
$+V_{CC}$	$\downarrow 1/3 \cdot V_{CC}$	X	S	1	0	Во прекин (Откачен) <sup>2)</sup>	Високо ниво $+V_{CC}$
	X	$\uparrow 2/3 \cdot V_{CC}$	R	0	1	Кусо врзан на маса <sup>1)</sup>	Ниско ниво 0V
	$> 1/3 \cdot V_{CC}$	$< 2/3 \cdot V_{CC}$	Нема промена на состојбата. Таа останува онаква како што е претходно воспоставена.				

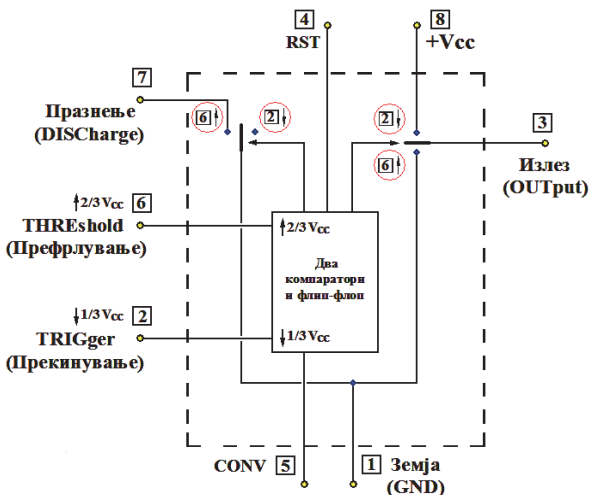
Таб. 4-1. Функционална табела на ИК 555

Излезниот степен на ИК 555 (B) е баферско коло, т.е. напонски засилувач со единечно напонско засилување (напонски следител) и големо струјно

<sup>1)</sup> Пинот [7] е кусо врзан на маса преку спојот колектор-емитер на транзисторот за празнење T' кој е заситен и повлекува струја.

<sup>2)</sup> Пинот [7] е во прекин бидејќи транзисторот за празнење T' е исклучен и низ него не протекува струја.

засилување. Тој се поврзува на излезот од колото (OUT), каде што се приклучува потрошувачот (пин [3]) и обезбедува TTL компатибилно напонско ниво, а истовремено и поголема излезна струја. За TTL варијантата на ИК 555, максималната струја што може да ја добие потрошувачот изнесува до 200 [mA]. Оваа вредност е доволна за побудување на LED-диода, транзистор, или мал звучник. Кај CMOS верзијата на ИК 555, излезната струја може да има јачина од 80 [mA].



Сл. 4-7. Поедноставена функционална блок шема на ИК 555

Влезови		Излези	
TRIG пин [2]	THRE пин [6]	DISC пин [7]	OUT пин [3]
$\downarrow 1/3 \cdot V_{CC}$	X	Во прекин (Откачен)	Високо ниво $+V_{CC}$
X	$\uparrow 2/3 \cdot V_{CC}$	Кусо врзан на маса	Ниско ниво 0V.

Таб. 4-2. Поедноставена функционална табела на ИК 555

Заради полесно запамтување на принципот на работа на ик 555 на сл. 4-7 е презентирана поедноставената функционална шема на ова коло, додека таб. 4-2 ја претставува неговата поедноставена функционална табела.

## ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ ЗА ПОВТОРУВАЊЕ

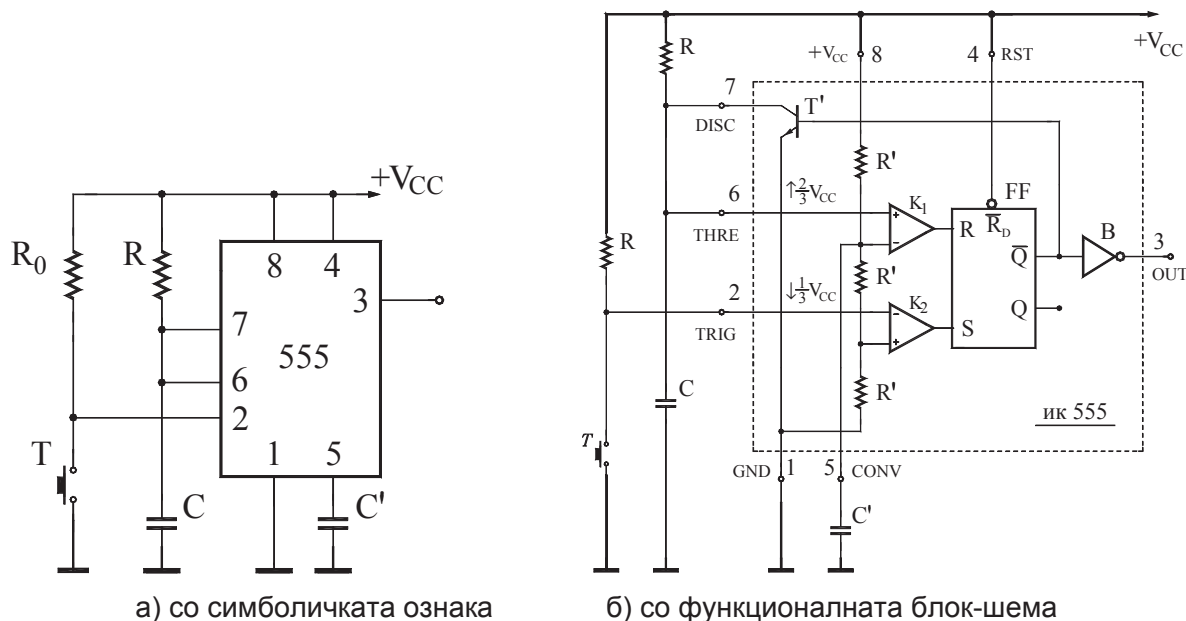
- 4-23. Нацртај го пин дијаграмот на временското ИК 555.
- 4-24. Имајќи ја во предвид функционаланта блок-шема на ИК 555 од сл. 4-6, објасни го однесувањето на секоја внатрешна компонента која влегува во состав на ИК 555.
- 4-25. Во куси црти објасни ја улогата на секој пин на временското ИК 555, при тоа имајќи ги во вид неговите функционални блок-шеми од сл. 4-6 и сл. 4-7, како и табелите на функционирање таб. 4-1 и таб. 4-2.

### 4.5.2. МОНОСТАБИЛЕН МУЛТИВИБРАТОР СО ИК 555

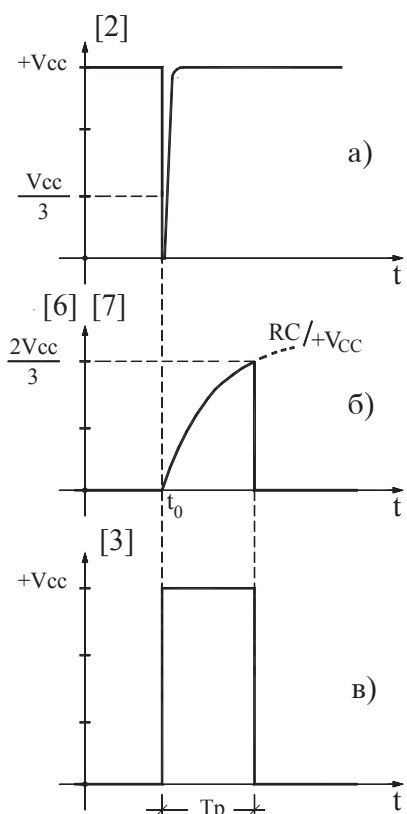
Поврзувањето на ИК 555 како моностабилно коло е наједноставната и многу често користена конфигурација. За нејзино формирање, покрај самото интегрирано коло, потребни се само уште два надворешни елементи. Станува збор за кондензаторот  $C$  и отпорникот  $R$  кои се поврзуваат според принципиелната електрична шема прикажана на сл. 4-8 а). За полесно разбирање на работата на моностабилниот мултивибратор ќе биде анализирана и сл. 4-8 б) каде што ИК 555 е претставено со својата функционална блок шема. Од сликите се забележува дека кога кондензаторот  $C$  ќе се полни, напонот на неговите краеве ќе расте и преку пинот [6] тој ќе управува со однесувањето на првиот компаратор  $K_1$ , кој ќе реагира кога ќе биде достигнато нивото  $2/3 \cdot V_{CC}$ . Од друга страна, вториот компаратор  $K_2$  се контролира со надворешен опаѓачки импулс под нивото  $1/3 \cdot V_{CC}$ , доведен на пинот [2]. За таа цел меѓу пинот [2] и напојувањето е поврзан отпорникот  $R_0$  од 10 [K $\Omega$ ] и тастерот  $T$  кон заземјувањето.



Заради дополнително појаснување на работата на моностабилното коло ќе ги користиме и брановите облици на напоните во карактеристичните точки кои се прикажани на сл. 4-9 и тоа на пинот [2] (сл. 4-9 а) каде се носи побудниот импулс, на кондензаторот кај кусата врска меѓу пиновите [6] и [7] (сл. 4-9 б) и на излезот од колото на пинот [3] (сл. 4-9 в).



Сл. 4-8. Електрична шема на моностабилен мултивибратор со ИК 555



Сл. 4-9. Временски дијаграми на напони во карактеристични точки кај моностабилно коло со ик 555.

Колото се наоѓа во стабилна состојба долго време, сè до моментот  $t_0$ . Во овој период тастерот Т е слободен заради што пинот [2] (прекинувачкиот влез на компараторот  $K_2$ ) преку отпорникот  $R_0$  се наоѓа на високо ниво  $+V_{CC}$  колку што е напојувањето. Бидејќи временскиот интервал до моментот  $t_0$  е многу долг, може да се смета дека низ кондензаторот  $C$  не тече струја ( $i_C=0$ ) и дека тој е празен, па затоа потенцијалот на пинот [6] е низок ( $V_{[6]}=0V$ ). Истовремено и излезното напонско ниво на пинот [3] е исто така ниско ( $V_{[3]}=0V$ ).

Во моментот  $t_0$  тастерот се притиска многу кус временски период што предизвикува моментално опаѓање на напонското ниво на пинот [2] до нула, т.е. појава на прекинувачки импулс под  $1/3 \cdot V_{CC}$  на влезот од вториот компаратор  $K_2$ .

За нејзиното времетраење, кондензаторот  $C$  ќе се полни од напојувањето  $+V_{CC}$  преку отпорникот  $R$  и неговиот напон присутен на пиновите [6] и [7] експоненцијално расте. Од друга страна, ниското напонско ниво на комплементарниот излез преку инвертирачкиот степен предизвикува на излезот OUT (пин [3]) веднаш да се добие високо ниво  $+V_{CC}$ , со што почнува да се генерира позитивен правоаголен импулс.

Полнењето на кондензаторот  $C$  предизвикува пораст на напонот на неговите краеве, а со тоа и на потенцијалот на пинот [6], кој се носи на прекинувачкиот влез од првиот компаратор  $K_1$ . Кога овој напон ќе го достигне нивото  $2/3 \cdot V_{CC}$ , компараторот  $K_1$  реагира и го ресетира флип-флопот, со што на неговиот комплементарен излез предизвикува појава на високо ниво. Ова високо ниво го проведува и заситува транзисторот  $T'$ , кој со голема струја речиси моментално го празни кондензаторот  $C$  бидејќи е директно приклучен помеѓу колекторот на транзисторот и маса. Имено, на заземјувањето е приклучен и емитерот на транзисторот, па во колото за празнење нема отпорник. Заради ова, напонот на краевите на кондензаторот веднаш паѓа на  $U_{ces} = 0.2V \approx 0V$ , додека преку бафер – инверторот на излезот од ИК 555 (пин [3]) се добива ниско ниво. Со ова завршува квазистабилната состојба на моностабилното коло и тоа се враќа во својата почетна стабилна состојба кога излезот на пинот [3] беше низок, а кондензаторот  $C$  празен.

Интервалот  $T_p$  е потребното време за полнење на кондензаторот  $C$  од почетното ниво  $0 V$  до нивото  $2/3 \cdot V_{CC}$  преку отпорникот  $R$ , со тенденција да го достигни крајното ниво на напонот на напојување од  $+V_{CC}$ . Во овој период се генерира излезниот правоаголен импулс. Наведените податоци можат да се внесат во познатата равенка за одредување на временски период  $\Delta t$  меѓу две нивоа на зададена експоненцијална функција. Во неа ќе треба  $\Delta t$  да се замени со  $T_p$ , крајното ниво  $v_c(\infty)$  ќе изнесува  $+V_{CC}$ , почетното ниво  $V_1 = 0 V$ , достигнатото ниво  $V_2 = 2/3 \cdot V_{CC}$ , а временската константа  $\tau_p = RC$  бидејќи кондензаторот  $C$  се полни со струја која протекува низ отпорникот  $R$ . Според ова, за одредување на времетраењето на импулсот се добива:

$$T_p = \tau \cdot \ln \left| \frac{V_{CC} - 0}{V_{CC} - \frac{2V_{CC}}{3}} \right| = RC \cdot \ln \frac{V_{CC}}{\frac{V_{CC}}{3}} = RC \cdot \ln 3 \approx 1.1RC \quad (4-6)$$

Од претходната анализа произлегува дека во моностабилен режим на работа, времетраењето  $T_p$  на генерираниот излезен импулс е определено само од вредностите на надворешните елементи, отпорникот  $R$  и временскиот кондензатор  $C$  и не зависи од напојувањето  $+V_{CC}$ .

## ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ ЗА ПОВТОРУВАЊЕ

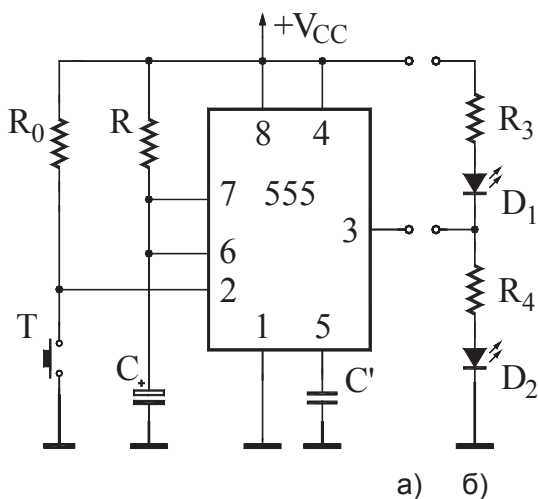
- 4-26. Објасни го однесувањето на моностабилното коло со ИК 555 според сл.4-8 претпоставувајќи дека тој се наоѓа во стабилната состојба и дека на него дејствува импулс, кој предизвикува активирање на регенеративниот процес.
- 4-27. Нацртај ги временските дијаграми во карактеристичните точки на моностабилниот мултивибратор реализиран со ИК 555 од сл.4-8.
- 4-28. За моностабилниот мултивибратор со ИК 555 претставен на сл. 4-8 изведи го времето на генерираниот импулс  $T_p$ .

(\*) Во продолжение се дадени примери за моностабилни кола со ИК 555 кои на часовите по практична настава може да послужат за вежбање. За изведување на овие примери е потребно да се изработат функционални монтажни шеми на кои би се извршиле потребните мерења со што практично ќе се проверат теоретски добиените резултати. За секој пример се поставени заеднички и дополнителни прашања кои треба да ги одговориш. Во врска со ова, за подолу прикажаните електрични шеми треба:

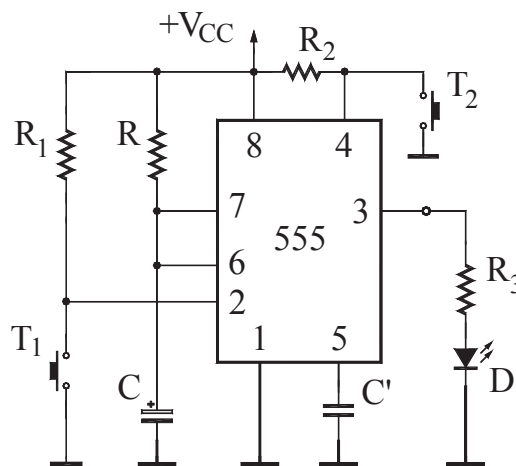
- (а) да извршиш анализа и да го објасниш начинот на функционирање;
- (б) да ги нацрташ временските дијаграми на напоните во карактеристичните точки на колото: на напонот на пинот [2], каде се носи побудниот прекинувачки импулс, потенцијалот на кондензаторот, т.е. напонот помеѓу кусата врска на пиновите [7] и [6] во однос на маса и потенцијалот на излезот од колото на пинот [3],
- (в) да го пресметаш времетраењето на импулсот  $T_p$ ,

4-п1. За моностабилното коло, чија електрична шема е прикажана на сл. 4-п1,  $V_{CC}=12V$ ,  $R_0=10k\Omega$ ,  $C'=10nF$ ; (1)  $R=820k\Omega$ ,  $C=15\mu F$ , (2)  $R=2.2M\Omega$ ,  $C=150\mu F$ . Претпостави дека колото долг временски период се наоѓа во својата стабилна состојба во која тастерот Т е отпуштен. Во  $t_0=0$  тастерот моментално се притиска и се иницира квазистабилната состојба. (г) Како влијае промената на (1) R, (2) C, врз траењето на импулсот  $T_p$ ?

4-п2. За моностабилниот мултивибратор од сл. 4-п1 претпостави дека на излезот од колото преку два отпорници  $R_3=R_4=560\Omega$  се приклучуваат светлечки (LED)- диоди; зелена ( $D_1$ ) и црвена ( $D_2$ ). (г) Одговори, и во куси црти објасни кога, колку долго и зошто ќе свети, односно нема да свети диодата (1)  $D_1$ , (2)  $D_2$  ако во некој момент  $t_0$  тастерот моментално се притиска и се отпушта.



Сл. 4-п1/4п2. Моностабилен мултивибратор со ИК 555.



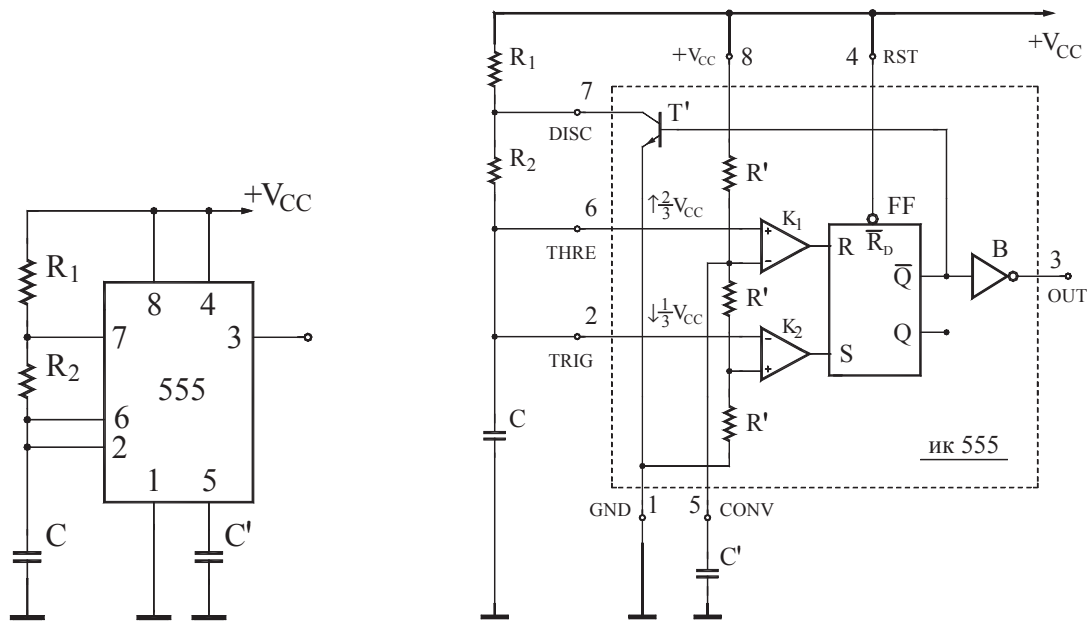
Сл. 4-п3. Моностабилен мултивибратор со ИК 555.

4-п3. Временски прекинувач ("Тајмер"). На излезот од моностабилното коло, чија електрична шема е прикажана на сл.4-п3 е приклучена една светлечка (LED) диода D. Колото долго време се наоѓа во својата стабилна состојба во која и двата тастери се отпуштени. Вредностите на употребените елементи се:  $V_{CC}=9V$ ,  $R_1=R_2=10k\Omega$ ,  $C'=10nF$ ,  $C=4.7\mu F$ ,  $R=1.8M\Omega$ ,  $R_3=390\Omega$ . Во моментот  $t_0=0$  се притиска и веднаш се отпушта само тригер-тастерот  $T_1$ . Одговори и објасни (г) Кога, зошто и колку долго LED-диодата D ќе свети, односно нема да свети; (д) Нацртај го временскиот дијаграм на излезот напон на пинот [3] ако ресет-тастерот  $T_2$  се притисне во моментот (1)  $t_1=5$  sec, (2)  $t_2=10$  sec. Колкав е напонот на кондензаторот во тој момент? Каква улога има тастерот  $T_2$ ?

### 4.5.3. АСТАБИЛЕН МУЛТИВИБРАТОР СО ИК555

Интегрираното коло 555 функционира како астабилно коло ако на него се поврзат два отпорници и еден кондензатор според принципиелната шема дадена на сл. 4-10 а). За полесно да се објасни функционирањето на астабилниот мултивибратор ќе биде анализирана шемата прикажана на сл. 4-10 б, каде ИК 555 е претставено со својата функционална блок шема.

Покрај овие две шеми, за анализата на принципот на работа на колото ќе помогнат и временските дијаграми на напоните во карактеристичните точки, презентирани на сл. 4-11 и тоа на излезот од колото на пинот [3] (сл.4-11 а) и на кондензаторот С (сл. 4-11 б) на кусата врска меѓу пиновите [6] и [2].

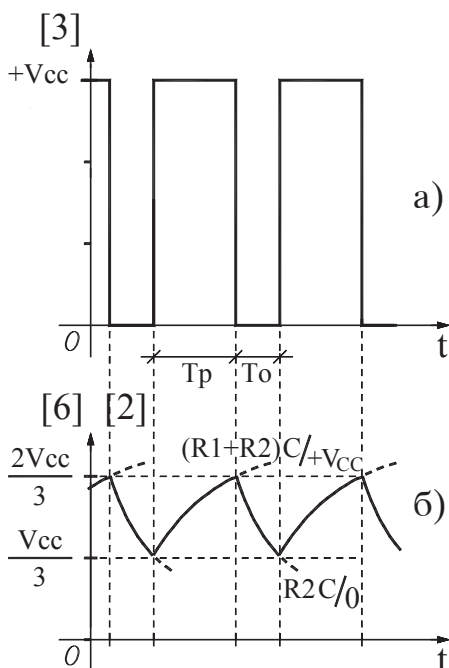


а) со пин-дијаграм (симболичка ознака) б) со функционална блок-шема

Сл. 4-10. Електрична шема на астабилен мултивибратор со ик 555

Прикажаното поврзување овозможува со напонот на кондензаторот да се детерминира однесувањето и на првиот и на вториот компаратор. Имено, кога кондензаторот С ќе се полни од напојувањето (+V<sub>CC</sub>) (пин [8]), неговиот напон присутен на пинот [6] ќе влијае врз работата на првиот компаратор K<sub>1</sub>, кој ќе реагира на нивото од  $\frac{2}{3} \cdot V_{CC}$ . Бидејќи пиновите [6] и [2] се кусо споени, напонот на кондензаторот С е присутен и на пинот [2]. Тој напон ќе дејствува и врз однесувањето на вториот компаратор така што кога неговата вредност падне под нивото  $\frac{1}{3} \cdot V_{CC}$ , ќе се активира K<sub>2</sub>. Опаѓањето на напонот се случува кога кондензаторот С се празни со помош на транзисторот T' преку изводот (DISC) на пин [7].

Состојбата на флип-флопот во моментот на вклучување на напојувањето ќе биде случајна. Ако претпоставиме дека флип-флопот е сетран, тогаш неговиот комплементарен излез  $\bar{Q}$  се наоѓа на ниско ниво, па на излезот (пин [3]) кој се инвертира преку излезниот бафер ќе се добие високо ниво (+V<sub>CC</sub>), со што се генерира правоаголен позитивен импулс. Ниското ниво на комплементарниот излез  $\bar{Q}$  истовремено е присутно и на базата на транзисторот T' и го држи закочен. Заради тоа кондензаторот С се полни одреден временски интервал T<sub>P</sub> од напојувањето +V<sub>CC</sub> преку отпорниците R<sub>1</sub> и R<sub>2</sub>.



Сл. 4-11. Временски дијаграми на напоните во карактеристичните точки кај астабилно коло со ик 555.

Напонот  $u_c(t)$  има растечки експоненцијален бранов облик кој се стреми кон вредноста  $+V_{CC}$ . Меѓутоа, крајната вредност  $+V_{CC}$  нема да биде достигната бидејќи во моментот кога ќе биде преминато нивото  $2/3 \cdot V_{CC}$  преку пинот [6] ќе биде побуден првиот компаратор  $K_1$  и процесот на полнење ќе биде прекинат. Имено, флип-флопот ќе се ресетира, неговиот комплементарен излез ќе се префрли на високо ниво, со што од една страна се вклучува и се заситува транзисторот за празнење  $T'$ , а од друга, преку бафер-инверторот на излезот од ИК 555 на пинот [3] се добива ниско ниво (0 V). Заситениот транзистор  $T'$  преку отпорникот  $R_2$  го празни кондензаторот  $C$ , чиј напон почнува да се намалува, тргнувајќи од нивото  $2/3 \cdot V_{CC}$  до кое само што се наполнил. Сега напонот на кондензаторот ќе има опаѓачки експоненцијален облик, што значи дека ќе се празни одредено време ( $T_0$ ) за кое на излезот се генерира пауза. Процесот на празнење трае сè до оној момент кога напонот на кондензаторот  $C$  не падне под нивото  $1/3 \cdot V_{CC}$ .

Во тој момент преку пинот [2] се активира вториот компаратор  $K_2$  кој го сетира флип-флопот и го враќа колото во претходната квазистабилна состојба во која излезното ниво на ИК 555 е високо, а кондензаторот се полни.

Од изложеното станува јасно дека реагирањето на едниот, па на другиот компаратор постојано ќе се повторува, а со тоа на излезот наизменично ќе се појавува високо и ниско ниво што соодветствува на периодична низа на правоаголни импулси. Кога се работи за одредување на траењето на импулсот  $T_P$  и паузата  $T_0$ , треба да се примени познатата равенка за одредување временска разлика  $\Delta t$ .

$T_P$  е времето за кое кондензаторот  $C$  се полни од нивото  $1/3 \cdot V_{CC}$  ( $V_1=1/3 \cdot V_{CC}$ ) до нивото  $2/3 \cdot V_{CC}$  ( $V_2=2/3 \cdot V_{CC}$ ), стремејќи се кон напојувањето  $+V_{CC}$  која е крајната вредност  $v_c(\infty)$  на експоненцијалната функција. Временската константа изнесува  $\tau_P=(R_1+R_2)C$  бидејќи кондензаторот  $C$  се полни со струја која тече низ сервиската врска на отпорниците  $R_1$  и  $R_2$ . Заменувајќи ги наведените вредности во равенката за интервалот на импулсот  $\Delta t=T_P$  се добива:

$$T_P = \tau \cdot \ln \frac{\left| V_{CC} - \frac{V_{CC}}{3} \right|}{\left| V_{CC} - \frac{2V_{CC}}{3} \right|} = (R_1 + R_2)C \cdot \ln \frac{\left| \frac{2V_{CC}}{3} \right|}{\left| \frac{V_{CC}}{3} \right|} \tag{4-7}$$

$$T_P = (R_1 + R_2)C \cdot \ln 2 \approx 0.7(R_1 + R_2)C \tag{4-8}$$

Времетраењето на паузата  $T_0$  ќе биде пресметано со примена на истата равенка за  $\Delta t$ , но во овој случај кондензаторот  $C$  ќе се празни. Напонот на неговите краеве ќе опаѓа од  $2/3 \cdot V_{CC}$  ( $V_1=2/3 \cdot V_{CC}$ ), до  $1/3 \cdot V_{CC}$  ( $V_2=1/3 \cdot V_{CC}$ ), стремејќи се кон крајното ниво од  $0V$  ( $v_0(\infty)=0$ ). Овој кондензатор, преку отпорникот  $R_2$  и кусата врска помеѓу пин [7] и пин [1], која ја формира спојот колектор-емитер на заситениот транзистор за празнење  $T'$ , е споен на маса и има тенденција целосно да се испразни. Во овој случај, временската константа ќе биде  $\tau_0=R_2C$ . Со замена на претходните вредности во равенката каде што  $\Delta t=T_0$  е времетраењето на паузата, се добива:

$$T_0 = \tau \cdot \ln \left| \frac{0 - \frac{2V_{CC}}{3}}{0 - \frac{V_{CC}}{3}} \right| = R_2 C \cdot \ln 2 \approx 0.7 R_2 C \quad (4-9)$$

Добиените формули покажуваат дека временските циклуси на полнење и празнење на кондензаторот имаат меѓусебно различно времетраење. Како резултат на тоа, на излезот се генерира низа на правоаголни импулси, чие високо ниво трае подолг временски период од траењето на ниското ниво, т.е. важи  $T_p > T_0$ .

Периодата ( $T$ ) на правоаголниот периодичен напон ќе биде збир на времетраењата на импулсот и паузата ( $T_p$  и  $T_0$ ):

$$T = T_p + T_0 = \ln 2(R_1 + 2R_2)C \approx 0.7(R_1 + 2R_2)C \quad (4-10)$$

Равенките покажуваат дека времетраењето на импулсот и паузата, а со тоа и на периодата на генерираниот правоаголен напон зависи само од вредностите на надворешно приклучените елементи на ИК 555 и тоа од двата отпорници  $R_1$ ,  $R_2$  и од кондензаторот  $C$ , а не зависи од вредноста на напојувањето.

Знаејќи ја периодата лесно може да се определи и фреквенцијата  $f$  на излезниот правоаголен периодичен напон според познатата формула:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{\ln 2(R_1 + 2R_2)C} \approx \frac{1.44}{(R_1 + 2R_2)C} \quad (4-11)$$

## ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ ЗА ПОВТОРУВАЊЕ

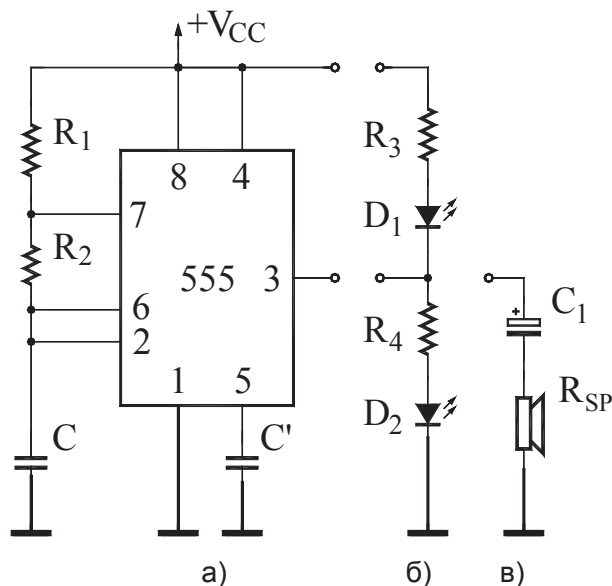
- 4-29. Објасни ја промената на квазистабилните состојби кај астабилниот мултивибратор реализиран со ИК 555 според сл. 4-10, претпоставувајќи дека во почетниот момент неговиот излез се наоѓа на (а) високо (б) ниско ниво.
- 4-30. Нацртај ги временските дијаграми во карактеристичните точки на астабилното коло со ИК 555 од сл. 4-10.
- 4-31. За астабилниот мултивибратор со ИК 555 чија принципиелна електрична шема е дадена на сл. 4-10 изведи ги релациите за времетраењето на импулсите  $T_{p1}$ ,  $T_{p2}$ , а потоа за периодот  $T = T_{p1} + T_{p2}$  и фреквенцијата  $f = 1/T$  на генерираниот правоаголен периодичен напон.

(\*) Во продолжение се дадени примери за астабилни кола со ИК 555 кои на часовите по практична настава може да послужат за вежбање ако се изработат монтажни шеми, се стават во функција и се извршат мерења. Со тоа практично ќе се проверат теоретски добиените резултати. За секој пример се поставени заеднички и додатни прашања кои треба да ги одговориш. Во врска со ова, за подолу прикажаните електрични шеми посебно треба:

- (а) да извршиш анализа и во куси црти да го објасниш принципот на работа;
- (б) да ги нацрташ временските дијаграми на напоните во карактеристичните точки на колото и тоа: на потенцијалот на кондензаторот, т.е. напонот помеѓу кусата врска на пиновите [6] и [2] во однос на маса и потенцијалот на излезот од колото на пинот [3],
- (в) да ги пресметаш времетраењата на импулсот  $T_p$ , паузата  $T_0$ , периодата  $T$ , како и вредноста на фреквенцијата  $f$ ;

4-п4. На сл. 4-п4 е прикажана стандардна конфигурација на астабилно коло. Вредностите на елементите се:  $V_{CC}=9V$ ,  $C'=10\text{ nF}$ ,  $C=10\text{ nF}$ , (1)  $R_1=47\text{ k}\Omega$ ,  $R_2=100\text{ k}\Omega$ ; (2)  $R_1=100\text{ k}\Omega$ ,  $R_2=47\text{ k}\Omega$ .

- (г) Објасни зошто на излезот високото ниво трае подолг временски период од ниското ( $T_p > T_0$ )?
- (д) Како влијае промената на вредноста на (1)  $R_1$ , (2)  $R_2$ , (3)  $C$ , врз временските интервали  $T_p$ ,  $T_0$ ,  $T$  и врз  $f$ ?
- (ф) Определи го односот помеѓу  $R_1$  и  $R_2$  за колото да генерира квадратен сигнал, т.е. низа од импулси и паузи со еднакво времетраење ( $T_p = T_0$ ).



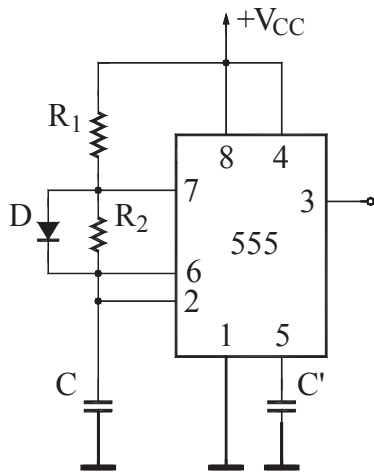
Сл. 4-п4/4-п5/4-п6.

Електрична шема на реален астабилен мултивибратор со ик 555

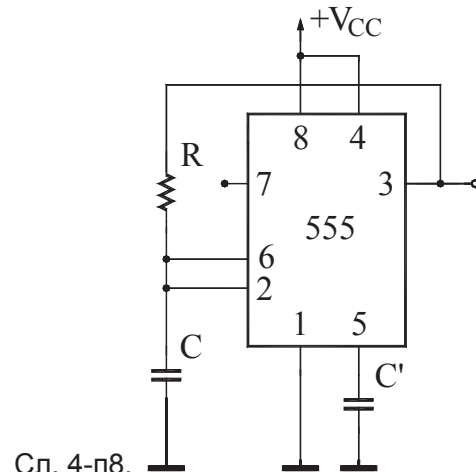
4-п5. Трепкач. За даденото астабилно коло од сл.4-п4 претпостави дека елементите  $R_1$ ,  $R_2$  и  $C$  ги имаат следните вредности:  $R_1=560\text{ k}\Omega$ ,  $R_2=1\text{ M}\Omega$ ,  $C=0.68\mu\text{F}$ . Покрај тоа, на излезот преку отпорниците  $R_3=R_4=330\Omega$  се приклучуваат две светлечки (LED)-диоди: црвена ( $D_1$ ) и зелена ( $D_2$ ). (г) Во кои временски интервали и колку долго ќе свети  $D_1$ , а во кои  $D_2$ ?

4-п6. Тон генератор. Претпостави дека претходно наведените елементи за астабилното коло со ИК 555 од сл. 4-п4 се со вредности:  $R_1=R_2=10\text{ k}\Omega$  и  $C=0.1\mu\text{F}$  и дека на излезот преку електролитски кондензатор  $C_1=22\mu\text{F}$  се приклучува звучник  $R_{SP}=8\Omega$ . (г) Која е основната фреквенција  $f_0$  на излезниот звучен-сигнал?

4-п7. За астабилното коло, чија електрична шема е претставена на сл. 4-п7 се познати:  $V_{CC}=9V$ ,  $C'=10\text{ nF}$ ,  $C=10\text{ [nF]}$ , (1)  $R_1=47k\Omega$ ,  $R_2=100k\Omega$ . (2)  $R_1=100k\Omega$ ,  $R_2=47k\Omega$ . За диодата  $D$ , која е приклучена паралелно на отпорникот  $R_2$  може да се земе дека е идеална:  $U_{AKON}\approx 0V$ ,  $R_{ON}\rightarrow 0$  и  $R_{OFF}\rightarrow \infty$ . (г) Вредностите што ќе ги добиеш за  $T_p$ ,  $T_0$  и  $T$ , како и за  $f$ , спореди ги со оние од задачата 4-п4. (д) Која е улогата на диодата  $D$ ?



Сл. 4-п7.



Сл. 4-п8.

Електрични шеми на реални астабилни мултивибратори со ик 555

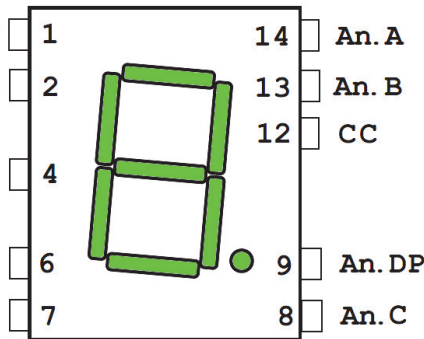
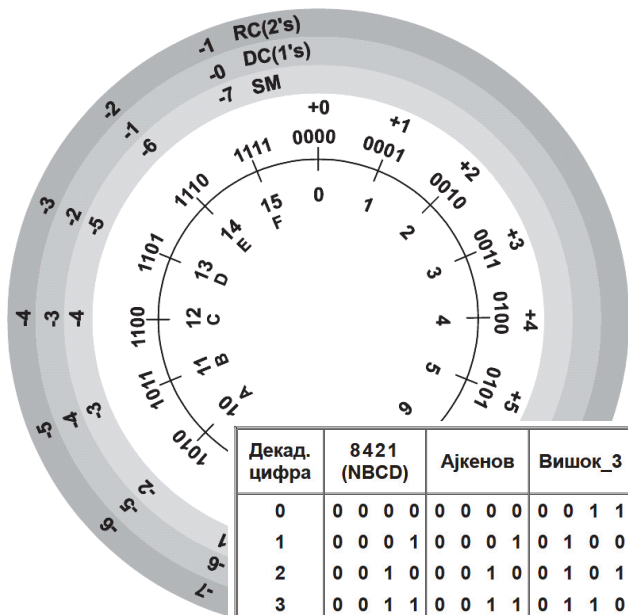
4-п8. Генератор на квадратен напон. Астабилниот мултивибратор, чија електрична шема е дадена на сл. 4-п8, претставува генератор на периодичен квадратен напонски облик ( $T_p=T_0$ ), кој покрај ИК 555 користи само еден отпорник  $R$  и еден кондензатор  $C$ . Вредностите на употребените елементи се:  $+V_{CC}=5V$ ,  $C'=10\text{ nF}$ ,  $R=1.5k\Omega$ ,  $C=1\mu\text{F}$ . (г) Пресметај ги вредностите за  $T_p$ ,  $T_0$  и  $T$ , како и за фреквенцијата  $f_0$  и потоа спореди ги со оние од задачата 4-п6.

## РЕЗИМЕ

Во оваа тематска целина се запознавте со важноста и улогата на мултивибраторите во имулсната електроника и нивната примена како тајмери и генератори на напонски такт сигнал со правоаголен периодичен облик. Сега знаете да го објасните принципот на работа на моностабилниот и астабилниот мултивибратор со операциски засилувач имајќи ги во вид временските дијаграми на напоните во карактеристичните точки на колата. Фокусот беше ставен и врз изучување на блок шемата и однесувањето на познатото и многу често користено временското интегрирано коло 555, како и врз функционирањето на моностабилниот и астабилниот мултивибратор реализирани со него.

Покрај тоа, во зависност од употребените елементи за градба на моностабилните и астабилните кола, можете да го дефинирате и пресметате времетраењето на излезните напонски правоаголници импулси и паузи.





Декад. цифра	8421 (NBCD)	Ајкенов	Вишок_3
0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 1 1
1	0 0 0 1	0 0 0 1	0 1 0 0
2	0 0 1 0	0 0 1 0	0 1 0 1
3	0 0 1 1	0 0 1 1	0 1 1 0
4	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 1 1
5	0 1 0 1	1 0 1 1	1 0 0 0
6	0 1 1 0	1 1 0 0	1 0 0 1
7	0 1 1 1	1 1 0 1	1 0 1 0
8	1 0 0 0	1 1 1 0	1 0 1 1
9	1 0 0 1	1 1 1 1	1 1 0 0

Тежини:  $\frac{1024}{2^{10}}$   $\frac{512}{2^9}$   $\frac{256}{2^8}$   $\frac{128}{2^7}$   $\frac{64}{2^6}$   $\frac{32}{2^5}$   $\frac{16}{2^4}$   $\frac{8}{2^3}$   $\frac{4}{2^2}$   $\frac{2}{2^1}$   $\frac{1}{2^0}$

Бинарен број: 

1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Позиции: 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0

# 5. БРОЈНИ СИСТЕМИ И КОДОВИ

При изучувањето на оваа тематска целина:

- ⊕ ќе се запознаеш со поимот информација, нејзиното дефинирање и кодирање во дигитален облик;
- ⊕ ќе се запознаеш со единиците за мерење на количество на информации и со нивната примена;
- ⊕ ќе се запознаеш со бинарниот, хексадецималниот и окталниот броен систем и нивната поврзаност со декадниот;
- ⊕ ќе можеш да вршиш конверзија на целите броеви од еден во друг броен систем;
- ⊕ ќе се запознаеш со правилата според кои се изведуваат основните операции во бинарната аритметика;
- ⊕ ќе се запознаеш со различните системи и начинот на означување на негативните броеви во бинарен облик;
- ⊕ ќе се запознаеш со основните бинарни кодови за бројни и текстуални податоци, нивните табели и примена;
- ⊕ ќе можеш да решаваш поедноставни нумерички задачи од конверзија на броеви, бинарна аритметика, прикажување на негативните броеви во бинарен облик и бинарни кодови.



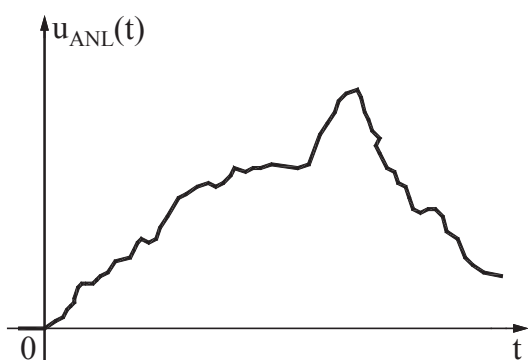
# I) ВОВЕД ВО ДИГИТАЛНАТА ЕЛЕКТРОНИКА

## 5.1. ОСНОВНИ ПОИМИ

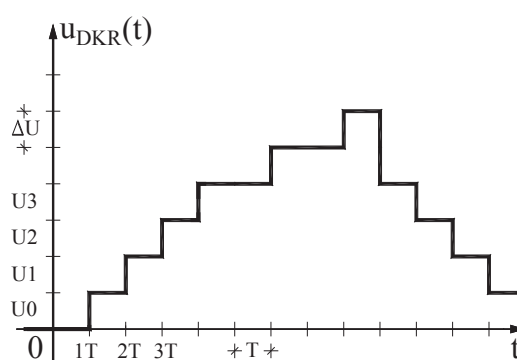
Природните појави и процеси се менуваат со текот на времето, па нивното аналитичко или графичко претставување се врши со временски зависни функции. Во зависност од величината која се следи и испитува, овие функции можат да бидат *континуирани* или *дисконтинуирани*.

Макроскопски гледано, голем дел од природните појави се од континуален (непрекинат) карактер, бидејќи нивните промени со текот на времето се без моментални скокови. Примери за вакви физички големини има многу: температура, притисок, брзина, природна светлина, должина итн. Ваквите појави се опишуваат со временски функции, кои во било кој временски интервал имаат бесконечно голем број на различни вредности. На сл. 5-1 е прикажан графикот на некоја континуирана временска функција. Очигледно е дека амплитудата на оваа функција се менува постепено, бидејќи во било кој конечен временски интервал, колку и да е тој кус, нејзината амплитуда прима бесконечно многу вредности.

Меѓутоа, во природата постојат и дисконтинуирани појави. За нив е карактеристична појавата на брзи или скоковити промени во амплитудата, бидејќи во еден или во повеќе моменти, временски зависната функција која ја опишува дисконтинуираната појава нагло преминува од една вредност на друга.



Сл. 5-1. Временски дијаграм на континуирана функција

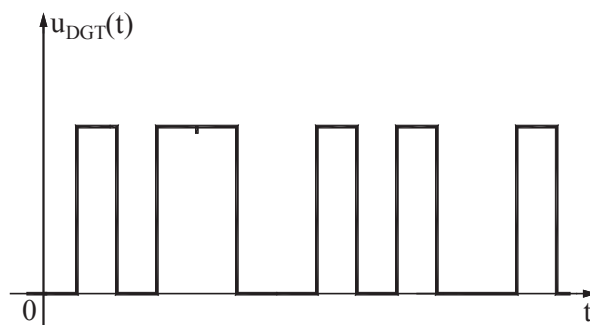


Сл. 5-2. Временски дијаграм на дискретна функција

За човекот, од посебен интерес се оние појави кои имаат *дискретен* карактер. Тоа се такви дисконтинуирани функции кои можат да примат одреден опсег на вредности од едно конечно множество. На пример, буквите од азбуката на говорните јазици, цифрите на бројните системи, енергијата на електроните во атомот, итн. Во било кој конечен временски интервал, дискретната функција има конечен број на вредности кои може да се нумерираат: за секоја вредност се доделува еднозначно определен број. На сл. 5-2 е даден еден пример на ваква функција од каде се гледа дека нејзината амплитудата добива дискретни нивоа.

Човечката желба да ги осознае и користи појавите предизвикала тој да изработува разни уреди со кои ќе ги мери и испитува тие појави и ќе ги презентира и пренесува добиените резултати. Уредите кои ги изучуваме се електрични бидејќи работат со електрични сигнали: струи и напони. *Техничките уреди, чии влезни и излезни величини се сигнали, кои се менуваат по аналогија со природните континуирани појави, се викаат аналогни (линеарни) уреди.* Имајќи во предвид дека секое ниво на дискретната величина може да се претстави со одреден број, *уредите кои работат со дискретни сигнали се нарекуваат дигитални уреди.* Терминот *дигитални* потекнува од латинскиот збор *digitus* кој означува прст, односно поадекватно значење би било „броење со прсти“. Всушност, тоа бил првиот начин на прикажување на броевите во човечкото општество, но денес се поврзува со англискиот збор *digit* што значи цифра или број. Како пример за аналоген и дигитален начин на работа може да се земе примерот за мерење на времето со часовник. Имено, ако стрелките на часовникот се движат континуирано, тоа е аналогно сметање на времето и таквиот часовник работи како аналоген уред. Меѓутоа, ако часовникот го покажува времето со помош на бројки, кои се менуваат секоја секунда или секоја минута, тоа е дигитално мерење на времето и таквиот часовник е дигитален уред. Слично на ова, ако некој инструмент ја покажува измерената вредност на електричната величина преку отклон на стрелка, тоа е аналоген инструмент, а ако вредноста се отчитува во облик на број, тоа е дигитален инструмент.

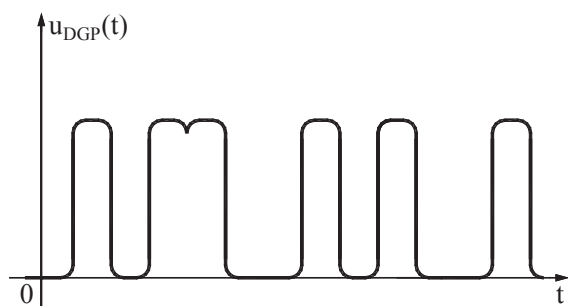
Физичката претстава на броевите во дигиталниот уред се врши со посредство на посебен тип на сигнали кои имаат специфичен бранов облик. Тоа се *дигитални* сигнали, а пример на еден таков сигнал е даден на сл. 5-3. Од сликата се гледа дека дигиталниот сигнал има бинарен облик, т.е. две нивоа: високо и ниско. Всушност, ваквиот сигнал претставува низа од напонски, многу поретко струјни, импулси и паузи. Во продолжение ќе покажеме дека секој број може да се претстави (кодира) со комбинација од само две цифри: **1** и **0**, за што е потребен токму сигнал со две различни нивоа.



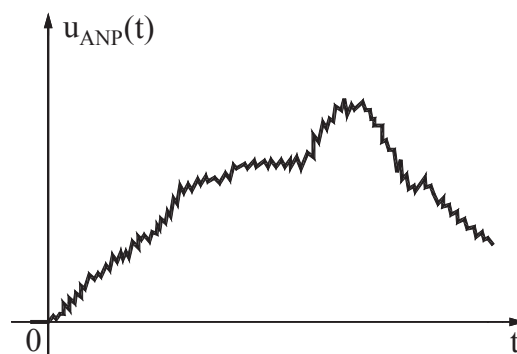
Сл. 5-3. Временски дијаграм на дигитален напонски сигнал

Причина за употребата на дигиталните сигнали е едноставната и ефтина изработка на електронските елементи и кола кои нив ги генерираат. Дигиталните кола можат да се најдат во една од две можни состојби, така што основни градбени елементи на секој дигитален уред се електронските кола со две состојби. Покрај едноставната изведба и цената на чинење на дигиталните кола кои ги реализираат електричните сигнали во дигитална форма, многу важен фактор е и нивната мала осетливост на влијанието на шумовите и пречките, со што преносот на далечина е со многу поголема сигурност. Во врска со кажаното, да претпоставиме дека аналогниот сигнал од сл. 5-1 и дигиталниот сигнал од сл. 5-3, независно еден од друг, се испраќаат до некој приемник по преносен пат, на кој дејствуваат непожелни паразитни сигнали.

Сигналите, кои се примаат после извршениот пренос се дадени на сл. 5-4 и сл. 5-5, од каде се гледа дека тие се изобличиле заради дејството на шумот. Обновувањето на оригиналниот сигнал е многу поедноставно за дигиталниот сигнал од сл. 5-4, отколку за аналогниот сигнал од сл. 5-5. Имено, многу потешко е да се отстранат непожелните промени на амплитудата кај добиениот аналоген сигнал од сл. 5-5, отколку да се детектира дали бил испратен импулс или пауза кај примениот дигитален сигнал од сл. 5-4.



Сл. 5-4. Временски облик на дигитален сигнал добиен по негово пренесување



Сл. 5-5. Временски облик на аналоген сигнал добиен по негово пренесување

Примери за различни аналогни уреди се сите аналогни мерни инструменти, аналогните сметачки машини и сл., додека примери за дигитални уреди се калкулаторите, дигиталните инструменти и како најсложени, дигиталните сметачки машини многу попознати со називот компјутери.

Иако аналогниот начин на работа изгледа поточен од дигиталниот, прецизноста на континуираните сигнали ретко може целосно да се искористи. Имено, инструментите и опремата со кои се мерат овие сигнали немаат многу голема точност при самото мерење, отчитување, обработување и интерпретирање на добиените резултати. Од друга страна, дигиталните сигнали се прикажуваат во нумеричка форма, па полесно квантитативно се изразуваат, обработуваат, пренесуваат, меморираат и отчитуваат. Со еден збор, тие за човекот се многу поблиски, бидејќи тој лесно може да манипулира и да работи со нив. Во прилог на оваа констатација оди и фактот што во практиката голем број аналогни величини се претставуваат како збир на конечен број дискретни вредности. Тоа значи дека аналогните величини се претвораат во дискретни величини, т.е. се дискретизираат. Многу едноставен и вообичаен пример за ова би било мерењето на масата на некое тело кога таа се изразува како сума на тегови со различна единечна маса: килограм, хектограм, декаграм и грам.

Покрај аналогните и дигиталните уреди, сè почесто се применуваат и уреди кои ги користат добрите страни и на аналогниот и на дигиталниот начин на работа, т.е. функционираат на *хибриден принцип*. Влезните реални аналогни сигнали се претворуваат во „вештачки“ дискретни сигнали над кои се извршуваат потребните операции, а потоа на излезот обработените дигитални сигнали повторно се конвертираат во аналоген облик. Ваквото претворување се изведува со посредство на склопови кои се викаат **аналогно-дигитални конвертори** (ADC), и **дигитално-аналогни конвертори** (DAC). Благодарение на нив, овозможена е многу широка примена на дигиталните уреди со сите свои предности, дури и во областите каде сигналот во суштина е од аналогна природа.

Меѓутоа, при изразувањето на континуалните величини преку дискретни величини, свесно се прави помала или поголема грешка која се нарекува *грешка на дискретизација* или *грешка на квантизација*. Да речеме, за претходно спомнатиот пример секоја маса која има вредности на делови од грам, или помали, не ќе може точно да се измери. За да се постигне поголема прецизност при мерењето, треба да се употребуваат сè помали мерни единици, односно *кванти* или *нивоа на дискретизација* за континуалната величина. Значи, кај **хибридните електронски уреди** проблемот на квантизација, т.е. дискретизација по ниво на аналогната величина ќе биде од суштинско значење од причина што со тоа се одредува и грешката, односно точноста при работата.

**Дигиталната електроника** ги изучува дигиталните кола, како и колата за *A/D* и *D/A* конверзија од аспект на нивна анализа, синтеза, проектирање и развој.

## 5.2. ПОИМ ЗА ИНФОРМАЦИЈА И НЕЈЗИНО КОДИРАЊЕ

Во меѓусебната комуникација, како и со примената на различните уреди луѓето стекнуваат нови сознанија, добиваат соопштенија, новости за светот што ги опкружува, разменуваат и пренесуваат вести. Зборот **информација** во секојдневниот живот значи исто што и *известување* заради што овој поим најмногу се користел во системите за пренос т.е. во телекомуникациските системи. Меѓутоа, брзиот напредок на науката и техниката поставил барања не само за брз и точен пренос и доставување на информациите, туку и потреба од нивна обработка и чување (меморирање).

За олеснување на работата, човекот сакал преносот и обработката на информациите да ги направи автоматизирано, со машина. Се барале различни начини за претставување на информациите во облик едноставен за пренос, чување и обработка. При ова, носител на информацијата е електричниот сигнал, кај кој оваа информација се содржи во промената на еден негов параметар, а најчесто тоа е промената на неговата амплитуда. Така е овозможено информациите забележани на „апстрактен начин“ со симболи, „физички“ да се презентираат со електрични сигнали. Големiot број испитувања покажале дека најевтин, најсигурен, најпогоден и најквалитетен облик за работа е нивното претставување со дигитални електрични сигнали - сигнали со само две различни нивоа. На овој начин информацијата се прикажува во бинарна форма со низи составени само од два симболи. Значи, при преносот, обработката и чувањето на информациите, нивното претставување е во поинаква форма од начинот кој им е близок на луѓето, т.е. не се користат алфабетски и нумерички симболи (букви и цифри), туку бинарни симболи.

Претставувањето на информациите со помош на симболи, кои се елементи од некое конечно множество се вика **кодирање на информациите**. Множеството на сите симболи, кои стојат на располагање за кодирање на информациите се вика **кодна азбука**, а секој поединечен симбол од кодната азбука се вика **коден симбол**. Секоја група од кодни симболи, што претставува информација или некој нејзин дел, се вика **коден збор**. Бинарно кодираните информации ќе бидат составени од кодни зборови, кои претставуваат групи на бинарни симболи што можат да примат само две различни вредности и му припаѓаат на бинарното множество **B**. Вообичаено е за овие два симболи да се усвојат ознаките **1** и **0**, така што важи  $B = \{1,0\}$ . Сега станува јасно зошто бинарните кодови и бинарниот броен систем имаат суштинско значење во дигиталната електроника и дигиталната обработка на информации.

### 5.3. ЕДИНИЦИ ЗА МЕРЕЊЕ КОЛИЧЕСТВО НА ИНФОРМАЦИЈА

Кога станува збор за пренос на информации, гледано од страна на човекот, кој го прима соопштението, најважна е неговата содржина, односно колкаво изненадување има во тоа известување, а речиси воопшто не е важна формата и начинот на пренос. Според ова, примената информација дека настан, што има голема веројатност на остварување, навистина се случил, содржи мало количество информација. Обратно, соопштувањето на неочекувани случки, кои имале многу мала веројатност дека ќе се остварат, би содржело многу поголемо количество на информација. Од овде произлегува и врската помеѓу количеството на информација и веројатноста за случување на настаните.

Меѓутоа, кога станува збор за единици за мерење на количество информација во дигиталната техника, веројатноста нема директно влијание. Имено, како единица за мерење количество на информација се дефинира еден бит, т.е. *појавата на еден симбол од бинарното множество*  $V = \{1,0\}$ . Овој поим произлегува како кратенка од англискиот термин *binary digit (bit)* што значи **бинарна цифра** и се означува со **b**. Вредноста на битот може да биде **1** или **0**, односно кај дигиталниот сигнал тоа ќе биде појавувањето на високо или ниско напонско ниво со кое тој бит е претставен. Ваквиот приод доаѓа оттаму што во дигиталната електроника најважен е коректниот пренос, предвидената обработка и точно меморирање на бинарните симболи, а не е важна веројатноста со која тие се појавуваат. Во системите во кои се обработуваат информациите важна е можноста за различни начини и брзини на обработка, како и големината на капацитетот за меморирање на информациите. Оттука станува јасно дека ако една порака е составена од поголем број кодни зборови, а ако секој збор е составен од повеќе битови, поголемо ќе биде и количеството на информација кое се содржи во таа порака.

Во врска со ова, како поголема единица од битот се дефинира **1 бајт (byte)** кој содржи осум бита и претставува случаен распоред на цифрите 1 и 0. Единицата **1 бајт** обично се означува со 1[B]. На следната слика (сл. 5-6) се прикажани примери на два бајти.



Сл. 5-6. Два мемориски збора со должина по еден бајт

Во минатото, како поголема единица од битот се користел **1 нибл** (анг. nibble) и тоа за група (низа) од четири бита, но денес ниблот поретко се користи или се заменува со терминот тетрада.

Бидејќи и бајтот е мала единица, во практиката се воведени поголеми единици од бајтот, а тоа се: **1 килобајт** - група од  $2^{10} = 1024$  бајти и се означува со [KB], потоа **1 мегабајт [MB]** кој содржи  $2^{10}$  [KB] =  $2^{20}$  [B], **1 гигабајт [GB]** кој се формира од  $2^{10}$  [MB] =  $2^{20}$  [KB] =  $2^{30}$  [B] и **1 терабајт [TB]** кој се формира од  $2^{10}$  [GB] =  $2^{20}$  [MB] =  $2^{30}$  [KB] =  $2^{40}$  [B]. Од изнесеното произлегува дека во жаргонот на дигиталната обработка на податоци, префиксот „кило“ има малку неконвенционална употреба, бидејќи означува  $2^{10} = 1024$  единици заради што се бележи со [K] и по тоа се разликува од вообичаеното означување со префиксот [k] кој се однесува на 1000 единици. Според ова  $1 [MB] = 1024 \times 1024 [KB]$ , значи множителот ќе биде 1024, а не 1000, како што сме навикнати досега.

Бидејќи податоците се запамтуваат во мемориски компоненти, овде ќе го дефинираме и поимот збор кој претставува комбинација од битови со конечна должина и можат да се сместат во една мемориска локација.

Како пример ќе го решиме следниов едноставен проблем. Да претпоставиме дека некој текстуален симбол (буква, цифра или интерпункциски знак) може да се кодира со 1 бајт [B]. Треба да пресметаме колкав мемориски простор е потребен за да се запамти една книга од 150 страници, со претпоставка дека една страница содржи околу 4.000 симболи.

Решение:

$$150 \text{ стр.} \times 4.000 \text{ симб.} = 150 \text{ стр.} \times 4.000 [B] = 600.000 [B].$$

Бидејќи

$$1 [KB] = 2^{10} [B] = 1024 [B] \approx 1.000 [B],$$

за запамтување на книгата ќе треба меморија со капацитет од

$$600 [KB] = 600 \times 1024 [B] = 614.400 [B].$$

Овде е многу важно да истакнеме дека во зависност од бројот на битови  $n$  во еден коден збор, може да се пресмета и вкупниот број на различни комбинации  $N$  од нули и единици кои можат да се појават, според следнава равенка:

$$N = 2^n \quad (5-1)$$

Така на пример, ако на располагање имаме 1 [B] бајт, тогаш тој може да се прикаже во  $2^8 = 256$  различни комбинации. Тоа значи дека со 1 бајт може да се претстават 256 различни информации, односно вкупно 256 различни симболи: на пр. целите броеви од 0 до 255, сите мали и големи букви на англиската абецеда, декадните цифри, знаците на интерпункција, малите и големите букви на македонската азбука итн.

## 5.4. ВИДОВИ НА ИНФОРМАЦИИ

Во процесот на работа на компјутерите доаѓа до размена и проток на податоци кои носат различни и специфични информации важни за континуирано одржување на правилна функција на сметачот. Овде спаѓаат различните видови **наредби** (*команди, инструкции*), **податоци** и **адреси**.

**Инструкциите** содржат информација за сметачот што тој треба да работи. Низата наредби што формира една логичка целина, претставува програма, според која компјутерот работи.

**Податоците** содржат информација за некоја појава од надворешниот свет, или за вредност која е добиена како резултат на некоја обработка внатре во компјутерот. Како податоци може да се сметаат вредностите на различни временски променливи, дискретни или континуирани големини. Податоците се внесуваат во сметачот, се обработуваат од страна на инструкциите при што се генерираат соодветни резултати кои претставуваат некои нови податоци.

Покрај податоците и наредбите, во компјутерот се разменува уште еден посебен вид информации, а тоа се адресите. **Адресите** содржат информации за тоа која е точната местоположба на податоците над кои треба да се изврши зададената инструкција.



За да може сметачот да ги обработи информациите, тие се внесуваат во бинарен облик. На апстрактно ниво, тоа се низи од нули и единици, но физички тоа се електрични сигнали кои најчесто се пренесуваат како групи од позитивни напонски импулси и паузи.

Бидејќи при извршување на својата функција, во компјутерот се извршуваат програми, кои покрај нумеричките податоци како влезни податоци може да прифаќаат и други програми или адреси, може да се земе дека програмите, податоците и адресите, **во поширока смисла на зборот претставуваат податоци.**

Заклучокот е дека инструкциите, податоците и адресите, всушност се информации кодирани во бинарен облик и претставени со соодветни електрични сигнали. Благодарение на интерната организација и програмата што ја извршува, компјутерот ги разликува едните од другите.

## ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ ЗА ПОВТОРУВАЊЕ

- 5-1. По што се разликуваат континуираните од дискретните функции?
- 5-2. Каков е обликот на дигиталните сигнали?
- 5-3. Со какви сигнали работат а) аналогните б) дигиталните уреди?
- 5-4. Наведи ги и објасни ги предностите, односно слабостите, на аналогниот и дигиталниот начин на работа.
- 5-5. Што се подразбира под поимот информација?
- 5-6. Со што се претставуваат информациите на апстрактно ниво? Практично земено каде се втиснуваат?
- 5-7. Што се подразбира под поимот кодирање? Што е коден збор?
- 5-8. Која е основната најмала единица за мерење количество на информација? Како се означува и како се дефинира во рамките на дигиталната електроника? Што претставува еден бајт, а што еден нибл?
- 5-9. Наброј ги единиците за мерење на количество инфомација, кои се поголеми од бајт. Наведи по колку бајти содржи секоја од нив.
- 5-10. Изврши ги следниве пресметки: а)  $4096 \text{ B} = ? \text{ KB}$ ; б)  $16536 \text{ B} = ? \text{ KB}$ ; в)  $4 \text{ KB} = ? \text{ B}$ ; г)  $16 \text{ KB} = ? \text{ B}$ ; д)  $512 \text{ MB} = ? \text{ KB}$ ; е)  $2 \text{ GB} = ? \text{ MB}$ ;
- 5-11. Ако претпоставиме дека секој симбол може да се кодира со 1 бајт [B], одговори колкав мемориски простор е потребен за да се запамти една книга од 300 страници со претпоставка дека една страница содржи околу 3.500 знаци. в) Дали во мемориско интегрирано коло со капацитет од 4 MB може да се запамти една ваква книга? Доколу не може, одговори колку мемориски чипови се потребни за нејзино сместување. г) Колкав број на книги можат да се сместат на еден хард диск кој има капацитет 500 MB?
- 5-12. Колкава треба да биде должината на кодниот збор за да може со него да се кодираат сите големи и мали букви на некоја азбука која содржи 30 букви, вклучувајќи ги и десетте цифри од декадниот броен систем.
- 5-13. Што се подразбира под поимот податоци во поширока смисла?
- 5-14. Какви информации носат а) инструкциите б) податоците во потесна смисла на зборот в) адресите?

## II) БРОЈНИ СИСТЕМИ И КОДОВИ

### 5.5. ОСНОВНИ ПОИМИ

Во дигиталната техника, информациите се претставуваат и обработуваат како броеви, па нормално е да се постави прашањето која форма на претставување на броевите е најпогодна за да им бидат тие „разбирливи“ на дигиталните склопови. Во оваа глава ќе се задржиме на претставувањето на информациите на начин кој е најблизок до реалниот начин на претставување на податоците во дигиталните системи. Овој проблем е многу важен и тој во себе ја вклучува анализата на различните бројни системи, од кои најзначаен е бинарниот броен систем, потоа изучувањето на процесот на кодирање и тоа со посебен акцент врз бинарните кодови.

Бинарното претставување на информациите е тешко замисливо како дел од човековото изразување затоа што бинарно запишаните податоци, всушност се низи од само два различни симболи. Затоа бинарната нотација (бинарното означување) е „природно“ за дигиталните уреди кај кои сите елементарни кола се прекинувачки. Нивните излези, како што веќе знаеме, може да се најдат само во една од две можни состојби. Во натамошното излагање ќе се обработат оние кодови, кои наоѓаат соодветна примена при анализа на работата на дигиталните уреди, и тоа посебно кај дигиталните сметачки машини, т.е. компјутерите.

Како пример, да направиме една аналогија со националните јазици. Во човековото општество секој национален јазик претставува средство со кое се остварува комуникација меѓу луѓето. Имено, со зборувањето ние вршиме „кодирање“ на информациите во зборови, па тие стануваат разбирливи за секој член на соодветниот народ. Пишаниот текст, всушност претставува еден начин со кој се помнат (меморираат) „кодираниите“ поими. На секој поим одговара еден збор кој може да се подели на гласови, а за секој глас постои соодветен симбол, т.е. буква од националната азбука. За да се пишуваат (кодираат) или читаат (декодираат) зборовите, мора да се познава синтаксата на соодветниот национален јазик. Тоа е една група на правила и прописи кои треба децидно да се применуваат и при читањето и при пишувањето.

**Бројните (нумерички) системи претставуваат системи на симболи, кои се викаат цифри, и со кои се означуваат броевите.** Постојат тежински (позициски) и нетежински бројни системи. Ние ќе се задржиме само на тежинските бројни системи. Секој тежински броен систем има своја **основа (база, радикс)** која се означува со  $b$ . Тоа е вкупниот број на различни цифри во системот. Во општ случај, за основа на бројниот систем може да се земе било кој број еднаков или поголем од еден. Децималниот (декадниот) броен систем е познат од порано: тој има 10 различни цифри и основа  $b = 10$ , меѓутоа во оваа глава во куси црти ќе го разгледаме хексадецималниот броен систем кој има 16 различни цифри и основа  $b = 16$ , потоа окталниот броен систем кој има 8 цифри и основа  $b = 8$ , и на крај како најважен, бинарниот броен систем кој има само две цифри и основа  $b = 2$ .

### 5.6. БРОЈНИ СИСТЕМИ

Со воведувањето на различните бројни системи треба да се дефинира запишувањето и означување на броевите. За таа цел прво ќе го дефинираме обликот на цифрите за секој броен систем. Имено, декадниот броен систем

располага со десет различни цифри **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9**, кои се земаат како симболи за цифрите и на другите бројни системи, ако системот има помалку од десет цифри. Така на пр. окталниот броен систем располага со осум цифри: **0, 1, 2, ..., 6, 7**, а бинарниот само со две: **0** и **1**. Доколку основата на бројниот систем е поголема од десет, тогаш се додаваат и првите букви од англиската абецеда: **A, B, C, ...**, така што хексадецималниот броен систем располага со 16 цифри и тоа: **0, 1, 2, ..., 8, 9, A, B, C, D, E, F**.

Броевите ќе ги запишуваме така што прво се запишува самиот број со употреба на цифри, а потоа во заграда или како индекс ќе ја запишеме основата на бројниот систем во кој тој број е запишан. За децималните броеви тоа е 10, DEC или D, за хексадецималните броеви се додава 16, HEX или само X, за окталните 8, OCT или само Q, а за бинарните 2, BIN или само B.

Често пати се поставува следното прашање: Колку различни броеви  $N$  можат да се напишат во некој броен систем со основа  $b$  ако се зададени  $n$  цифри? Вкупниот број на броеви се пресметува така што основата на бројниот систем  $b$  се степенува со  $n$ :

$$N = b^n \quad (5-2)$$

Од ова станува јасно дека со еднаков број цифри  $n$ , во различни бројни системи повеќе броеви можат да се напишат во оној систем кој има поголема основа. На пример, со три цифри во декадниот броен систем може да се напишат вкупно  $10^3 = 1000$  различни броеви, во хексадецималниот броен систем тој број е поголем и изнесува  $16^3 = 4096$  различни броеви, во окталниот броен систем може вкупно да се напишат  $8^3 = 512$  броја, а во бинарниот броен систем само  $2^3 = 8$ .

Кај тежинските бројни системи секоја цифра во бројот има одредена *тежина (тежинска вредност)*, која зависи од позицијата на цифрата во бројот во однос на позиционата (раздвојната, дробната) точка (досега ја нарекувавме децимална запирка). **Тежината всушност е некој цел степен (потенција) од основата  $b$  на бројниот систем.** Тежината на првата цифра лево од точката (нултата позиција) изнесува  $b^0$ , на втората цифра (првата позиција) тежината и е  $b^1$  итн. Најголема тежина има онаа цифра од бројот, која се наоѓа најлево од точката и истата се означува со *MSD (анг. Most Significant Digit)* т.е. *најзначајна цифра*. Првата цифра десно од точката (минус првата позиција) има тежина  $b^{-1}$ , втората  $b^{-2}$  итн. Значи, најмала тежина ќе има најдесната цифра во бројот и таа се означува со *LSD (анг. Last Significant Digit)*, т.е. *најнезначајна (најмалку значајна) цифра*.

Одредувањето на вредноста на некој број  $X_{(b)}$  кој е зададен во било кој тежински броен систем со основа  $b$  и има  $n$ -целобројни цифри и  $m$ -дробно-рационални, може да се врши преку следната т.н. тежинска формула. Добиената вредност  $X_{(10)}$  на бројот  $X_{(b)}$  е всушност неговата декадна вредност.

$$X_{(10)} = \sum_{i=-m}^{i=n-1} c_i t_i = \sum_{i=-m}^{i=n-1} c_i b^i = c_{n-1} b^{n-1} + c_{n-2} b^{n-2} + \dots + c_1 b^1 + c_0 b^0 + c_{-1} b^{-1} + \dots + c_{-m} b^{-m} \quad (5-3)$$

Во формулата со  $c_i$  е означена цифрата која се наоѓа на  $i$ -тото место сметајќи од позиционата точка, при што 0-то место е првото лево, потоа е 1-то, па 2-то, итн., додека првото место десно од точката е (-1)-то, потоа е (-2)-то, па (-3)-то, итн. Со  $t_i$  е претставена позиционата вредност (тежината) на соодветната цифра.

Кај природните тежински системи секогаш важи следната равенка:

$$t_i = b^i \quad (5-4)$$

каде што  $b$  е константа која ја претставува основата на бројниот систем. Со формулата (5-3) се одредува вредноста на бројот даден во било кој броен систем со негово претворување од дадениот броен систем во декаден.

При анализата на целите броеви во различните бројни системи, слично како и за целите декадни броеви, не се запишува раздвојна точка или запирка, туку се подразбира дека таа се наоѓа веднаш до најдесната цифра, т.е. до цифрата со најмала тежина.

За секој броен систем, покрај *вистинските (директните, номиналните) вредности* на броевите, се дефинираат и нивните *комплементи*. Комплементот на некој број  $X$  се означува со  $\overline{X}$ , а се одредува според следнава дефиниција:

$$\overline{X} = K - X \quad (5-5)$$

каде што  $K$  е константа која може да има вредност  $b^n$  или  $b^n - 1$ , каде  $b$  е основата на бројниот систем, а  $n$  бројот на цифрите во дадениот број.

Кога  $K = b^n - 1$ , се добива *комплемент до најголемиот број* во применетиот броен систем. Така на пример, за четирицифрени декадни броеви ( $b=10$ ,  $n=4$ ) константата  $K$  ќе има вредност  $K = 10^4 - 1 = 9999$ . Ако е даден бројот  $X=4321$ , неговиот комплемент до девет ќе биде  $\overline{X}^9 = 9999 - 4321 = 5678$ . Ако станува збор за бинарниот броен систем, тогаш ќе зборуваме за комплемент до еден, т.е. за единечен (прв) комплемент кој се означува со  $\overline{X}^1$ ,  $X^1$  или само  $\overline{X}$ .

Кога константата  $K$  има вредност  $K = b^n$ , тогаш станува збор за *комплемент до опсегот на броеви* во бројниот систем. Така на пример, за четвороцифрени децимални броеви ( $b=10$ ,  $n=4$ ), константата  $K$  ќе има вредност  $K = 10^4 = 10000$ , па комплементот до 10 на бројот  $X=4321$  ќе биде  $\overline{X}^{10} = 10000 - 4321 = 10000 - 4321 = 5679$ . Ако се работи за бинарниот броен систем, тогаш комплементот е до два, т.е. втор (двоен) комплемент кој се означува со  $\overline{X}^2$ ,  $X^2$ .

Споредувајќи ги вредностите на константите  $K$  за комплемент до најголемиот број  $K = b^n - 1$  и комплемент до опсегот на броеви  $K = b^n$ , за втората константа можеме да напишеме дека  $K = (b^n - 1) + 1$ . Тоа значи дека вториот комплемент на бројот може да се добие ако на првиот комплемент се додаде 1.

Комплементарните вредности на броевите, како што ќе видиме подоцна, се од фундаментално значење во дигиталната обработка на податоци. Имено, со нив е овозможено претставувањето на броевите со знак, а со тоа и извршувањето на основните аритметички операции собирање и одземање.

### 5.6.1. КОНВЕРЗИЈА НА БРОЕВИ ОД БИЛО КОЈ ВО ДЕКАДЕН БРОЕН СИСТЕМ

Најнапред ќе стане збор за декадниот броен систем на кој луѓето се навикнати и кој е во секојдневна употреба. Овој броен систем има десет различни цифри, а тоа се:  $c=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$  и основа  $b=10$ . Примената на тежинската формула ќе ја објасниме на бројот  $6347_{(10)}$ . Применувајќи ја формулата добиваме:

$$6347_{(10)} = 6 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 = 6000 + 300 + 40 + 7 = 6347_{(10)} .$$

Од решението се забележува дека бројот запишан во декаден броен систем има иста вредност и според тежинската формула (5-3) затоа што таа формула ја дава вредноста на бројот токму во декадниот систем, кој е разбирлив за човекот.

Хексадецималниот броен систем располага со 16 различни цифри кои се означуваат со:  $c=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F\}$  и основа  $b=16$ . Овој систем има на располагање шест дополнителни цифри за означување на шест броеви од декадниот систем. Имено, со цифрата А се означува бројот  $10_{(10)}$ , со В бројот  $11_{(10)}$ , со С бројот  $12_{(10)}$ , со D е  $13_{(10)}$ , Е е  $14_{(10)}$  и со цифрата F бројот  $15_{(10)}$ .

Пресметувањето на вредноста односно конверзијата во декаден броен систем на еден хексадецимален број е дадено со примерот што следува. Повторно се применува тежинската формула така што се добива:

$$A5B_{(16)} = A \cdot 16^2 + 5 \cdot 16^1 + B \cdot 16^0 = 10 \cdot 16^2 + 5 \cdot 16^1 + 11 \cdot 16^0 = 2560 + 80 + 11 = 2651_{(10)}.$$

Окталниот броен систем има 8 цифри:  $c=\{0,1,2,3,4,5,6,7\}$  и основа  $b = 8$ . Сега тежината на секоја цифра ќе биде степен на бројот 8. Претворувањето на октален број во декаден ќе го разгледаме со еден пример, а тоа е бројот  $237_{(8)}$ .

$$237_{(8)} = 2 \cdot 8^2 + 3 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 = 128 + 24 + 7 = 159_{(10)}.$$

Природниот бинарен броен систем има само две цифри: 0 и 1. Преминот од бинарниот во декадниот систем, повторно оди преку тежинската формула (1-3), што е прикажано со конверзијата на бинарниот број  $10010101_{(2)}$ :

$$10010101_{(2)} = 1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 128 + 16 + 4 + 1 = 149_{(10)}$$

Декаден	Хексадецимален	Бинарен	Октален
0	0	0000	0
1	1	0001	1
2	2	0010	2
3	3	0011	3
4	4	0100	4
5	5	0101	5
6	6	0110	6
7	7	0111	7
8	8	1000	10
9	9	1001	11
10	A	1010	12
11	B	1011	13
12	C	1100	14
13	D	1101	15
14	E	1110	16
15	F	1111	17

Таб. 5-1. Преглед на цифрите на различни бројни системи

Во табелата 5-1 се прикажани ознаките и еквивалентните вредности на сите цифри од различните бројни системи.

### 5.6.2. КОНВЕРЗИЈА ОД БИНАРЕН ВО ХЕКСАДЕЦИМАЛЕН И ОКТАЛЕН БРОЕН СИСТЕМ

Претворувањето од хексадецимален во бинарен броен систем и обратно, многу лесно се извршува бидејќи  $16 = 2^4$  и тоа со директна примена на таблицата т. 5-1. При конверзијата од хексадецимален во бинарен систем секоја цифра наједноставно се заменува со соодветниот нибл (четворка од битови), како што е дадено со следниов пример. При тоа ако се појават водечки нули на најлевите позиции тие наједноставно се занемаруваат бидејќи немаат тежини.

$$C4_{(16)} = 1100\ 0100 = 11000100_{(2)} = 11000100_{(2)}.$$

При обратна задача, кога треба да се изврши претворување од бинарен во хексадецимален систем, зададениот бинарен број се дели на групи од по четири бита и тоа лево и десно од позиционата точка. Ако при оваа поделба најлево и најдесно не се добијат четворки, тогаш на најлевата група однапред, а на најдесната група битови одназад, и се дополнуваат онолку нули колку што е потребно за да се добијат четворки. Бидејќи разгледуваме само *цели броеви*, формираме четворки од лево кон десно. Ако на крај не се добие *нибл*, тогаш напред се додаваат онолку нули колку што треба за да се формира четворка од битови. Потоа секој нибл се заменува со соодветната хекса-цифра според таблицата т. 5-1. Во продолжение е дадено претворување на бинарниот број  $101010_{(2)}$  во хексадецимален:

$$101010_{(2)} = 00101010 = 2A_{(16)}.$$

Конверзијата од октален во бинарен систем, и обратно, е идентична на постапката која се користеше при конверзија хекса-бинарен, само што сега се работи со тројки од битови бидејќи  $8 = 2^3$ . Ова ќе биде илустрирано со следниве примери:

$$523_{(8)} = 101010011 = 101010011_{(2)},$$

$$1011100_{(2)} = 001011100 = 134_{(8)}.$$

Конверзијата од октален во хексадецимален броен систем и обратно, лесно се изведува ако бројот, зададен во едниот броен систем, прво се конвертира во бинарен броен систем, а потоа од бинарен се конвертира во другиот броен систем, како што е дадено во примерите што следуваат:

$$BC_{(16)} = 10111100 = 10111100_{(2)} = 010111100 = 274_{(8)},$$

$$762_{(8)} = 111110010 = 111110010_{(2)} = 000111110010 = 1F2_{(16)}.$$

Заради едноставната конверзија, „долгите“ бинарни броеви обично скратено се пишуваат во хексадецимална нотација. Ова доаѓа оттаму што во компјутерот се разменуваат податоци составени од еден, два, четири или повеќе бајти. Бидејќи еден бајт претставува една осморка, т.е. низа од осум бита, ова значи дека податоците најчесто ќе се со должина од 8, 16, 32, 64 итн. Тоа се должини деливи со четири, така што најлесно е да се прави конверзија од бинарен во хексадецимален броен систем, и обратно.

Окталното означување поретко се користи. Тоа би било згодно за употреба кај оние сметачки машини кои користат податоци претставени со битови, чија должина се дели со три, како на пример, групи со должина од 12 или 24 бита. Но, и овие должини се деливи со 4, па јасно е дека и во овој случај може да се работи со хексадецимално означување.

### 5.6.3. КОНВЕРЗИЈА НА БРОЕВИ ОД ДЕКАДЕН ВО БИЛО КОЈ БРОЕН СИСТЕМ

Претворувањето од декаден броен систем во било кој друг броен систем се врши на тој начин што зададениот декаден број го делиме со основата на бројниот систем во кој сакаме да извршиме конверзија. При ова делење се добива некој количник кој се запишува десно од зададениот број и одреден остаток кој се запишува под количникот. Сега овој прв количник понатаму се дели со основата и пак се добива некој друг количник кој повторно се запишува во десно и втор остаток кој пак се пишува под добиениот количник, итн. Процедурата продолжува сè додека не се добие количник 0, без оглед на остатокот што ќе се добие со него.

Цифрите од бројот, всушност, се остатоците од секое поединечно делење, што значи дека последниот остаток ќе биде најзначајната цифра од бројот (анг. MSD), додека првиот добиен остаток ќе биде цифрата со најмала тежина (анг. LSD). Поедноставно кажано цифрите на бројот се добиваат кога остатоците се запишат „наопаку“, од десно на лево.

Кажаното ќе го илустрираме со разгледување на примерите за конверзија од декаден во хексадецимален, октален и бинарен броен систем, последователно и тоа:  $15793_{(10)}$  во хексадецимален систем ќе биде  $3DB1_{(16)}$ ,  $3336_{(10)}$  во октален ќе се запише како  $6410_{(8)}$  и  $156_{(10)}$  во бинарен ќе биде  $10011100_{(2)}$ .

Декаден бр./16	15793	987	61	3	0				
Остаток:		1	11	13	3				
		1	B	D	3				
Хексадецимален број:		3	D	B	1				
Декаден бр./8	3336	417	12	6	0				
Остаток:		0	1	4	6				
Октален број:		6	4	1	0				
Декаден бр./2	156	78	39	19	9	4	2	1	0
Остаток:		0	0	1	1	1	0	0	1
Бинарен број:		1	0	0	1	1	1	0	0

Бидејќи претворувањето од декаден во бинарен систем ќе го правиме доста често, во продолжение ќе презентираме и една побрза постапка која ќе ја примениме на претходно зададениот пример. Најнапред ќе претпоставиме дека на располагање имаме мемориски збор со должина од повеќе битови и дека над секој бит е запишана неговата тежина. Сега гледаме дали дадениот број одговара на некоја од напишаните тежини, или од која е помал. За конкретниов пример  $156 < 256$  што значи дека тежината 128 ја маркираме со 1. Ова е битот b7 кој за бројот

156 во бинарен облик ќе има најголема тежина (анг. MSB), што укажува дека при конверзијата од десетте бита ќе искористиме 8 бита (1 бајт). Сега, почнувајќи од таа позиција па надолу, вршиме собирање на 128 со следната тежина, а тоа е 64. Бидејќи  $(128+64) > 156$ , оваа тежина не ја земаме предвид, односно на таа позиција запишуваме бит 0. Продолжуваме понатаму со тежината 32. Бидејќи и збирот  $(128+32)=160 > 156$ , и овде запишуваме 0. Продолжуваме со 16. Бидејќи  $(128+16)=144 < 156$  под тежината 16 запишуваме 1 и одиме понатаму со тестирање, но сега имаме вредност 144 и следна тежина 8. Бидејќи  $(144+8)=152 < 156$ , го земаме и тој бит. Сега тестираме  $152+4$  што изнесува точно 156 и битот под тежината 4 го земеме, но затоа не ги маркираме последните два бита кои имаат тежина 2 и 1. Кога пред нас се наоѓа ваква таблица со бинарните тежини претворувањето од декаден во бинарен систем е доста побрзо отколку со претходниот метод кога требаше да делиме со остатоци и потоа тие да ги завртиме за да го добиеме бараниот бинарен број.

Тежини:	<u>1024</u>	<u>512</u>	<u>256</u>	<u>128</u>	<u>64</u>	<u>32</u>	<u>16</u>	<u>8</u>	<u>4</u>	<u>2</u>	<u>1</u>												
	$2^{10}$	$2^9$	$2^8$	$2^7$	$2^6$	$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$												
Бинарен број:	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%; text-align: center;">1</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">0</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">0</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">1</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">1</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">1</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">0</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">0</td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;"></td> </tr> </table>												1	0	0	1	1	1	0	0			
	1	0	0	1	1	1	0	0															
Позиции:	<u>10</u>	<u>9</u>	<u>8</u>	<u>7</u>	<u>6</u>	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>3</u>	<u>2</u>	<u>1</u>	<u>0</u>												
Битови:	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1												

#### 5.6.4. АРИТМЕТИКА ВО БИНАРНИОТ БРОЕН СИСТЕМ

Бинарната аритметика ги дефинира правилата според кои се извршуваат операциите собирање, одземање, множење и делење во бинарниот броен систем.

**Собирање:** Правилата според кои се врши *собирањето* се следниве:

1. збир на две нули дава 0;
2. збир на 0 и 1 или 1 и 0 дава 1;
3. збир на две единици како резултат дава 0, но и 1 пренос (*carry*) кон битот со поголема тежина (кон повисокото ниво, класа).

Ова најдобро ќе се разбере од следниот пример за собирање на броевите  $101101_{(2)}$  и  $111_{(2)}$ .

Преноси:	1	1	1	1		
Прв собирок:	1	0	1	1	0	1
Втор собирок:				1	1	1
Збир:	1	1	0	1	0	0

**Одземање:** Правилата за *одземање во бинарниот систем* се следниве:

1. Ако од 0 се одземе 0, или од 1 се одземе 1, резултатот е 0;
2. Ако од 1 се одземе 0, како резултат се добива 1; и
3. Од 0 може да се одземе 1 така што ќе се позајми (*borrow*) 1 од битот кој има поголема тежина. Таму ќе остане 0, а во битот со помала тежина се позајмува  $2_{(10)}$  т.е  $10_{(2)}$ . Сега од  $2_{(10)}$  т.е  $10_{(2)}$  се одзема 1, таму останува 1, и се добива 1.



Значи, кога се одзема 1 од 0 од повисокото ниво се позајмува 1, така што таму останува 0, додека во пониското ниво се префрла  $2_{(10)}$  т.е  $10_{(2)}$  и одземајќи од него 1 како резултат добиваме 1, и 1 останува во пониското ниво.

Да разгледаме еден пример на одземање на бројот  $11_{(2)}$  од  $10110_{(2)}$

Позајмувања:				10	
			0	ϕ	10
Намаленик:	1	0	4	4	ϕ
Намалител:				1	1
Разлика:	1	0	0	1	1

**Множење:** Правилата по кои се врши бинарното *множење* се следниве:

1. Кога еден од множителите е 0, резултатот е 0, и
2. Само ако и двата множителите се 1, резултатот ќе биде 1.

При множењето на два бинарни броја се користи принципот од декадното множење: прво се множи LSB од множителот со дадениот број (множеникот) и се добива првиот парцијален производ. Потоа множеникот се множи со првиот бит лево од LSB на множителот и добиениот втор парцијален производ се запишува под првиот, но при тоа поместен во лево за едно место итн. Постапката продолжува сè додека не се добие последниот парцијален производ како резултат од множењето на MSB од множителот со зададениот број (множеникот).

Еден пример за множење на броевите  $1101_{(2)}$  и  $101_{(2)}$  е даден подолу.

Множеник:	1	1	0	1	
Множител:			1	0	1
Прв парц. производ:		1	1	0	1
Втор парц. производ:	0	0	0	0	
Трет парц. производ:	1	1	0	1	
Производ:	1	0	0	0	0
	1	0	0	0	1

**Делење:** За *делењето* важат следниве правила:

1. делењето со 0 не е дефинирано,
2. ако 0 се подели со 1 количникот е 0, и
3. ако 1 се подели со 1 се добива 1.

Бинарното делење е полесно од декадното бидејќи операциите множење и одземање се изведуваат во бинарниот систем, а цифрите од количникот се добиваат брзо затоа што тие можат да бидат само 1 или 0.

Следува еден пример за делење на два бинарни броеви: деленикот е  $11110_{(2)}$ , додека делителот е  $110_{(2)}$ .

$$\begin{array}{r}
 11110 : 110 = 101 \\
 - 110 \\
 \hline
 = = 110 \\
 - 110 \\
 \hline
 = = =
 \end{array}$$

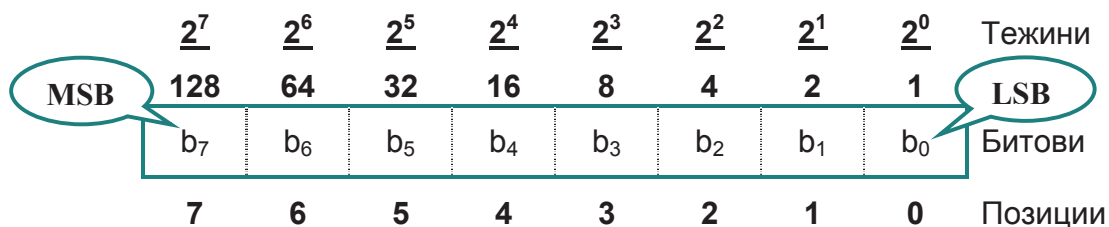
## ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ ЗА ПОВТОРУВАЊЕ

- 5-15. Што претставуваат бројните системи?
- 5-16. Што е карактеристично за секој броен систем?
- 5-17. Која е основата и кои се цифрите на следните бројни системи: (а) декадниот; (б) хексадецималниот; (в) окталниот; (г) бинарниот?
- 5-18. Нека е зададена основата на бројниот систем  $b$  и бројот на цифрите  $n$ , кои се на располагање. Колку различни броеви  $N$  можат да се напишат во него?
- 5-19. Ако станува збор за (а) декадниот; (б) хексадецималниот; (в) окталниот; (г) бинарниот; броен систем при што на располагање стојат  $n=4$  цифри, одговори: (1) Колку различни броеви можат да се напишат? (2) Кој е најмалиот број? (3) Кој е најголемиот број?
- 5-20. Како се одредува тежинската вредност на секоја цифра во бројот?
- 5-21. Нека се дадени броевите а)  $1357_{(10)}$  б)  $110100_{(2)}$ . Кои цифри се MSD, LSD, MSB, LSB?
- 5-22. Според која формула се пресметува вредноста на некој број  $X$ , кој има  $n$  целобројни и  $m$  дробно-рационални места, запишан во било кој броен систем? Во кој броен систем е претставен дадениот број?
- 5-23. Определи ги: (а) комплементот до девет; (б) комплементот до десет, на следниве декадни броеви: (1) 7531; (2) 9862; (3) 41.
- 5-24. Определи го комплементот до еден (првиот комплемент) на следниве бинарни броеви: (а) 1100; (б) 011101; (в) 10000101.
- 5-25. Определи ја вредноста, т.е. изврши конверзија во декаден броен систем, на секој од следниве броеви (а)  $EE_{(16)}$ ; (б)  $F0_{(16)}$ ; (в)  $10_{(16)}$ ; (г)  $DA3_{(16)}$ ; (д)  $10_{(8)}$ ; (е)  $100_{(8)}$ ; (ж)  $77_{(8)}$ ; (з)  $1000_{(2)}$ ; (с)  $1111_{(2)}$ ; (с)  $10101101_{(2)}$ .
- 5-26. Изврши конверзија на декадните броеви (а) 123; (б) 69; (в) 127; (г) 128; (д) 255; во (1) бинарен; (2) хексадецимален; (3) октален броен систем.
- 5-27. Изврши ги следниве конверзии меѓу бројните системи (а) од хексадецимален и октален  $14_{(16)}$  и  $57_{(8)}$  во бинарен; (б) од бинарен  $1010111_{(2)}$  во хексадецимален и во октален; (в) од хексадецимален  $24_{(16)}$  во октален; (г) од октален  $346_{(8)}$  во хексадецимален.
- 5-28. Собери ги следниве парови на бинарни броеви: (а) 1011 со 1001; (б) 1111 со 1011; (в) 10111011 со 11110111.
- 5-29. Помножи го бинарниот број 1101 со бројот: (а) 1011; (б) 1110; (в) 1101.
- 5-30. Изврши ги следниве одземања во бинарниот броен систем: (а) од 1101 одземи 1011; (б) од 1100 одземи 1011; (б) од 10100000 одземи 10010111; (в) од 10101001 одземи 10001111.
- 5-31. Подели ги следниве парови бинарни броеви: (а) 1010 со 100; (б) 10110110 со 1011; (в) 10011110 со 1100; (г) 10000011 со 1001.

### 5.6.5. ОЗНАЧУВАЊЕ НА БРОЕВИ СО ПРЕДЗНАК

Во досегашното излагање претпоставувавме дека податоците внесени во компјутерот можеа да бидат само позитивни цели броеви и евентуално нула. Имено, ако претпоставиме дека податоците се претставуваат како зборови чија должина е 1 бајт (8 бита) како што е прикажано на сл. 5-7, седмиот бит ќе има

најголема тежина  $2^7=128$  и тој ќе биде MSB, додека нултиот бит ќе има најмала тежина  $2^0=1$  и тој е LSB. Ако сите 8 бита од зборот бидат употребени за кодирање во природниот бинарен броен систем, тогаш применувајќи ја равенката (5-1), со нив можеме да означиме вкупно  $2^8 = 256$  броеви. Во бинарен облик тоа би биле броевите почнувајќи од најмалиот  $00000000_{(2)}$  до најголемиот  $11111111_{(2)}$ , односно во децимална нотација од  $0_{(10)}$  до  $255_{(10)}$ .



Сл. 5-7. Мемориски збор со должина од 1 бајт според природниот бинарен броен систем

Меѓутоа, при обработката на информации, покрај работата со целите позитивни броеви секако треба да се имаат во предвид и негативните броеви, така што нивните вредности мора да бидат посебно означени. Во вообичаената аритметика, позитивните броеви се означуваат така што пред нив стои знакот „+“, или истиот се испушта, додека пред секој негативен број стои знакот „-“. Бидејќи сметачите работат само со броеви запишани во бинарен облик, се воведува посебен бит за знак. Овој бит вообичаено се наоѓа на најлевата позиција во бинарниот вектор, при што знакот „+“ се заменува со битот „0“, додека знакот „-“ со битот „1“.

Позитивните броеви се означуваат на ист начин во сите системи. Кај нив предзнакот се означува со запишување на битот 0 на највисокото позиционо место, исто како во природниот бинарен броен систем.

Пр. 1:  $69_{(10)}=1000101_{(2)} \Rightarrow (+ 69) = 0 1000101 = 01000101$

Негативните бројни вредности се претставуваат на три различни начини: SM систем (анг. *sign and magnitude*) во кој се менува само битот за знак, со DC систем (анг. *digit complement*) или т.н. прв комплемент (комплементот до единица, 1's) и со RC систем (анг. *range complement*) или т.н. втор комплемент (комплемент до двојка, 2's).

**SM систем:** Кај овој систем на запишување со предзнак, или т.н. систем на знак и вредност (анг. *sign and magnitude*, SM систем) првиот бит од бројот го дава знакот на бројот, додека останатите битови се тежински. Имено, овие тежински битови ја претставуваат апсолутната вредност на негативниот број во природниот бинарен броен систем. Оваа нотација најлесно ќе ја сфатиме ако разгледаме два примери за тоа на кој начин се пишуваат броевите +6, -6, +5 и -5 во SM системот со претпоставка дека зборовите се долги 4 бита.

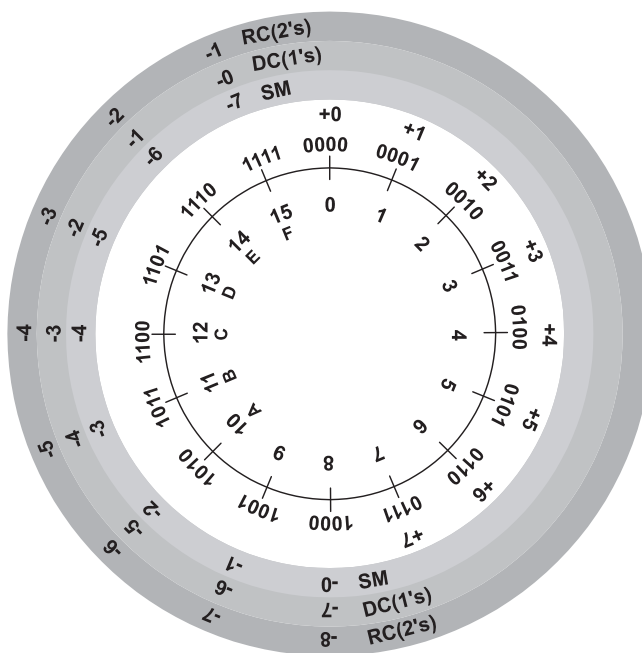
Пр. 2. Бидејќи  $6_{(10)}=110_{(2)} \Rightarrow (+ 6) = 0 110 = 0110_{(SM)}$ ,  $(- 6) = 1 110 = 1110_{(SM)}$ ;

Пр. 3. Бидејќи  $5_{(10)}=101_{(2)} \Rightarrow (+ 5) = 0 101 = 0101_{(SM)}$ ,  $(- 5) = 1 101 = 1101_{(SM)}$ ;

Од примерите гледаме дека негативниот предзнак наједноставно се заменува со 1 и декадната вредност со бинарна.

**ТС системи:** Изразувањето на негативните вредности на броевите најчесто се претставува со примена на комплементарни бинарни броеви. Ова е од причини што со ваквото комплементарно означување на негативните броеви, кога се извршуваат аритметички операции со битот за предзнак се манипулира на ист начин како и со вредносните (тежинските) битови. Постојат два комплементарни системи: DC систем или прв комплемент (1's) и RC систем или втор комплемент (2's).

Кружната презентација дадена на сликата сл. 5-8 и табелата таб. 5-2 го прикажуваат начинот според кој се претставуваат 16 бројни вредности кодирани со по четири бита.



Сл. 5-8. Презентација на броеви со знак кодирани со 4 бита во различни системи

Позитивни броеви		Негативни броеви					
SM, DC, RC	Bp	SM	Bp	DC (1's)	Bp	RC (2's)	Bp
0000	+0	1000	-0	1000	-7	1000	-8
0001	+1	1001	-1	1001	-6	1001	-7
0010	+2	1010	-2	1010	-5	1010	-6
0011	+3	1011	-3	1011	-4	1011	-5
0100	+4	1100	-4	1100	-3	1100	-4
0101	+5	1101	-5	1101	-2	1101	-3
0110	+6	1110	-6	1110	-1	1110	-2
0111	+7	1111	-7	1111	-0	1111	-1

Таб. 5-2. Презентација на броеви со знак кодирани со 4 бита во различни системи

Од прикажаната табела забележуваме дека позитивните броеви се пишуваат на ист начин во било која нотација, а битот со најголема тежина (MSB) за негативните броеви има вредност 1 без оглед на тоа кое означување се користи. Исто така, од табелата се гледа и тоа дека при пишувањето на броевите со предзнак или со првиот комплемент, нулата може да се изрази на два начини: како позитивна и како негативна. При тоа, бројот на претставените негативни и позитивни броеви е еднаков. Кај SM и DC нотацијата постојат две нули: позитивна и негативна, додека RC означувањето се разликува од нив бидејќи постои само една нулта вредност која се третира како позитивна, со што се добива еден негативен број повеќе од позитивните.

**DC систем:** Според DC системот претставувањето е релативно лесно, бидејќи прво се одредува апсолутната вредност на бројот, потоа истата се запишува како бинарен број и на крај овој број се комплентира бит по бит. Како пример ќе го разгледаме начинот на изразување на негативната вредност на бројот  $13_{(10)} = 1101_{(2)}$ , т.е.  $-13_{(10)}$  кодиран со осум бита, т.е. еден бајт:

Даден негативен број:  $-13$   
 Апсолутна вредност:  $13$   
 Бинарен еквивалент:  $00001101$   
 Комплентирање:  $11110010_{(1's)}$  т.е.  $-13$  кодиран во DC систем.

Конверзијата на негативните броеви од прв комплемент во декаден систем се изведува на истиот начин. Најнапред поединечно се комплентира секој бит на дадениот бинарен вектор, потоа се одредува декадната вредност на новодобиената бинарна комбинација и на крај се додава знак „-“. Во следниот пример е претпоставено дека треба да се одреди декадната вредност на бинарниот вектор  $11011001_{(1's)}$  со претпоставка дека станува збор за DC систем.

Даден бинарен збор:  $11011001$   
 Комплентирање (1's):  $00100110$   
 Апсолутна вредност:  $00100110 = 38$   
 Декаден број:  $-38$

Конверзијата на негативните броеви од прв комплемент во декаден систем може да се изврши побрзо и поедноставно. Имено, се собираат тежините на оние позиции (места) во бројот каде што се наоѓаат нулите и се додава знакот „-“. За претходниот пример на бројот  $11011001$  ќе добиеме:

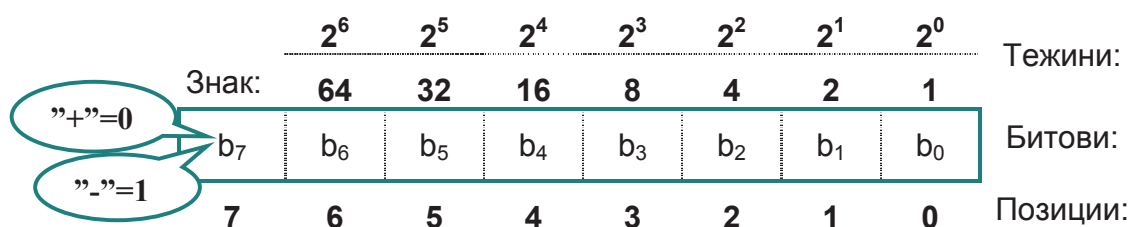
$$2^5 + 2^2 + 2^1 = 32 + 4 + 2 = 38, \text{ т.е. } 11011001_{(1's)} = -38.$$

Во практиката се користат сите три системи, меѓутоа најважно е означувањето во двоен комплемент. Во него на наједноставен начин може да се манипулира со аритметичките операции собирање и одземање на цели броеви со знак, поради што на него посебно и ќе се задржиме.

### 5.6.6. ОЗНАЧУВАЊЕ СО ДВОЕН КОМПЛЕМЕНТ

Ова означување изворно на англ. се вика *two's compliment notation*. Скратено се означува со *2's complement* или покрај бројот се додава индекс (2's). Оваа нотација најчесто се користи во случаите кога се работи со цели броеви со знак.

При претставувањето на броевите во двоен комплемент најважно е тоа што се применува бит за знак, а тоа е битот на највисоката седма позиција, т.е. осмиот бит. Ако вредноста на овој бит е 0, тогаш бројот е позитивен, но ако овој бит е 1, тогаш бројот е негативен, како што може да се види на сл. 5-9.



Сл. 5-9. Претставување на двоен комплемент

И во овој случај, според равенката (1-1), повторно можат да се напишат  $2^8 = 256$  различни броеви, но 128 од нив ќе бидат позитивни, а 128 негативни. Најголем позитивен број во двоен комплемент е 01111111, што одговара на +127 декадно, додека најмал број е 00000000 што одговара на 0 декадно, што покажува дека нулата се третира како позитивен број. Земајќи го предвид претходно кажаното и последниот заклучок, интуитивно може да се претпостави дека најголемиот негативен број ќе биде  $-1$ , а најмалиот  $-128$ .

За претставувањето на негативните броеви ќе продискутираме во продолжение. Конверзијата на било кој зададен цел негативен декаден број во облик на двоен комплемент може да се изврши со примена на следниве чекори:

1. Декадно се запишува апсолутната вредност на бројот;
2. Се врши конверзија од декаден во бинарен број;
3. Се комплентира секој бит поединечно, со што се добива единечен комплемент на бинарниот број (1's), и
4. Се зголемува за 1 добиениот прв комплемент на бројот.

Добиениот резултат претставува нотација во двоен комплемент (2's) на зададениот негативен број.

Во продолжение е илустрирана конверзијата на негативниот број со  $-7_{(10)}$  во 2's-комплент облик со претпоставка дека компјутерот работи со податоци долги 1 бајт.

Декаден број:	- 7
Апсолутна вредност:	7
Бинарен број:	00000111
Прв комплемент 1's:	11111000
Зголемување за 1:	+ 1
-----	
Втор комплемент (2's):	11111001

Ако се постави обратен проблем, а тоа е наоѓање на еквивалент на децимална вредност на некој зададен негативен број во двоен комплемент, тогаш треба да се изведе истата постапка како и претходно:

1. Дадениот бинарен 2's број се комплентира бит по бит со што се добива неговата единечна комплемент нотација;
2. Добиениот единечен комплемент на бројот се зголемува за 1;
3. Се врши конверзија на добиениот бинарен број во декаден броен систем и се додава знакот „-“ (минус).

Со следниов пример се изведува конверзија на бинарниот вектор  $11110011_{(2's)}$  во декаден броен систем.

Втор комплемент на бројот (2's):	11110011
Прв комплемент (1's):	00001100
Зголемување за 1:	+ 1
-----	
Апсолутна вредност:	00001101 = 13
Декаден број:	- 13

Конверзијата на негативните броеви од двоен комплемент во декаден систем може да се изврши и поедноставно. Имено, се собираат тежините на оние позиции во бројот каде што се наоѓаат нулите, потоа се додава 1 и на крај знакот „-“. За претходниот пример, за бројот 11110011 би имале:

$$(2^3 + 2^2) + 1 = (8 + 4) + 1 = 12 + 1 = 13, \text{ т.е. } 11110011_{(2's)} = -13.$$

Со броевите претставени во двоен комплемент многу лесно се изведува собирањето, а најважно е тоа што и одземањето се сведува на собирање. Постапката е доста едноставна:

1. Дадените броеви претставени во двоен комплемент се собираат како да се најобични бинарни броеви (битот за знак се третира исто како и другите битови);

2. Ако при тоа се појави префрлување (пречекорување, *overflow*), т.е. пренос по осмиот бит (по седмата позиција), тој пренос едноставно се занемарува, а останатите осум бита од резултатот го даваат решението; и

3. Ако не постои префрлување, добиениот збир е бараното решение.

Примерите што следуваат ја илустрираат постапката за собирање и одземање на броеви со знак. Првиот пример е за собирање на 7 со 5, додека вториот е за одземање на 4 од 1, т.е.  $(+1) + (-4)$  што резултира во  $-3$ .

00000111	7	00000001	1
+ 00000101	+ 5	+ 11111100	- 4
-----	-----	-----	-----
00001100	+ 12	11111101	- 3

## ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ ЗА ПОВТОРУВАЊЕ

- 5-32. Претстави ги следниве декадни броеви: (а) +48; (б) 0; (в) - 48, (г) - 52 и (д) - 96 како (1) цели броеви со знак (SM систем); (2) броеви во нотација со единечен комплемент (DC систем, 1's). Претпостави дека секој податок во компјутерот се запамтува како мемориски збор со должина еден бајт (8 бита) од кои првиот бит е за предзнак.
- 5-33. Изврши конверзија на следниве (а) декадни броеви + 127, + 14, - 1, - 7 и - 127 во нотација со двоен комплемент (RC систем, 2's); (б) броевите дадени во двоен комплемент 01110011, 01011101, 11000101 и 10111101 претвори ги во декадни броеви ако податоците се запишуваат во облик на бајти со еден бит за знак.
- 5-34. Изведи ги следниве операции во 2's-комплемент нотација, а потоа провери дали добиените резултати се точни (а) 15 + 32; (б) 6 - 9; (в) 18 - 61 (в) 5 - 7 (г) 72 - 35; (д) - 17 + 29; (ф) - 48 - 6. Претпостави дека податоците се запишуваат во облик на бајти со еден бит за предзнак.

## 5.7. БИНАРНИ КОДОВИ

Под поимот **кодирани** се подразбира начин на претставување на информациите со помош на симболи кои се елементи на некое множество. Дигиталните системи содржат електронски прекинувачки елементи кои може да се најдат само во две состојби, така што за нив најпогоден начин на претставување е *бинарниот облик*. Причината за ова е едноставна. Имено, било кој податок, напишан во бинарен облик претставува едноставна низа од битовите 0 и 1.

При кодирањето, најчесто ќе употребуваме кодови кај кои сите кодни зборови имаат иста должина. Ваквите кодови се викаат *рамномерни кодови*. Бинарните кодови обично оперират со зборови чија должина е 8 бита, односно 1 бајт.

За разлика од рамномерните кодови, постојат и *нерамномерни кодови* кај кои кодните зборови имаат различна должина. Пишувањето во било кој национален јазик практично е кодирање во нерамномерен код, а истото тоа важи и за запишувањето на броевите во било кој броен систем.

Ако некој код содржи барем еден коден збор кој не означува никаква, или никаква нова информација, тогаш за него се вели дека е *редундантен код*.

Начинот според кој се кодираат и декодираат кодните зборови се изразува преку математички равенки или со помош на правила и прописи (како што е, на пример, синтаксата за еден национален јазик), но најчесто се применуваат т.н. кодни таблици. Кодната таблица има две колони и повеќе редици. Во левата колона, по редици последователно се пишуваат симболите кои треба да се кодираат, а десната колона исто така се пополнува по редици, но со кодни зборови кои мора еднозначно да одговараат на секој изворен симбол. Кога станува збор за бинарно кодирање лево се пишуваат буквите или децималните цифри, а десно бинарните кодни зборови.

Бинарните кодови можат да бидат *тежински* или *редоследни*. Кај *тежинските кодови* комбинирањето на битовите се врши така што на секој бит од кодниот збор му се припишува одредена тежина. Еден пример за тежински код би бил веќе опишаниот природен бинарен броен систем. Меѓутоа, кодните комбинации, т.е. зборови, можат да се формираат и според некои други тежински законитости. Така се развиени голем број бинарни кодови за специјални намени. Сите кодови кои не се тежински спаѓаат во групата на *редоследни кодови*. Кај нив битовите немаат соодветна тежина во кодниот збор, туку е важен само нивниот распоред во него. Кај овие кодови врската меѓу декадниот број и бинарниот коден збор најчесто се дава преку специјални кодни таблици или равенки.

### 5.7.1. НУМЕРИЧКИ КОДОВИ

Заради едноставната конверзија, бинарните броеви најчесто се претставуваат во хексадецимална нотација. Од друга страна, во калкулаторите, дигиталните инструменти итн. се јавува потреба за внесување на податоци или добивање на резултати во декаден облик. Но, веќе видовме дека конверзијата од бинарен во декаден броен систем е доста комплицирана. За да се соединат добрите особини на бинарниот и декадниот броен систем и да се излезе во пресрет на човековата навика да размислува декадно, развиени се различни бинарни (BCD) *кодови*. Оваа кратенка доаѓа од англискиот израз *Binary Coded Decimal*, што значи бинарно кодирани декадни броеви. Кај овие кодови секоја цифра од декадниот број одвоено се кодира со користење еднозначно определен коден збор.

За да може да се кодираат сите десет декадни цифри, мора да се употребат најмалку 4 бита, бидејќи 3 не се доволни. Имено, со три бита може да се кодираат  $2^3 = 8$  кодни зборови што е помало од 10, додека со 4 бита може да се добијат  $2^4 = 16$  различни комбинации кои се доволни бидејќи  $16 > 10$ . Ова укажува дека за секоја декадна цифра ќе се користи по еден нибл (група од 4 бита, тетрада). Распоредот на битовите во овие групи ќе се одвива според некоја таблица или законитост. Бидејќи со 4 бита може да се кодираат 16 различни



тетради, очигледно е дека секогаш 6 кодни зборови ќе останат неискористени за кодирање. Од изнесеното произлегува дека овие кодови се редувантни. Токму заради ова постои можност за кодирање на декадните броеви со различни бинарни кодови (теоретски со  $16!/6!$  или приближно околу  $29 \times 10^9$ ).

Декад. цифра	8421 (NBCD)	2421	Ајкенов	Вишок_3	5421	Декад. цифра
0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 1 1	0 0 0 0	0
1	0 0 0 1	0 0 0 1	0 0 0 1	0 1 0 0	0 0 0 1	1
2	0 0 1 0	0 0 1 0	0 0 1 0	0 1 0 1	0 0 1 0	2
3	0 0 1 1	0 0 1 1	0 0 1 1	0 1 1 0	0 0 1 1	3
4	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 1 1	0 1 0 0	4
5	0 1 0 1	1 0 1 1	1 0 1 1	1 0 0 0	1 0 0 0	5
6	0 1 1 0	1 1 0 0	1 1 0 0	1 0 0 1	1 0 0 1	6
7	0 1 1 1	1 1 0 1	1 1 0 1	1 0 1 0	1 0 1 0	7
8	1 0 0 0	1 1 1 0	1 1 1 0	1 0 1 1	1 0 1 1	8
9	1 0 0 1	1 1 1 1	1 1 1 1	1 1 0 0	1 1 0 0	9

Таб. 5-3. Кодни таблици на различни бинарни (BCD) кодови.

Табелата 5-3 прикажува неколку бинарни (BCD) кодови кои често се применуваат во праксата. Најмногу користен е т.н. 8421 BCD код, кој е познат и како *природен BCD код* или *NBCD код*. Секоја декадна цифра се кодира со еднозначно одреден коден збор кој има должина еден нибл. Почетната ознака 8421 во името на кодот се однесува на вредностите на тежините за секој од четирите битови во кодниот збор.

Со примерите кои се дадени во продолжение е илустриран начинот на кодирање и декодирање во *NBCD*-кодот.

Првиот пример се однесува на бројот  $7694_{(10)}$ , а вториот на  $001101010010$ .

$$\text{Пр. 1. } 7694_{(10)} = 0111 \cdot 0110 \cdot 1001 \cdot 0100_{(NBCD)} = 0111011010010100_{(NBCD)}$$

$$\text{Пр. 2. } 001101010010_{(NBCD)} = 0011 \cdot 0101 \cdot 0010_{(NBCD)} = 352_{(10)}$$

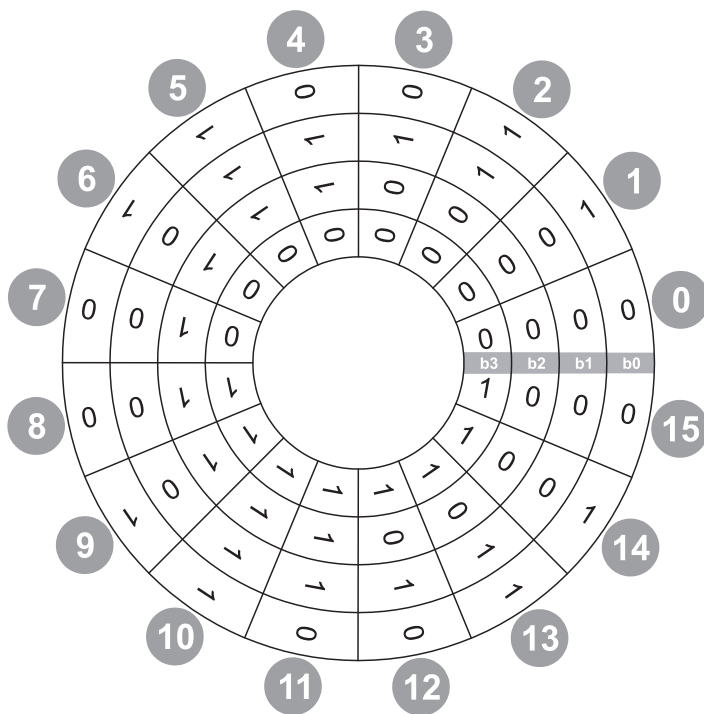
Од примерите се забележува дека принципот на работа се сведува на принципот според кој се врши конверзија од хексадецимален во бинарен броен систем, и обратно.

Покрај 8421 BCD кодот, постојат и други BCD кодови. Попознати се: *Грејовиот код*, *Ајкеновиот код*, *Вишок-3 кодот*, потоа кодот *2421*, *5421*, *поместувачкиот код*, итн. Некои од нив се дадени во таб. 5-3. Кодирањето во овие кодови се изведува според истиот принцип како и за 8421 BCD кодот, со примена на соодветната таблица заради што ќе се појави разлика во редоследот на битовите во секоја од кодните комбинации.

**Грејов код:** На овој код ќе посветиме малку повеќе внимание бидејќи негова главна карактеристика е во тоа што соседните кодни зборови се разликуваат само во еден бит. Овој код има голема примена во различни домени, како на пр. во преносот на дигитални сигнали за минимизирање на појавата на грешки, потоа кај уредите за кои е важно прикажување на аголното отстапување во бинарен облик, како што се дисковите, потоа за минимизирање на логичките функции со методот на Карноови карти (за што ќе зборуваме во следната тема) итн. Табелата 5-4 и сл. 5-10 го прикажуваат начинот на кодирање според Грејовиот код со четири бита. Заради лесно воочување на кодните комбинации на Грејовиот код и за два и за три бита во таб. 5-4 тие се означени со сенка.

ДЦ	b <sub>3</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>1</sub>	b <sub>0</sub>
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	1
3	0	0	1	0
4	0	1	1	0
5	0	1	1	1
6	0	1	0	1
7	0	1	0	0
8	1	1	0	0
9	1	1	0	1
10	1	1	1	1
11	1	1	1	0
12	1	0	1	0
13	1	0	1	1
14	1	0	0	1
15	1	0	0	0

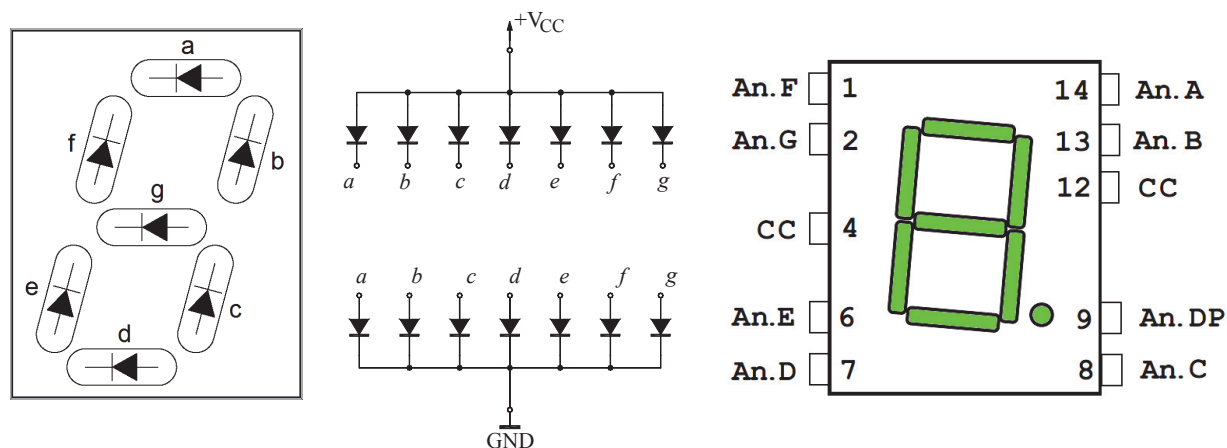
Таб. 5-4. Грејова таблица.



Сл. 5-10. Грејов коден круг.

**Седум сегментен код:** На крај ќе го спомнеме и *седумсегментниот нумерички систем* кој настана од чисто практични причини заради човековата потреба лесно да може да ги чита бројните вредности. Овој код се однесува на дигиталните уреди кои резултатите ги покажуваат преку индикатори (мали екрани) со светлечки (LED) диоди. Дисплејот (сл. 5-11) е составен од седум сегменти означени со буквите a, b, c, d, e, f, g. Секој поединечен сегмент од индикаторот може да свети или да не свети, што значи дека секој сегмент може да се претстави со по еден бит. Секоја декадна цифра може да се формира со комбинација од поединечни сегменти кои светат. Така седумсегментниот систем користи десет кодни збора од по седум бита, при што секоја поединечна комбинација претставува една декадна цифра. Дополнително, некои од овие индикатори имаат и кружен сегмент (dp) кој ја претставува децималаната точка.

Седумсегментните индикатори се произведуваат со заедничка анода (ЗА, англ. common cathode, CA) или со заедничка катода (ЗК, англ. common anode, CC). Кај индикаторите со ЗК, сите катоди се споени во единствена точка која треба да се спои на земја, додека анодите се одвоени. За сегментот да светне на соодветната анода треба да се доведе високо ниво т.е. ниво на логичка 1. Кај дисплеите со ЗА, сите аноди се споени во заеднички пин кој треба да се врзи на напојувањето бидејќи тоа е високо ниво, додека катодите се одвоени и секоја се појавува на посебен пин. Секој од сегментите ќе светне ако на соодветната катода се доведе ниско напонско ниво (ниво на логичка 0), т.е. заземјување, маса.



Сл. 5-11. Седум сегментен индикатор со LED диоди.

Во табелата 5-5 се претставени и двата седумсегментни кодови кои се меѓусебно комплементарни. Првиот се однесува на индикатор со заедничка катода, а другиот на екран со заедничка анода.

Дек. циф.	Екран со заедничка катода							Дек. циф.
	a	b	c	d	e	f	g	
0	1	1	1	1	1	1	0	0
1	0	1	1	0	0	0	0	1
2	1	1	0	1	1	0	1	0
3	1	1	1	1	0	0	1	0
4	0	1	1	0	0	1	1	0
5	1	0	1	1	0	1	1	0
6	1	0	1	1	1	1	1	0
7	1	1	1	0	0	0	0	1
8	1	1	1	1	1	1	1	0
9	1	1	1	1	0	1	1	0

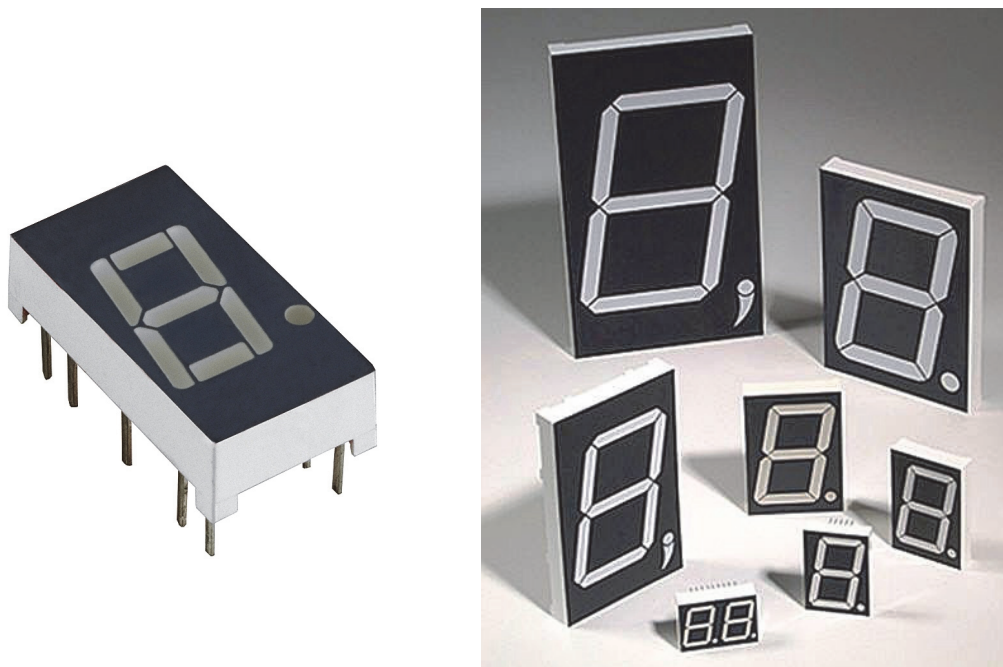
а) екран со заедничка катода

Дек. циф.	Екран со заедничка анода							Дек. циф.
	a	b	c	d	e	f	g	
0	0	0	0	0	0	0	1	0
1	1	0	0	1	1	1	1	0
2	0	0	1	0	0	1	0	0
3	0	0	0	0	1	1	0	0
4	1	0	0	1	1	0	0	0
5	0	1	0	0	1	0	0	0
6	0	1	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	1	1	1	1	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	1	0	0	0

а) екран со заедничка анода

Таб. 5-5. Таблица на кодовите за седумсегментен екран со LED диоди

На следните две слики се прикажани куќишта на реални седумсегментни индикатори со светлечки диоди со различни димензии кои покрај седумте сегменти за формирање на цифрите содржат и светлечки сегменти за прикажување на децимална точка (сл. 5-12 а) или на децимална запирка (сл. 5-12 б).



а) со светлечка точка

б) со светлечка точка и запирка

Сл. 5-12. Реални седумсегментни индикатори со светлечки (LED) диоди

### 5.7.2. АЛФАНОМЕРИЧКИ КОДОВИ

Комуникацијата меѓу човекот и компјутерот се изведува со помош на монитор (екран) или со посредство на печатач. При ова нормално е да се користат секакви алфанумерички симболи за пишување на текст: на пр. алфабетските знаци (малите и големите букви), знаците за интерпункција, одредени нумерички податоци како што се на пр. телефонските броеви или броевите во адресите кои не се користат заради извршување на математички операции над нив, некои посебни графички знаци, итн. Имајќи предвид дека станува збор за голем број симболи, се наметнала потребата од кодови со кодни зборови чија должина е поголема од 4 бита. Сите претходно наброени знаци се кодираат со посебни кодови кои се нарекуваат *алфанумерички кодови*.

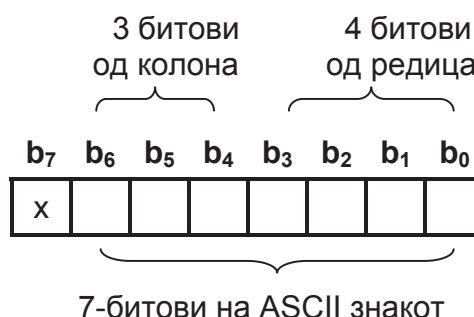
Најмногу користен е алфанумеричкиот код кој носи ознака *ASCII* и се чита АСКИ. Кратенката доаѓа од англ. израз *American Standard Code for Information Interchange* што значи американски стандарден код за информациска размена. На почетокот, овој код беше стандард во САД, а потоа е усвоен и како меѓународен стандард со ознака ISO-7. Табелата на стандардниот *ASCII* код е означена е со таб. 5-6. Од табелата се гледа дека овој код ги опфаќа следниве симболи (англ. characters): некои посебни контролни симболи, декадните цифри, потоа сите големи и мали букви од англиската азбука, знаците за интерпункција, некои специјални графички знаци и на крај некои математички знаци. Стандардниот *ASCII* код за кодирање користи 7 битови што значи дека со него може да се кодираат  $2^7=128$  различни знаци чии кодови се дадени во таб. 5-6.

Иако кодните зборови на стандардниот ASCII код изворно имаат 7 бита, за нивно меморирање се употребуваат мемориски зборови со должина од 1 бајт, т.е. 8 бита. Кај нив крајниот лев бит е слободен, поточно во процесот на кодирање (декодирање) се зема дека неговата вредност е 0.

Битови $b_3b_2b_1b_0$	Битови $b_6b_5b_4$							
	000	001	010	011	100	101	110	111
0000	NUL	DLE	SP	0	@	P	`	p
0001	SOH	DC1	!	1	A	Q	a	q
0010	STX	DC2	"	2	B	R	b	r
0011	ETX	DC3	#	3	C	S	c	s
0100	EOT	DC4	\$	4	D	T	d	t
0101	ENQ	NAK	%	1	E	U	e	u
0110	ACK	SYN	&	6	F	V	f	v
0111	BEL	ETB	`	7	G	W	g	w
1000	BS	CAN	(	8	H	X	h	x
1001	HT	EM	)	9	I	Y	i	y
1010	LF	SUB	*	:	J	Z	j	z
1011	VT	ESC	+	;	K	[	k	{
1100	FF	FS	,	<	L	\	l	
1101	CR	GS	-	=	M	]	m	}
1110	SO	RS	.	>	N	^	n	~
1111	SI	US	/	?	O	_	o	DEL

Таб. 5-6. Табела на стандарден ASCII код

Кодниот збор за секој знак може да се добие ако се има предвид табелата 5-6 и ако се примени начинот на формирање на кодните зборови илустриран на сл. 5-13.



Сл. 5-13. Принцип на формирање на ASCII кодните зборови

Прикажаната табела 5-6 на ASCII кодот ја користи само латиничната азбука која се однесува на англискиот јазик и не ги содржи специјалните знаци на нашата азбука, како на пр. Ч, ч, Ќ, ќ, Ш, ш, Ѓ, ѓ, Ж, ж, ниту пак знаците на латиничните или кириличните азбуки на другите европски земји, како на пр. Ä, ü, ö, ř, ĺ, é, ... итн.

Од оваа причина табелата 5-6 е проширена со осми бит со што се добија дополнителни места за нови 128 симболи, или вкупно 256 знаци кога се работи за ASCII-8 кодот, кој целосно користи 1 бајт. Бидејќи и овие знаци не се доволни за сите знаци на азбуките на различните држави, се формираат различни табели од една до друга земја. Така на пр. специјални знаци од македонската азбука се наоѓаат во ASCII табелата со ознака 1211 за Windows (Cyrillic Code Page 1211 Alphabet). Во таа табела се наоѓаат и буквите од Руската, Српската и Бугарската азбука. Земјите од централна Европа, маѓу кои спаѓаат и Словенија, Хрватска, Србија, Чешка, Полска, и сл. ја користат кодната табела Windows Code Page Latin 1210.

Уште еден алфанумерички код има широка примена иако датира од минатото, а тоа е *EBCDIC кодот* (*Extended Binary Coded Decimal Interchange Code*). Тоа е проширен бинарно-кодирани децимален код за размена, со еднобајтни кодни зборови, кој е воведен од страна на познатата американска компанија за производство на компјутери, IBM.

## 5.8. ЕКСПЛИЦИТНА И ИМПЛИЦИТНИ ВРЕДНОСТИ

Информациите се претставуваат во бинарна форма како бинарни вектори, т.е. во облик на групи (низи) од битови со различна должина, а запишани на различен принцип. Некои се напишани како некој бинарен број со или без знак, или како некој коден збор според некој бинарен код. Заради тоа, се воведува единствениот термин **збор** (*word*), со кој ќе се означува било која *група на битови со одредена должина*. Во врска со изнесеното ќе ги воведеме термините *експлицитна* и *имплицитна вредност* на зборот (податокот). Станува збор за вредности кои се разбирливи за човекот, а се добиваат со декодирање на зададен бинарен вектор. Имено, експлицитната вредност на зборот претставува цел позитивен декаден број поголем или еднаков на 0, кој се добива со конверзија на битовите од зборот, ако сите битови се третираат како тежински запишани според природниот бинарен броен систем. Од друга страна, имплицитната вредност на зборот е онаа вредност кога битовите на зборот се декодираат (конвертираат) според одреден бинарен код или бинарен систем.

За полесно разбирање на овие два поими ќе разгледаме два примери. Ќе претпоставиме дека во два бајти на меморијата на компјутерот се запаметени следниве бинарни вектори: а) 01010100 и б) 11010100.

Пр.1. а) 01010100.

Експлицитна вредност =  $64+16+4 = 84$ .

Имплицитни вредности:

→ според SM системот = + 84.

→ според DC системот = + 84.

→ според RC системот = + 84.

→ според NBCD кодот = 54.

→ според Вишок-3 кодот = 21

→ според ASCII кодот = T.

Пр. 2. б) 11010100.

Експлицитна вредност =  $128+64+16+4 = 212$ .

Имплицитни вредности:

→ според SM системот = - 84.

→ според DC системот = - 43.

→ според RC системот = - 44.

→ според NBCD кодот =  $\boxtimes 4$ .

→ според Вишок-3 кодот =  $\boxtimes 1$

→ според ASCII кодот =  $\boxtimes$ .

Во примерите местото каде се појавува симболот  $\boxtimes$  значи дека ќе се јави грешка, бидејќи не постои таков коден збор.

## ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ ЗА ПОВТОРУВАЊЕ

- 5-35. Што се подразбира под поимот кодирање? Што претставува кодната азбука?
- 5-36. Која е кодната азбука за бинарните кодови? Кои се нејзините симболи?
- 5-37. Што претставува кодниот збор? Во што се изразува неговата должина?
- 5-38. Што е карактеристично за а) рамномерните б) нерамномерните кодови?
- 5-39. Што се редувантни кодови? Што е карактеристично за нив?
- 5-40. Со што се одликуваат тежинските кодови?
- 5-41. Што е карактеристично за редоследните кодови?
- 5-42. За што се користи кодната таблица? Опиши го нејзиниот изглед.
- 5-43. Каков тип на информации се кодираат со бинарните (BCD) кодови? Што е карактеристично за ваквите кодови? Наброј некои BCD кодови. Дали овие кодови се не/редундантни и/или не/рамномерни? Образложи.
- 5-44. Напиши ја 8421 (NBCD) формата на декадните броеви (а) 18367; (б) 42509.
- 5-45. Кои броеви се кодирани со следниве NBCD кодни зборови: (а) 00111001, (б) 01100000010 и (в) 10000111.
- 5-46. Кодирај ги следниве декадни броеви (а) 132, (б) 645 и (в) 7890 во (1) Ајкеновиот код; (2) вишок\_3 кодот; (3) BCD 5421 кодот; (4) Грејовиот код;
- 5-47. Колку вкупно различни симболи може да се добијат со примена кодот за седум-сегментниот дисплеј? Колку од нив се користат? Дали овој код е редувантен? Дали е рамномерен? Дали е тежински? Образложи.
- 5-48. Каков ќе биде кодниот збор abcdefg за седумсегментен екран со LED диоди и заедничка (а) анода; (б) катода, ако на него треба да се прикаже цифрата (1) 7; (2) 4; (3) 9; (4) 2.
- 5-49. Што се прикажува на LED екранот со заедничка (а) катода; (б) анода, ако кодниот збор abcdefg го има следниов облик (1) 0011101; (2) 1100011; (3) 0110000.
- 5-50. Што е карактеристично за алфанумеричките кодови? Дали ваквите кодови се рамномерни? Дали се тежински? Образложи.
- 5-51. Податоците (а) Mihail; (б) Aleksandra; (в) Marija; (г) Hristina; (д) "MACEDONIA"; (ф) UB40, кодирај ги во стандардниот ASCII код. Секој коден збор напиши го и во декадна и хексадецимална нотација.
- 5-52. Дадени се следниве ASCII кодни зборови (а) 66 73 84 79 76 65; (б) 83 75 79 80 74 69 во декадно означување. За кои податоци станува збор?
- 5-53. Која е разликата помеѓу (а) тежинските и редоследните; (б) рамномерните и нерамномерните, (в) редувантните и нередувантните кодови. Каде припаѓаат (1) 8421 (NBCD) кодот; (2) ASCII кодот; (3) седумсегментниот код; (4) природниот бинарен броен систем? (5) означувањето на броевите со знак во бинарните системи RC, DC и SM?
- 5-54. Што се означува со терминот збор?
- 5-55. Даден е податокот (а) 10101011; (б) 11001100; (в) 01010001; (г) 00111001. Одреди ја неговата експлицитна вредност и потоа имплицитните вредности, ако секој податок посебно се разгледува како (а) SM; (б) DC; (в) RC; (г) број запишан во 8421 (NBCD) кодот; (д) податок запишан во Грејовиот код; (ф) податок запишан во ASCII кодот.

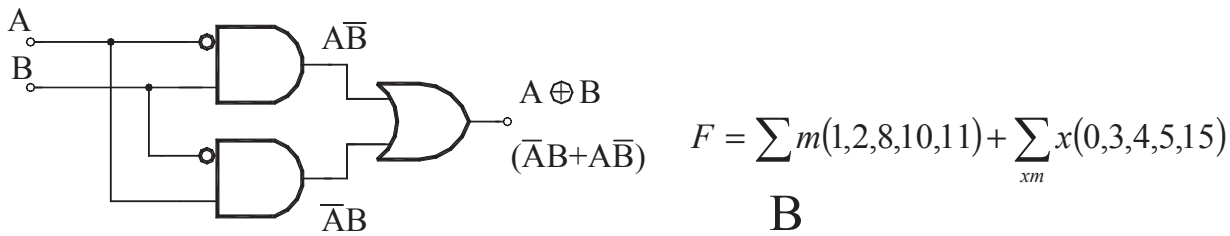
## РЕЗИМЕ

Во оваа тематска целина се запознавте со поимот информација и нејзината дефиниција, со начинот на кодирање на информациите во дигитален облик, како и со единиците кои се користат за мерење на количеството на информации и нивната поконкретна примена.

Изучувањето на методските единици ве вовеле во бројните системи и бинарните кодови како базични за дигиталната техника, како и во нивната поделба и меѓусебните разлики. Сега можете да вршите конверзија на целите броеви од еден во друг броен систем и да ги изведувате основните аритметички операции во бинарниот броен систем: собирање, одземање, множење и делење. Исто така знаете да ги означувате негативните декадни броеви во бинарен облик според различни системи и да решавате нумерички задачи, каде тие се собираат и одземаат.

На крај од темата се запознавте и со бинарните кодови за бројни (нумерички) и текстуални (алфа-нумерички) податоци кои најчесто се сретнуваат во праксата, нивните кодни таблици и правилата за кодирање.



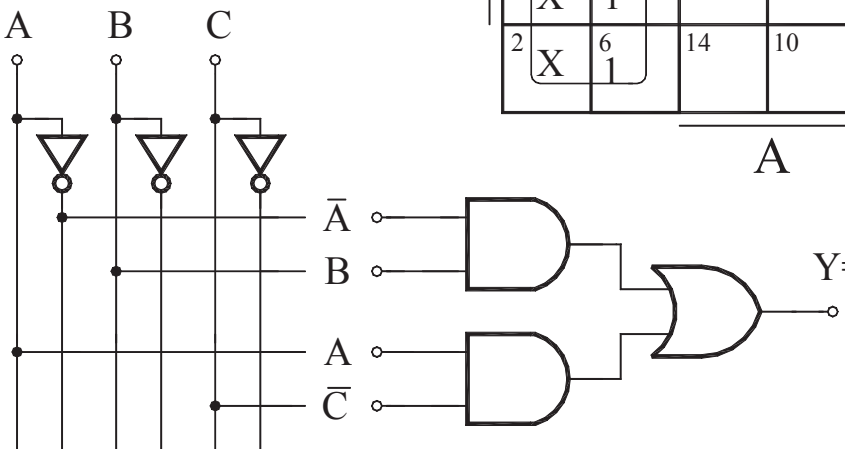


$$A + (BC) = (A + B)(A + C)$$

$$A + 1 = 1$$

$$A + A = A$$

	B			
	0	4	12	8
1	1	X	1	1
3	X	1		
2	X	1		
	A			



# 6. БУЛОВА АЛГЕБРА

По изучувањето на оваа тематска целина:

- ⊕ ќе ги познаваш и ќе ги применуваш аксиомите, законите и теоремите од Буловата алгебра;
- ⊕ ќе ги претставуваш прекинувачките функции во алгебарски, табличен и графички облик;
- ⊕ ќе можеш да решаваш поедноставни задачи за премин од еден во друг облик на претставување на прекинувачките функции;
- ⊕ ќе ја разбираш минимизацијата на прекинувачките функции;
- ⊕ ќе можеш да решаваш поедноставни задачи од минимизација на прекинувачките функции, применувајќи ги методите со Карноови карти и Квајн - МекКласки;
- ⊕ ќе ги познаваш и разликуваш симболите на стандардните логички кола и функцијата што ја извршуваат;
- ⊕ ќе можеш да решаваш поедноставни задачи од анализа и синтеза на комбинациони мрежи во две нивоа;
- ⊕ ќе знаеш да проектираш поедноставни комбинациони мрежи.



## 6.1. ВОВЕД

Бинарното претставување на броевите тешко може да се замисли како дел од човечкото изразување затоа што луѓето се научени да размислуваат декадно. Меѓутоа, основните составни делови на дигиталните уреди се електронски кола кои се карактеризираат со две состојби, така што за анализирање и опишување на нивната работа се користи бинарното означување (нотација). Токму заради ова, во дигиталната техника се применува природниот бинарен броен систем со соодветна алгебра која оперира со бинарни броеви.

**Буловата алгебра** своите корени ги влече од средината на XIX-от век кога се појавила како нова математичка дисциплина. Нејзин основоположник е англискиот математичар Џорџ Бул според кој и го добила името. Бидејќи оваа алгебра се базира на законите на формалното-логичко мислење и заклучување, за неа се користи и терминот **логичка алгебра**. Овие закони се темелат на тврдења кои можат да бидат само вистинити или неvistинити, т.е. примаат само две вредности, а нив прв ги запишал големиот грчки филозоф Аристотел. Џорџ Бул предложил законите на формалното-логичко заклучување да се опишат со алгебарски релации и операции. Всушност, со ова се овозможи процесот на формалното-логичко расудување и заклучување едноставно квантитативно да се претстави, технички да се реализира и автоматизира со примена на компоненти кои имаат само две состојби. Бидејќи вака се однесуваат прекинувачките елементи и логичките кола, оваа алгебра се нарекува и **прекинувачка алгебра**.

## 6.2. АКСИОМИ И ЛОГИЧКИ ОПЕРАЦИИ

**Буловата алгебра** е дедуктивен математички систем кој се дефинира на бинарното множество  $B$  кое содржи само два меѓусебно различни елементи. За нив во литературата можат да се сретнат различни симболи, но ние ќе ги употребуваме симболите „1” (логичка единица) и „0” (логичка нула), така што  $B = \{1, 0\}$ . Според ова, сите константи и променливи во Буловата алгебра можат да имаат само една од вредностите 1 или 0, па заради тоа тие и се викаат **логички или прекинувачки променливи**. Вообичаено е независните променливи да се означуваат со големите букви од англиската абецеда и тоа:  $A, B, C, D, E, \dots$  или  $X_0, X_1, X_2, X_3, \dots$ , додека зависните променливи, т.е. функциите кои сега се викаат **логички, прекинувачки или комутациони функции**, да се означуваат со буквите  $Y, Y_0, Y_1, Y_2, \dots$ , или  $F, F_1, F_6$ .

Во множеството  $B$  се дефинираат две интерни бинарни операции „+” и „·”, кои ги задоволуваат следните три аксиоми, познати како аксиоми на Хантингтон:

**A.1.** Бинарните интерни операции се комутативни и дистрибутивни една кон друга, т.е. за било која променлива  $A, B, C$  од  $\{B\}$  важи:

$$A + B = B + A, \quad A \cdot B = B \cdot A$$

$$A(B + C) = (AB) + (AC), \quad A + (BC) = (A + B)(A + C)$$

**A.2.** Бинарните интерни операции поседуваат различни неутрални елементи 1 и 0, така што за било која логичка променлива  $A$  постои елемент 0 за кој важи  $A+0=A$ , и постои елемент 1 за кој важи  $A \cdot 1=A$ .

**A.3.** За било која логичка променлива  $A$  постои единствена инверзна променлива  $\bar{A}$  таква што важи  $A + \bar{A} = 1$ ,  $A \cdot \bar{A} = 0$ .

Една важна особина која произлегува директно од наведените аксиоми е принципот на дуалност (симетричност). Тоа значи дека сите аксиоми се дадени во парови, и тоа посебно за операцијата „+“, и посебно за операцијата „·“. Според овој принцип, може да се изврши меѓусебна замена на операцијата „+“ со операцијата „·“ и на елементите 1 со 0, па така тргнувајќи од аксиомите за операцијата „+“ се добиваат дуални аксиоми за операцијата „·“, и обратно.

Во Буловата алгебра постојат три основни (елементарни) операции (две операции кои оперираат со два или повеќе операнди: логичко собирање (+) и логичко множење (·) и една унарна операција која работи со еден операнд: логичка негација ( $\bar{\quad}$ )).

Логичкото собирање се вика уште операција **ИЛИ** (анг. OR) односно логичка дисјункција, а нејзиниот оператор покрај ознаката „+“, може да биде и „ $\cup$ “. Логичкото множење се вика и операција **И** (анг. AND) односно логичка конјункција, а нејзиниот оператор покрај ознаката „·“, може да биде и „ $\cap$ “, или „&“. Вообичаено е овој оператор да се испушта при пишувањето на логичките изрази. Логичката негација се вика уште операција **НЕ** (анг. NOT) или **КОМПЛЕМЕНТИРАЊЕ**, а покрај ознаката „ $\bar{\quad}$ “, се означува и со „ $\neg$ “ или „ $\sim$ “.

Основните логички операции се дефинираат на начинот прикажан во табелите таб. 6-1, таб. 6-2 и таб. 6-3.

ИЛИ (+)
$0 + 0 = 0$
$0 + 1 = 1$
$1 + 0 = 1$
$1 + 1 = 1$

Таб. 6-1.

И (·)
$0 \cdot 0 = 0$
$0 \cdot 1 = 0$
$1 \cdot 0 = 0$
$1 \cdot 1 = 1$

Таб. 6-2.

НЕ ( $\bar{\quad}$ )
$\bar{0} = 1$
$\bar{1} = 0$

Таб. 6-3.

Основни логички операции.

Од табелите се гледа дека за собирањето неутрален елемент е 0, додека за множењето е 1, така што може да се заклучи следново:

1. Ако се соберат два операнди, резултатот ќе биде 0 само ако истовремено и двата операнди имаат вредност 0, а во сите три други случаи (Таб.6-1) се добива 1. Тоа значи дека ако има барем една 1, ќе се добие 1;

2. Ако се помножат два операнди, резултатот ќе биде 1, само ако и двата операнди се на вредност 1, инаку се добива 0, т.е.барем една 0 дава 0

3. Ако вредноста на било кој операнд не е 0, тогаш таа е 1, и обратно, ако вредноста на операндот не е 1, тогаш таа е 0.

Од наведените операции највисок ранг на извршување има комплементирањето (операцијата НЕ), потоа е логичкото множење (операцијата И), и на крај е логичкото собирање (операцијата ИЛИ). Редоследот на извршување на операциите може да се измени со употреба на загради.

Со комбинирање на основните логички операции можат да се изведат други, нешто посложени операции: **НИ**, (анг. *NAND*) која се добива со комплементирање на множењето (И, а потоа НЕ) и **НИЛИ**, (анг. *NOR*) која се добива со комплементирање на собирањето (ИЛИ, а потоа НЕ). Понатаму се добиваат операциите: **исклучиво ИЛИ**, т.е. **ексклузивно ИЛИ**, **ЕКСИЛИ** (анг. *XOR*) што се означува со “ $\oplus$ ”, и **исклучиво НИЛИ**, т.е. **ексклузивно НИЛИ**, **ЕКСНИЛИ** (анг. *XNOR*) која се добива со комплемент од ЕКСИЛИ (ЕКСИЛИ и НЕ).

Сите претходно дефинирани операции се претставени со табелите таб. 6-4, таб. 6-5, таб. 6-6 и таб.6-7.

НИЛИ ( $\bar{\phantom{x}}$ )
$\overline{0+0}=1$
$\overline{0+1}=0$
$\overline{1+0}=0$
$\overline{1+1}=0$

Таб. 6-4.

НИ ( $\bar{\phantom{x}} \cdot \bar{\phantom{x}}$ )
$\overline{0 \cdot 0}=1$
$\overline{0 \cdot 1}=1$
$\overline{1 \cdot 0}=1$
$\overline{1 \cdot 1}=0$

Таб. 6-5.

ЕКСИЛИ ( $\oplus$ )
$0 \oplus 0 = 0$
$0 \oplus 1 = 1$
$1 \oplus 0 = 1$
$1 \oplus 1 = 0$

Таб. 6-6.

ЕКСНИЛИ ( $\bar{\oplus}$ )
$\overline{0 \oplus 0} = 1$
$\overline{0 \oplus 1} = 0$
$\overline{1 \oplus 0} = 0$
$\overline{1 \oplus 1} = 1$

Таб. 6-7.

Изведени логички операции.

Од дефинициите може да се заклучи дека:

1. Резултатот од НИЛИ ќе биде 1 само ако и двата операнда се 0, инаку се добива 0,
2. Резултатот од НИ ќе биде 0 само ако и двата операнда се 1, инаку се добива 1;
3. Резултатот од ЕКСИЛИ е 0 секогаш кога операндите се со иста вредност, т.е. две нули даваат резултат 0, но и две единици даваат 0. Ако операндите имаат спротивни вредности, тогаш се добива 1;
4. Резултатот од ЕКСНИЛИ ќе биде спротивен во однос на ЕКСИЛИ. Оваа операција всушност ги споредува, ги компарира вредностите на операндите. Имено, ако двата операнда се исти, тогаш резултатот е 1, но ако се различни тогаш се добива 0.

### 6.3. ТЕОРЕМИ И ЗАКОНИ

Од аксиомите на Хантингтон може да се изведат различни теореми во Буловата алгебра, кои имаат своја соодветна примена. Ние ќе се задржиме само на оние теореми кои ги вклучуваат операциите И, ИЛИ и НЕ. Некои од овие теореми ги изразуваат законите на Буловата алгебра, а сите заедно се користат како правила при решавањето и поедноставувањето на логичките равенки и изрази. Теоремите се дадени во симетрични парови со примена на принципот на дуалност. Сите променливи кои се користат во нив се логички променливи, што значи дека нивните вредности можат да бидат само 0 или 1. Од овде произлегува дека ако било која променлива  $A$  има вредност 1, т.е. ако е исполнето  $A = 1$ , тогаш  $\bar{A} = 0$ , и обратно: ако  $A = 0$ , тогаш  $\bar{A} = 1$ . Најнапред ќе ги наведеме оние теореми, кои вклучуваат само една променлива. Тоа се следниве:

$$\bar{\bar{A}} = A \tag{т. 6-1}$$

$$A + 0 = A \quad A \cdot 1 = A \tag{т. 6-2}$$

$$A + 1 = 1 \quad A \cdot 0 = 0 \quad (\text{т. 6-3})$$

$$A + A = A \quad A \cdot A = A \quad (\text{т. 6-4})$$

$$\bar{A} + \bar{A} = \bar{A} \quad \bar{A} \cdot \bar{A} = \bar{A} \quad (\text{т. 6-5})$$

$$A + \bar{A} = 1 \quad A \cdot \bar{A} = 0 \quad (\text{т. 6-6})$$

Теоремите, со кои се искажуваат асоцијативниот, комутативниот и дистрибутивниот закон се дадени последователно во продолжение:

$$A + (B + C) = (A + B) + C \quad A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C \quad (\text{т. 6-7})$$

$$A + B = B + A \quad A \cdot B = B \cdot A \quad (\text{т. 6-8})$$

$$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C \quad A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C) \quad (\text{т. 6-9})$$

Докажувањето на теоремите се базира на трите аксиоми, меѓутоа тоа не е од суштинско значење, па затоа за илустрација ќе биде докажана само една од нив. Имено, равенките со кои се искажуваат асоцијативниот и комутативниот закон, како и првата равенка со која се изразува дистрибутивниот закон многу лесно интуитивно се разбираат затоа што се многу слични со истите овие закони кои важат за вообичаената алгебра. Меѓутоа, втората равенка за дистрибутивниот закон изгледа малку чудно, па затоа неа ќе ја докажеме, и тоа на два начина.

(1) Првиот доказ ќе биде со примена на *методот на совршена индукција*. Според овој метод теоремата се докажува така што се проверува дали левата страна на равенката има исти вредности со изразот од десната страна за сите комбинации на вредности што можат да ги имаат променливите.

A	B	C	$(A+B) \cdot (A+C)$	$(A+B \cdot C)$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

Таб. 6-8. Метод на совршена индукција.

Бидејќи во конкретниов случај фигурираат три променливи, следува дека ќе се појават вкупно  $2^3 = 8$  можни комбинации. За секоја од нив ќе ја пресметаме вредноста на логичкиот израз кој се наоѓа на левата страна од знакот за еднаквост:  $(A+B) \cdot (A+C)$ , и вредноста на изразот кој се наоѓа од десната страна:  $(A+B \cdot C)$ , а добиените резултати ќе ги запишуваме во табела. Ако за секоја комбинација на променливите се добие ист резултат, тоа значи дека теоремата е докажана. Од табелата 6-8 се забележува дека изразот  $(A+B) \cdot (A+C)$  има иста вредност како и изразот  $(A+B \cdot C)$  за било која комбинација на вредности што ги примаат променливите A, B и C, така што доказот е завршен.

(2) Вториот доказ ќе го изведеме *аналитички (алгебарски)*, со примена на аксиомите и претходно наведените теореми, при што ќе тргнеме од десниот дел на равенката и ќе го добиеме нејзиниот лев дел:

$$(A + B)(A + C) = AA + AC + AB + BC = A + AC + AB + BC = A + AB + AC + BC = A(1 + B) + AC + BC = A + AC + BC = A(1 + C) + BC = A + BC$$

Во Буловата алгебра исклучително значајно место заземаат и Де Моргановите закони или теореми. Тие можат да се напишат во следниов облик:

$$\overline{A + B + C + \dots} = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \dots, \quad \overline{A \cdot B \cdot C \dots} = \bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \dots \quad (\text{т. 6-10})$$

Од наведените изрази може да се констатира дека:

1. Комплементот на логичкиот збир на повеќе променливи може да се замени со логичкиот производ од комплементите на секоја поединечна променлива, и

2. Комплементот од логичкиот производ на повеќе променливи може да се замени со логичкиот збир од комплементите на секоја поединечна променлива.

Покрај претходно наведените теореми, важни се и следниве:

$$A + AB = A, \quad A(A + B) = A \quad (\text{т. 6-11})$$

$$A + \bar{A}B = A + B, \quad A(\bar{A} + B) = AB \quad (\text{т. 6-12})$$

$$AB + A\bar{B} = A, \quad (A + B)(A + \bar{B}) = A \quad (\text{т. 6-13})$$

$$AB + \bar{A}C = (A + C)(\bar{A}B), \quad (A + B)(\bar{A} + C) = AC + \bar{A}B \quad (\text{т. 6-14})$$

$$AB + \bar{A}C + BC = AB + \bar{A}C, \quad (A + B)(\bar{A} + C)(B + C) = (A + B)(\bar{A} + C) \quad (\text{т. 6-15})$$

$$AB + BC + \bar{B}C = AB + C, \quad (A + B)(B + C)(\bar{B} + C) = (A + B)C \quad (\text{т. 6-16})$$

Теоремите (т. 6-11), (т. 6-12) и (т. 6-13) се познати и како *теореме за апсорпција*.

На крај ќе ја наведеме и теоремата за развивање (*експанзија*):

$$Y(A, B, C, \dots) = [A \cdot Y(1, B, C, \dots)] + [\bar{A} \cdot Y(0, B, C, \dots)] \quad (\text{т. 6-17})$$

При упростувањето и решавањето на посложените логички изрази се употребуваат сите досега наведени аксиоми, закони и теореми. Да разгледаме неколку примери:

Пр. 1.  $ABC + AB\bar{C} + A\bar{B}C = A(BC + B\bar{C} + \bar{B}C) = A[B(C + \bar{C}) + \bar{B}C] = A(B + \bar{B}C) = A(B + C) = AB + AC$

Пр. 2.  $(A + B)(A + \bar{B})(\bar{A} + C) = (AA + A\bar{B} + AB + B\bar{B})(\bar{A} + C) = (A + A\bar{B} + AB)(\bar{A} + C) = [A(1 + B) + A\bar{B}](\bar{A} + C) = (A + A\bar{B})(\bar{A} + C) = A(1 + \bar{B})(\bar{A} + C) = AC$

Пр. 3.  $Y(A, B, C) = (A + B)[A(B + C) + AB + AC] = A(1 + B)[1(B + C) + 1B + 1C] + A(0 + B)[0(B + C) + 0B + 0C] = A(B + C + B + C) + AB(0 + 0 + 0) = A(B + C)$

## 6.4. ПРЕКИНУВАЧКИ ФУНКЦИИ И НИВНО ПРИКАЖУВАЊЕ

Секоја логичка променлива, чија вредност зависи од вредноста на други логички променливи, претставува логичка (прекинувачка) функција. Прекинувачките функции се прикажуваат на три начини: *табеларно* - со користење на т.н. **комбинациони табели (табели на вистинитост)**, потоа *аналитички (алгебарски)* со **логички равенки** и *графички* како **комбинациони (логички, прекинувачки мрежи)** со примена на **логички симболи** (стандаризирани блок-шеми). Во продолжение ќе биде обработено табеларното и аналитичкото претставување на функциите. Исто така и на графичката презентација ќе и биде посветено посебно внимание и простор во понатамошниот текст, бидејќи таа има исклучителна важност и води кон шематско прикажување на прекинувачките функции.

### 6.4.1. ТАБЕЛАРНО ПРЕТСТАВУВАЊЕ

При табеларната презентација најпрво се црта комбинационата табела или табелата на вистинитост во која во левиот дел се запишуваат имињата на сите независно променливи а во десниот дел од табелата се запишува името на функцијата или функциите ако ги има повеќе. Така се добиваат онолку колони колку што има вкупно независни и зависни променливи. Потоа по редици се запишуваат сите можни комбинации на вредностите, што можат да ги примат независните променливи. На крај за секоја комбинација се внесува вредноста на функцијата во соодветната колона.

Ако се претпостави дека е дадена функција која зависи од  $n$  променливи, тогаш во комбинационата табела ќе има  $n$  колони за независно променливите, и една колона за функцијата.

$i$	$AB$	$Y$
0	00	
1	01	
2	10	
3	11	

Таб. 6-9. Функција од две променливи.

$i$	$ABC$	$Y$
0	000	
1	001	
2	010	
3	011	
4	100	
5	101	
6	110	
7	111	

Таб. 6-10. Функција од три променливи.

Комбинациони табели на логички функции.

Бидејќи постојат вкупно  $N=2^n$  можни влезни комбинации, јасно е дека во табелата на вистинитост ќе се појават вкупно  $N=2^n$  редици. Секоја редица може да се означи во декаден облик со соодветен индекс " $i$ ", и тоа така што на првата редица и се придружува индексот 0, а на последната редица индексот  $(N-1)$ , т.е.  $(2^n-1)$ . Комбинационите табели на било која функција од 2, 3 и 4 променливи, редоследно се означени со таб. 6-9, таб. 6-10 и таб. 6-11.



$i$	$ABCD$	$Y$
0	0000	
1	0001	
2	0010	
3	0011	
4	0100	
5	0101	
6	0110	
7	0111	
8	1000	
9	1001	
10	1010	
11	1011	
12	1100	
13	1101	
14	1110	
15	1111	

Таб. 6-11. Комбинациона табела на логичка функција од четири променливи.

Вкупниот број на функции  $N_F$  кои можат да произлезат ако на располагање се  $n$  независни променливи изнесува:

$$N_F = 2^{2^n} \tag{6-18}$$

### 6.4.2. АНАЛИТИЧКО ПРИКАЖУВАЊЕ

Запишувањето во аналитички облик е познато од конвенционалната алгебра. Слично како таму, и во Буловата алгебра се формира одредена равенка која се вика **логичка, булова или прекинувачка равенка**. Имено, од левата страна на знакот за еднаквост „=“ се наведува функцијата (зависно променливата), а од десната страна независно променливите поврзани со знаците на логичките операции. Општо, секоја прекинувачка функција може да се напише на различни начини, така што некогаш се добива поедноставна, а некогаш посложена форма. Ние ќе се запознаеме со нормирани (стандардни, канонички) форми за пишување на логичките функции. Тоа се такви облици, чија структура е точно пропишана, а се викаат **нормални форми (НФ)**. Станува збор за аналитичко претставување на функциите во **дисјунктивна нормална форма (ДНФ)** и **конјуктивна нормална форма (КНФ)**.

**ДНФ** ја прикажува функцијата во облик на збир, т.е. сума ( $\Sigma$ ) од производи ( $\rho$ ) на независно променливите ( **$\Sigma\rho$** ). Парцијалниот производ се вика **минтерм (m)** (елементарен производ, полна или целосна конјукција), ако во него учествуваат сите независно променливи, независно од тоа дали тие се јавуваат во директен или комплементарен облик. Ако сите производи кои влегуваат во сумата на ДНФ

се минтерми, тогаш станува збор за **совршена ДНФ (СДНФ), ( $\Sigma m$ ). КНФ**, од друга страна, ја прикажува функцијата како производ ( $\Pi$ ) од зборовите, т.е. сумите ( $s$ ) на независно променливите ( $\Pi s$ ). Парцијалната сума се вика **макстерм (M)** (елементарна сума, полна или целосна дисјункција), ако таа претставува збир од сите независно променливи, при што тие можат да се јават во директен или комплементарен облик. Кога сите суми кои влегуваат во производот на КНФ се макстерми, тогаш се добива **совршена КНФ (СКНФ), ( $\Pi M$ )**.

Заради појаснување, ќе разгледаме неколку примери на функции кои зависат од три и четири променливи:

$Y = Y(A, B, C), Z = Z(D, G, H), F = F(X_1, X_2, X_3, X_4)$ . Кај ДНФ потцртаните членови се минтерми ( $m$ ), а кај КНФ тоа се макстерми ( $M$ ).

$$\text{СДНФ: } Y = \underline{ABC} + \overline{ABC} + \overline{ABC} \quad \text{ДНФ: } Y = \overline{ABC} + \overline{ABC} + \underline{ABC} + \overline{BC}$$

$$\text{КНФ: } Y = (A + \overline{B})(\overline{A} + \overline{B})(\overline{A} + C) \quad \text{СКНФ: } Y = (\underline{A + \overline{B} + C})(\overline{A + B + \overline{C}})$$

$$\text{КНФ: } Z = (\underline{\overline{D} + \overline{G} + H})(G + \overline{H}) \quad \text{ДНФ: } Z = \underline{\overline{DGH}} + \underline{D\overline{G}H} + GH + \overline{D}$$

$$\text{СДНФ: } \underline{X_1 X_2 \overline{X_3} \overline{X_4}} + \overline{X_1} X_2 X_3 X_4 + \overline{X_1} \overline{X_2} X_3 \overline{X_4}$$

$$\text{СКНФ: } (\underline{X_1 + \overline{X_2} + X_3 + \overline{X_4}})(\overline{X_1 + \overline{X_2} + \overline{X_3} + X_4})$$

*Нормалните форми се изведуваат многу брзо и едноставно, но најважна причина за нивната употреба е фактот што со нив функцијата се добива по две нивоа. Имено, кај ДНФ прво променливите логички се множат, а потоа сите резултати логички се собираат (И-ИЛИ). Кај КНФ е обратно: на првото ниво променливите логички се собираат, додека на второто ниво резултатите логички се множат (ИЛИ-И). Како што ќе видиме подоцна, ова е една многу битна особина.*

Меѓутоа, за нормалните форми треба да знаеме и тоа дека тие во општ случај се *редундантни форми*. Тоа се форми кои не ја претставуваат логичката функција во наједноставен и најкраток облик, бидејќи содржат поголем број членови од минимално потребниот број со кој се дефинира истата функција. Посебно, оние нормални форми кои имаат најмал број членови (суми, односно производи), и воедно секој од тие членови вклучува најмалку променливи, се дефинираат како минимални нормални форми: **МДНФ** и **МКНФ**. Овие форми треба да ја претставуваат логичката функција во најкраток и наједноставен облик.

#### 6.4.2.1. ЦЕЛОСНО ЗАДАДЕНИ ФУНКЦИИ

СДНФ и СКНФ вообичаено се означуваат на еден поедноставен аналитички облик со декадна нотација преку т.н. множество на индекси. Имено, наместо елементарните членови (производите, односно сумите) се користат ознаки за минтерм: „ $m$ “, односно макстерм „ $M$ “, а покрај нив се запишува соодветен индекс  $i_{1j}$ , односно  $i_{0k}$ . Индексот покрај минтермот  $i_{1j}$  одговара на редниот број на оние редици во кои вредноста на функцијата е 1, а индексот покрај макстермот  $i_{0k}$  одговара на редниот број на оние редици за кои вредноста на функцијата е 0, така што секогаш ќе важи  $j+k=N$ , каде  $N=2^n$ , што значи дека и двата индекса припаѓаат во опсегот од 0 до  $N-1$ :  $[0, 1, 2, \dots, 2^n-1]$ . Според ова СДНФ на функцијата се означува како сума од минтерми:  $Y = m_{i_{11}} + m_{i_{12}} + \dots + m_{i_{1j}}$ , додека СКНФ на функцијата се означува како производ од макстерми:  $Y = M_{i_{01}} M_{i_{02}} \dots M_{i_{0k}}$ .

Почесто се користи скратено претставување преку множествата на индекси на следниов начин. За СДНФ ќе имаме  $Y = \sum m(i_{11}, i_{12}, \dots, i_{1j})$  или  $f^{(1)} = (i_{11}, i_{12}, \dots, i_{1j})$  додека за СКНФ ќе се добие  $Y = \prod M(i_{01}, i_{02}, \dots, i_{0k})$  или  $f^{(0)} = (i_{10}, i_{10}, \dots, i_{1k})$ . Оние индекси кои не се појавуваат во СДНФ ќе фигурираат во СКНФ и обратно, затоа што ако функцијата нема вредност 1, тогаш таа има вредност 0.

Комбинационата табела за функција од три променливи е дадена во таб. 6-12, при што во посебни колони се означени сите минтерми, односно макстерми.

i	ABC	Y	m <sub>i</sub>	Минтерми	M <sub>i</sub>	Максетерми
0	000		m <sub>0</sub>	$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$	M <sub>0</sub>	A + B + C
1	001		m <sub>1</sub>	$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C$	M <sub>1</sub>	A + B + $\bar{C}$
2	010		m <sub>2</sub>	$\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}$	M <sub>2</sub>	A + $\bar{B}$ + C
3	011		m <sub>3</sub>	$\bar{A} \cdot B \cdot C$	M <sub>3</sub>	A + $\bar{B}$ + $\bar{C}$
4	100		m <sub>4</sub>	A · $\bar{B}$ · $\bar{C}$	M <sub>4</sub>	$\bar{A}$ + B + C
5	101		m <sub>5</sub>	A · $\bar{B}$ · C	M <sub>5</sub>	$\bar{A}$ + B + $\bar{C}$
6	110		m <sub>6</sub>	A · B · $\bar{C}$	M <sub>6</sub>	$\bar{A}$ + $\bar{B}$ + C
7	111		m <sub>7</sub>	A · B · C	M <sub>7</sub>	$\bar{A}$ + $\bar{B}$ + $\bar{C}$

Таб. 6-12. Минтерми и макстерми на функција од три променливи.

Од табелите се гледа дека секој макстерм претставува комплементарна вредност на соодветниот минтерм, и обратно, т.е. дека за секое  $i = (0, 1, 2, \dots, 2^n - 1)$  важи:

$$M_i = \overline{m_i} \tag{6-19}$$

Со следната комбинациона табела која е означена како таб. 6-13 се зададени три различни функции кои зависат од три исти променливи A, B, и C. Тоа се функциите:  $Y=Y(A,B,C)$ ,  $Z=Z(A,B,C)$ ,  $W=W(A,B,C)$  за кои се наведени различни нормални форми за некои од зададените функции кои нив ги опишуваат преку множества на индекси.

i	ABC	Y	Z	W
0	000	1	0	1
1	001	0	0	1
2	010	1	0	0
3	011	0	0	1
4	100	0	1	0
5	101	1	1	0
6	110	0	0	1
7	111	1	1	1

Таб. 6-13. Комбинациони табели на функциите Y, Z и W од три променливи.

$$\text{СКНФ: } Y = \prod M(1,3,4,6) = (A + B + \bar{C})(A + \bar{B} + \bar{C})(\bar{A} + B + C)(\bar{A} + \bar{B} + C)$$

$$\text{СДНФ: } Y = \sum m(0,2,5,7) = (\bar{A}\bar{B}\bar{C})(\bar{A}\bar{B}C) + (\bar{A}BC) + (ABC)$$

$$\text{СДНФ: } W = \sum m(0,1,3,6,7) = (\bar{A}\bar{B}\bar{C}) + (\bar{A}\bar{B}C) + (\bar{A}BC) + (AB\bar{C}) + (ABC)$$

$$\text{СКНФ: } Z = \prod M(0,1,2,3,6) = (A + B + C)(A + B + \bar{C})(A + \bar{B} + C)(A + \bar{B} + \bar{C})(\bar{A} + \bar{B} + C)$$

#### 6.4.2.2. НЕЦЕЛОСНО ЗАДАДЕНИ ФУНКЦИИ

Досега, секоја логичка функција ја дефинираваме со задавање на вредноста на функцијата за секоја комбинација на независно променливите, при што функцијата имаше вредност или 0 или 1.

$i$	$ABCD$	$F$
0	0000	x
1	0001	1
2	0010	1
3	0011	x
4	0100	x
5	0101	x
6	0110	0
7	0111	0
8	1000	1
9	1001	0
10	1010	1
11	1011	1
12	1100	0
13	1101	0
14	1110	0
15	1111	x

Меѓутоа, во праксата често пати можат да се сретнат и *нецелосно (некомплетно) зададени функции*. За да се случи ова постојат две различни причини. Како прво, понекогаш не е важно каква вредност има функцијата за една или повеќе комбинации од влезните променливи. Од друга страна, се случува и некои комбинации на независно променливите никогаш да не се појават.

И во двете ситуации може да се земе дека не е важно каква ќе биде вредноста на функцијата за одредени влезни комбинации. Ваквите вредности на функцијата се нарекуваат “неважни” (анг. “don’t care”) и во литературата се означуваат со различни симболи, како на пр. „/”, „\”, „-”, „b”, „X” или „X”. Ние во понатамошното излагање ќе го користиме симболот „X”.

Табелата на вистинитост за една некомплетно зададена функција од четири променливи  $F=F(D,C,B,A)$  е претставена во таб. 6-14.

Таб. 6-14. Комбинациона табела на некомплетно дефинирана функција  $F(D,C,B,A)$ .

Нејзината претстава со множество на индекси во СДНФ и СКНФ облик ќе биде:

$$F = \sum m(1,2,8,10,11) + \sum_{xm} x(0,3,4,5,15) \text{ и } F = \prod M(6,7,9,12,13,14) \prod_{xm} x(0,3,4,5,15).$$

#### 6.4.3. ПРЕМИНУВАЊЕ ОД ЕДЕН ОБЛИК ВО ДРУГ

Без оглед на тоа дали функцијата е позната преку табелата на вистинитост или аналитички, релативно лесно може да се премине од едниот во другиот облик.

Кога функцијата е дадена табеларно, можат да се изведат и двете форми на нејзиното аналитичко претставување: совршената дисјунктивна нормална форма (СДНФ) и совршената конјунктивна нормална форма (СКНФ). *СДНФ се добива така што се пишува збирот на онолку минтерми, колку што во*

табелата постојат редици за кои вредноста на функцијата изнесува 1. Во минтермите независно променливите се појавуваат во директен облик (номинален, некомплементирани) ако во соодветната редица имаат вредност 1, а комплементирани ако нивната вредност е 0, како што може да се види и од примерот што следува. Станува збор за комбинационите табели таб. 6-15 а) б) на функциите  $Y(A,B,C)$ ,  $Z(A,B,C)$  од каде произлегува нивниот СДНФ облик:

$$Y = \sum m(0,3,7) = (\overline{A}\overline{B}\overline{C}) + (\overline{A}BC) + (ABC)$$

$$Z = \sum m(1,2,3,4) = (\overline{A}B\overline{C}) + (\overline{A}BC) + (\overline{A}B\overline{C}) + (\overline{A}B\overline{C})$$

$i$	$ABC$	$Y$
0	000	1
1	001	0
2	010	0
3	011	1
4	100	0
5	101	0
6	110	0
7	111	1

а)  $Y(A,B,C)$ .

$i$	$ABC$	$Z$
0	000	0
1	001	1
2	010	1
3	011	1
4	100	1
5	101	0
6	110	0
7	111	0

б)  $Z(A,B,C)$ .

Таб. 6-15. Комбинациони табела на прекинувачки функции од три променливи.

СКНФ се добива така што се пишува производ од онолку макстерми колку што во табелата има редици во кои вредноста на функцијата е 0. Сега во макстермот се комплементира онаа променлива чија вредност во соодветната редица е 1, додека онаа променлива чија вредност е 0 се пишува во директен облик. Добивањето на СКНФ формата илустрирана е на претходниот пример на функциите  $Y$  и  $Z$  од таб. 6-15:

$$Y = \prod M(1,2,4,5,6) = (A + B + \overline{C})(A + \overline{B} + C)(\overline{A} + B + C)(\overline{A} + B + \overline{C})(\overline{A} + \overline{B} + C)$$

$$Z = \prod M(0,5,6,7) = (A + B + C)(\overline{A} + B + \overline{C})(\overline{A} + \overline{B} + C)(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C})$$

Правилно е да се употреби онаа форма која дава помал број минтерми, односно макстерми затоа што е погодна за понатамошно упростување.

Кога функцијата е дадена аналитички, со логичка равенка, премиот во табеларен облик се прави на следниов начин. Прво се црта комбинационата табела во која по колони се наведуваат независно променливите, потоа функцијата, и по редици се запишуваат сите можни комбинации на независно променливите. Понатаму, во зададената равенка последователно се заменува секоја влезна комбинација и се пресметува вредноста на функцијата. Оваа вредност се запишува во табелата во колоната на функцијата кај соодветната редица.

Да разгледаме еден пример на преминување од аналитички во табеларен облик. Зададена е функцијата  $W$  која зависи од три променливи  $A, B, C$ :  $W = \overline{A}\overline{B}C + ABC + A\overline{B}$ . Вредноста на функцијата за секоја влезна комбинација ќе ја пресметаме подолу, почнувајќи од влезната комбинација  $ABC=0$  до  $ABC=111$ .

Табелата на вистинитост за оваа функција е означена со таб. 6-16.

$i$	$ABC$	$W$
0	000	0
1	001	0
2	010	0
3	011	0
4	100	1
5	101	1
6	110	0
7	111	1

Кога  $A=0, B=0, C=0$  тогаш  $W=010+000+01=0$ ;

Кога  $A=0, B=0, C=1$  тогаш  $W=011+001+01=0$ ;

Кога  $A=0, B=1, C=0$  тогаш  $W=000+010+00=0$ ;

Кога  $A=0, B=1, C=1$  тогаш  $W=001+011+00=0$ ;

Кога  $A=1, B=0, C=0$  тогаш  $W=110+100+11=1$ ;

Кога  $A=1, B=0, C=1$  тогаш  $W=111+101+11=1$ ;

Кога  $A=1, B=1, C=0$  тогаш  $W=100+110+10=0$ ;

Кога  $A=1, B=1, C=1$  тогаш  $W=101+111+10=1$ .

Таб. 6-16. Комбинациона табела на прекинувачка функција од три променливи  $W(A,B,C)$ .

Преминувањето од еден аналитички облик во друг може да се изврши на различни начини. Тоа зависи од појдовниот (зададениот) облик на функцијата и од тоа каков треба да биде нејзиниот конечен облик.

Ќе наведеме два примери за тоа како од НФ може да се премине во СНФ. Нека се дадени две функции:  $Z = Z(A,B,C)$  во следните форми:  $Y = A\bar{B} + C$ ,  $Z = (A + \bar{B} + C)B$ . Првата функција е дадена во ДНФ и од неа треба да се добие СДНФ, а од втората која е дадена во КНФ треба да се добие СКНФ.

$$\begin{aligned} \text{Пр. 1. } Y &= A\bar{B} + C = A\bar{B}1 + 11C = A\bar{B}(C + \bar{C}) + 1(B + \bar{B})C = A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + 1(BC + \bar{B}C) = \\ &= A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + (A + \bar{A})(BC + \bar{B}C) = A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + ABC + A\bar{B}C + \bar{A}BC + \bar{A}\bar{B}C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z &= (A + \bar{B} + C)B = (A + \bar{B} + C)(0 + B + 0) = (A + \bar{B} + C)(A\bar{A} + B + 0) = (A + \bar{B} + C) \\ &[(A + B)(\bar{A} + B) + 0] = (A + \bar{B} + C)[(A + B)(\bar{A} + B) + C\bar{C}] = (A + \bar{B} + C) \\ \text{Пр. 2. } &\{[(A + B)(\bar{A} + B) + C][(A + B)(\bar{A} + B) + C]\} = (A + \bar{B} + C)(A + B + C)(\bar{A} + B + C) \\ &(A + B + \bar{C})(\bar{A} + B + \bar{C}) \end{aligned}$$

Преминувањето во обратна насока од СНФ во НФ, практично претставува одредено упростување на зададената функција, а може да се изведе со примена на претходно наведените теореми. Следниве примери покажуваат како може да се упрости функцијата  $U(X,Y,Z)$  дадена во СДНФ облик и  $V=X,Y,Z$  зададена во СКНФ облик.

$$\begin{aligned} \text{Пр. 3. } U(X,Y,Z) &= X\bar{Y}Z + X\bar{Y}\bar{Z} + XYZ + \bar{X}YZ + \bar{X}\bar{Y}Z = X\bar{Y}(Z + \bar{Z}) + YZ(X + \bar{X}) + \bar{X}\bar{Y}Z = \\ &= X\bar{Y} + YZ + \bar{X}\bar{Y}Z = X\bar{Y} + Z(Y + \bar{X}\bar{Y}) = X\bar{Y} + Z(\bar{X}Y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Пр. 4. } V(X,Y,Z) &= (X + \bar{Y} + Z)(X + Y + Z)(X + Y + \bar{Z})(\bar{X} + Y + \bar{Z}) = [(X + Z) + Y\bar{Y}] \\ &[(Y + \bar{Z})X + \bar{X}] = (X + Z)(Y + \bar{Z}) \end{aligned}$$

Од примериве е очигледно дека добиените резултати се минимални нормални форми (МНФ), што значи дека веќе се навлегува во проблематиката на минимизација на прекинувачките функции. Тоа е едно комплексно прашање кое во поголеми детали ќе биде обработено понатаму.

Преминувањето од една НФ во друга може да се изврши со примена на дистрибутивниот закон. Меѓутоа, тоа може да биде доста макотрпна работа, па ние ќе го користиме преминот преку множеството на индекси. Преминувањето од ДНФ во КНФ, или обратно, се врши редоследно така што се преминува преку СНФ. Така, функцијата која е зададена во КНФ прво се проширува во аналитичка СКНФ, и потоа тој СКНФ облик се запишува во форма на множество на индекси. Понатаму се изведува СДНФ формата на функцијата преку множеството на индекси, која се запишува во СДНФ аналитички облик, кој конечно се упростува со примена на соодветни теореми. За премин од ДНФ во КНФ се постапува обратно, т.е. се почнува од ДНФ во СДНФ, па во СКНФ и на крај се добива КНФ. И за двата случаи во продолжение е даден по еден пример.

Пр. 1.  $F_1(A, B, C) = A + B\bar{C} + \overline{ABC} = A11 + 1B\bar{C} + \overline{ABC} = A(B + \bar{B})(C + \bar{C}) + (A + \bar{A})B\bar{C} + \overline{ABC} = (AB + A\bar{B})(C + \bar{C}) + AB\bar{C} + \overline{ABC} + \overline{ABC} = ABC + AB\bar{C} + A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + \overline{ABC} = \sum m(7, 6, 5, 4, 6, 2, 1) = \sum m(1, 2, 4, 5, 6, 7)$

Пр. 2.  $F_2(A, B, C) = \prod M(0, 3) = (A + B + C)(A + \bar{B} + \bar{C}) = A + (B + C)(\bar{B} + \bar{C}) = A + B\bar{B} + B\bar{C} + \bar{B}C + C\bar{C} = A + B\bar{C} + \bar{B}C$

Пр. 3.  $F_3(A, B, C) = A(\bar{B} + C)(A + B + \bar{C}) = (A + 0 + 0)(0 + \bar{B} + C)(A + B + \bar{C}) = (A + B\bar{B} + C\bar{C}) + (A\bar{A} + \bar{B} + C)(A + B + \bar{C}) = [(A + B)(A + \bar{B}) + C\bar{C}](A + \bar{B} + C) + (\bar{A} + \bar{B} + C)(A + B + \bar{C}) = (A + B + C)(A + \bar{B} + \bar{C})(A + \bar{B} + C)(\bar{A} + \bar{B} + C)(A + B + \bar{C}) = \prod M(0, 3, 2, 6, 1) = \prod M(0, 1, 2, 3, 6)$

Пр. 4.  $F_4(A, B, C) = \sum m(4, 5, 7) = A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + ABC = A\bar{B}1 + ABC = A\bar{B} + ABC$

### 6.5. СТАНДАРДНИ ЛОГИЧКИ ФУНКЦИИ

Логичките функции кои ги извршуваат основните логички операции И, ИЛИ и НЕ (комплементирање, инвертирање), како и функциите кои ги извршуваат операциите НИ и НИЛИ, потоа ЕКСИЛИ (ИСКИЛИ) и ЕКСНИЛИ (ИСКНИЛИ), се од особена важност. Заради тоа ќе ги прикажеме уште еднаш со нивните табели на вистинитост таб. 6-17 а), б), в), г), д), е) и е), вклучувајќи ги и нивните аналитички форми.

Гледајќи ги табелите на функциите ЕКСИЛИ и ЕКСНИЛИ можеме да заклучиме дека овие две логички функции можат да се применат за детектирање на нееднаквост, односно на еднаквост.

A	B	A + B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

а) ИЛИ

A	B	A · B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

б) И

A	$\bar{A}$
0	1
1	0

в) НЕ (Комплементирање)

Таб. 6-17. Стандардни логички функции.

A	B	$\overline{A+B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

г) НИЛИ

A	B	$\overline{A \cdot B}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

д) НИ

A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

ѓ) ЕКСИЛИ

A	B	$\overline{A \oplus B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

е) ЕКСНИЛИ

Таб. 6-17. Стандардни логички функции.

Имено, функцијата ЕКСИЛИ има вредност 1 само ако променливите A и B меѓусебно се разликуваат, т.е. ако  $A=0$  и  $B=1$  или ако  $A=1$  и  $B=0$ , додека кога A и B се еднакви функцијата ЕКСИЛИ дава резултат 0. Од друга страна функцијата ЕКСНИЛИ се однесува спротивно бидејќи нејзината вредност е 1 само ако променливите A и B меѓусебно се еднакви, т.е. ако  $A=0$  и  $B=0$  или  $A=1$  и  $B=1$ , додека ако се различни, вредноста на ЕКСНИЛИ е 0. Покрај ова, од табелата на функцијата ЕКСИЛИ може да се забележи и тоа дека таа може да се користи за аритметичко собирање во бинарниот броен систем бидејќи ги исполнува правилата за собирање на бит со бит. Двете претходно посочени функции можат да се претстават и во аналитички облик со логички равенки применувајќи ги на основните логички функции ИЛИ, И и НЕ (комплементирање).

$$Y_{\text{ЕКСИЛИ}} = A \oplus B = A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B \quad (6-20)$$

$$Y_{\text{ЕКСНИЛИ}} = \overline{A \oplus B} = A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B} \quad (6-21)$$

**Множеството на оние прекинувачки функции со чија комбинација може да се реализира било која сложена функција се вика функционално потполн систем на логички функции.**

Таков систем, на пример е множеството од елементарните функции И, ИЛИ и НЕ, бидејќи со нив може да се изрази било која друга сложена прекинувачка функција. Во изведувањето што следи покажано е на кој начин може НЕ, И и ИЛИ функциите да се изразат само со помош на НИ функцијата:

$$\overline{A} = \overline{A + A} = (\overline{A \cdot A}) \quad (6-22)$$

$$AB = (\overline{\overline{A \cdot B}}) \quad (6-23)$$

$$A + B = (\overline{\overline{A + B}}) = (\overline{A \cdot B}) \quad (6-24)$$

На сличен начин ќе покажеме дека основните логички функции можат да се изведат и само со НИЛИ функцијата:

$$\overline{A} = \overline{A \cdot A} = (\overline{A + A}) \quad (6-25)$$

$$AB = (\overline{\overline{A \cdot B}}) = (\overline{\overline{A + B}}) \quad (6-26)$$

$$A + B = (\overline{\overline{A + B}}) \quad (6-27)$$



Според ова, секоја сложена прекинувачка функција може да се реализира и само со примена на функцијата НИ, или само со примена на функцијата НИЛИ. Ова значи дека и функцијата НИ, т.е. функциите НЕ и И формираат функционално потполн систем. Истото важи и за функцијата НИЛИ, т.е. функциите НЕ и ИЛИ. Групата функции кои го сочинуваат функционално потполниот систем се нарекуваат **универзални функции**.

Конечно може да извлечеме еден многу важен заклучок, а тоа е дека со употребата на универзалните логички функции: И, ИЛИ и НЕ, потоа само со НИ, или само со НИЛИ може да се претстави било која прекинувачка функција. Ваквата констатација одигра клучна улога во производството на електронски елементи и компоненти кои практично реализираат најразлични логички функции.

## ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ ЗА ПОВТОРУВАЊЕ

- 6-1. Што претставува Буловата алгебра?
- 6-6. Наведи ги аксиомите на Хантингтон?
- 6-3. Како се спроведува принципот на дуалност?
- 6-4. Наброј ги основните логички операции.
- 6-5. Според кој приоритет се извршуваат логичките операции при решавањето на логичките изрази?
- 6-6. Дефинирај ги наведените логички функции со нивните табели на вистинитост и во аналитички облик со логички равенки: И, ИЛИ, НЕ (комплементирање), НИ, НИЛИ, ЕКСИЛИ и ЕКСНИЛИ.
- 6-7. Докажи ги теоремите (т. 6-12), (т. 6-14) и (т. 6-15) (а) по аналитички пат; (б) со методот на совршена индукција; (в) со примена на теоремата за експанзија.
- 6-8. Дадените логички изрази упрости ги по аналитички пат: (а)  $1 + \bar{A}B + \bar{A}BC + B\bar{C}$ ; (б)  $0 + A\bar{B}D + \bar{B}D + C$ ; (в)  $1(BC + \bar{B}C)$ ; (г)  $0(\bar{A}BC + \bar{A}B + BC + ABC\bar{C} + \bar{A}C)$ .
- 6-9. Следните логички изрази упрости ги по аналитички пат: (а)  $\overline{(\bar{A} + B + C)(A + \bar{B})}C$ ; (б)  $\overline{(\bar{A} + B + C)(A + \bar{B})}$ ; (в)  $\overline{(\bar{A}B)} + (ABC)$ ; (г)  $\overline{(\bar{A}B)} + (ABC) + C$ .
- 6-10. Наброј ги облиците во кои може да се зададе било која прекинувачка функција.
- 6-11. Детално опиши го изгледот на комбинационата табела за секоја логичка функција  $Y$  од  $n$  променливи. Колкав е бројот на редици и колони? Што се внесува во нив? Што е индекс и во кој опсег се движи? Според кој принцип редиците од табелата се нумерираат со индекси?
- 6-12. Наведи ги нормираните форми со кои може да се опише секоја логичка функција во аналитички облик.
- 6-13. Каков е ДНФ обликот на функцијата? Што претставува?
- 6-14. Што е импликанта? Што е минтерм?
- 6-15. Што претставува СДНФ?
- 6-16. Каков е КНФ обликот на функцијата? Што претставува?
- 6-17. Што е макстерм?
- 6-18. Што претставува СКНФ?

$i$	$ABC$	$F_1$	$F_2$	$F_3$
0	000	0	1	0
1	001	1	1	1
2	010	0	1	x
3	011	1	x	1
4	100	0	0	x
5	101	1	x	x
6	110	1	0	1
7	111	0	0	0

6-19. Со дадената табела на вистинитост се претставени три функции  $F_1(A,B,C)$ ,  $F_2(A,B,C)$  и  $F_3(A,B,C)$  од по три променливи. За секоја од нив напиши ги нивните СДНФ и СКНФ облици преку множествата на индекси.

Комбинациони табели на логичките функции  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  од задача 6-19.

- 6-20. За секоја од дадените функции потцртај ги сите минтерми, односно макстерми, а потоа одговори кои функции се наведени во облик на ДНФ, СДНФ, КНФ односно СКНФ: (а)  $F_1(A,B,C) = ABC + \overline{ABC}$ ; (б)  $F_2(A,B,C) = \overline{ABC} + \overline{ABC} + \overline{CB}$ ; (в)  $Y(A,B,C) = (A+B+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})$ ; (г)  $Z(A,B,C) = (A+C)(\overline{A}+\overline{B})(B+\overline{C})$ .
- 6-21. За следниве функции зададени во аналитички ДНФ и КНФ облик (а)  $F_1(X_1, X_2, X_3) = X_1 X_2 \overline{X_3} + \overline{X_1} \overline{X_2}$ , (б)  $F_2(X_1, X_2, X_3) = (X_1 + \overline{X_2} + X_3)(\overline{X_2} + \overline{X_3})$ , (в)  $Y(A,B,C) = AB + \overline{AC}$ , (г)  $Z(A,B,C) = (A+C)(\overline{A}+B)$  (1) состави им ги нивните табели на вистинитост; (2) прикажи ги преку множествата на индекси; (3) прикажи ги во СДНФ и СКНФ облици.
- 6-22. Зададените функции во СДНФ и СКНФ облик упрости ги по аналитички пат: (а)  $Y(A,B,C) = \overline{ABC} + \overline{ABC}$ ; (б)  $Z(A,B,C) = (A+B+C)(A+\overline{B}+C)(\overline{A}+\overline{B}+C)$ .
- 6-23. Изврши премин по аналитички пат од ДНФ во СКНФ облик на функциите: (а)  $Y(A,B,C,D) = \overline{BC} + \overline{ABD}$ ; (б)  $Y(A,B,C,D) = \overline{ABD} + CD$ .
- 6-24. Изврши премин по аналитички пат од КНФ во СДНФ облик на функциите: (а)  $Z(A,B,C,D) = (\overline{B}+D)(A+B+\overline{D})$ ; (б)  $Z(A,B,C,D) = (A+B+D)(\overline{C}+\overline{D})$ .
- 6-25. Кои логички функции влегуваат во состав на множеството на функционално потполн систем на логички функции?
- 6-26. Наброј ги универзалните функции.
- 6-27. Изрази ги основните функции НЕ, И и ИЛИ со функцијата (а) НИ (б) НИЛИ.

## 6.6. МИНИМИЗАЦИЈА НА ПРЕКИНУВАЧКИ ФУНКЦИИ

Веќе видовме дека постојат различни *нормални форми* (НФ) на една иста прекинувачка функција. Овие НФ не содржат подеднаков број на променливи и операции, па природно е да ја избереме онаа НФ која содржи минимален број членови (суми, односно производи) и минимален број на променливи по член. Постапката со која некоја зададена функција се доведува во минимална форма се вика минимизација на прекинувачките функции. Јасно, како последица од минимизацијата треба да се добие МДНФ, односно МКНФ на дадената функција.

*Едниот начин за да се изврши минимизацијата е аналитички, со директна примена на алгебарските трансформации користејќи ги правилата на Буловата алгебра со кои можат да се упростат логичките изрази. Фактички, при овој начин на минимизирање на прекинувачките функции се преминува од еден аналитички облик во друг.*

Во процесот на минимизирање се тргнува од некоја НФ на функцијата, најчесто тоа е СНФ, и треба да се добие МНФ. Меѓутоа, овој метод е доста комплициран и не претставува сигурен пат кој ќе не донесе до минималниот облик на прекинувачката функција.

Освен аналитичката минимизација постојат и други начини за минимизирање на логичките функции, од кои ќе го спомнеме т.н. метод на Карноови карти кој ја минимизира функцијата по графички пат. Овој метод најчесто се користи за минимизирање на функции кои зависат од најмногу пет променливи, а вообичаено се користи за функции од три или четири променливи.

За функциите кои треба да се минимизираат, а зависат од произволен број променливи се применува еден друг табеларен метод кој се вика *метод на Квајн Мек Класки (Quine McCluskey)*, или табеларен метод. Овој метод се користи при минимизирање на функции со поголем број променливи и доста е згоден за употреба кога сакаме процесот на минимизација да го автоматизираме, користејќи компјутер.

### 6.6.1. АНАЛИТИЧКИ МЕТОД НА МИНИМИЗАЦИЈА

*Аналитичкиот (алгебарскиот) метод за минимизација на прекинувачките функции всушност претставува упростување на зададен логички израз за што е веќе пишувано претходно во учебников. Во врска со ова, проблемот на аналитичка минимизација на логичките функции најдобро ќе го разбереме ако обработиме уште неколку конкретни примери. При користењето на овој метод најважно е да се знаат теоремите на Буловата алгебра, кои овде треба да се користат како правила за поедноставување при процесот на минимизација.*

$$\begin{aligned} \text{Пр. 1. } F_1(A, B, C, D) &= \overline{A + B + C + D} + ABC + \overline{ABD} + A\overline{C} + ABC + AB\overline{D} + \overline{AC} = \\ &= \overline{ABCD} + \overline{ABD} + \overline{AC} + ABC + AB\overline{D} + \overline{AC} = \overline{A}(\overline{BCD} + C) + \overline{ABD} + \\ &+ A(BC + \overline{C}) + AB\overline{D} = \overline{ABD} + \overline{ABD} + \overline{AC} + \overline{AB} + A\overline{C} + AB\overline{D} = \overline{AB}(D + \overline{D}) + \\ &+ \overline{AC} + AB(1 + \overline{D}) + A\overline{C} = \overline{AB} + \overline{AC} + AB + A\overline{C} = \overline{A}(\overline{B} + C) + A(B + \overline{C}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Пр. 2. } F_2(A, B, C) &= AB + \overline{AC} + BC = AB + \overline{AC} + (A + \overline{A})BC = AB(1 + C) + \overline{AC}(1 + B) = \\ &= AB + \overline{AC} \end{aligned}$$

Функцијата од вториот пример  $F_2(A, B, C, D)$  може да се минимизира и со примена на теоремата за експанзија:

$$\begin{aligned} \text{Пр. 3. } F_2(A, B, C) &= AB + \overline{AC} + BC = A(1B + 1\overline{C} + BC) + \overline{A}(0B + 0\overline{C} + BC) = \\ &= A(B + 0 + BC) + \overline{A}(0 + C + BC) = AB(1 + C) + \overline{AC}(1 + B) = AB + \overline{AC} \end{aligned}$$

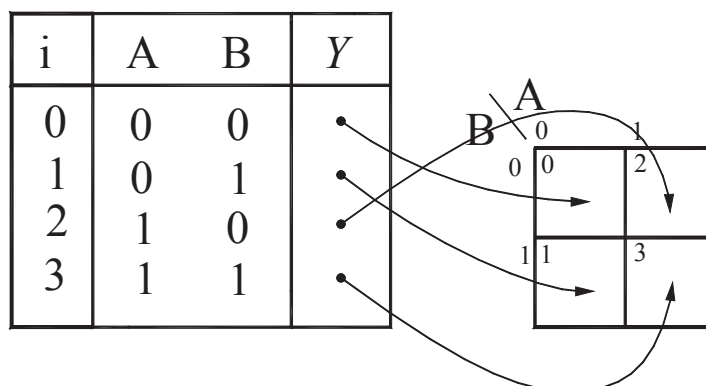
Со изведената минимизација практично се докажува теоремата (т. 6-15).

### 6.6.2. КАРНООВ МЕТОД НА МИНИМИЗАЦИЈА

Овој метод е доста едноставен и практичен, и заради тоа многу често се користи. *Минимизацијата се изведува по графички пат, така што функцијата се претставува со помош на една специјална табела која се вика Карноова карта (КК).*

За да се почне со работа, неопходно е за функцијата да се формира соодветна КК која се изведува од табелата на вистинитост на функцијата. КК претставува полигон со одреден број полиња (квадратчиња). За да се претстави било која редица од комбинационата табела на зададената прекинувачка функција, доволно е само едно поле од КК. *Значи само со едно квадратче може да се претстави еден минтерм, односно еден макстерм од зададената функција.* КК овозможува упростување на логичките функции на многу едноставен начин: со помош на визуелно испитување на КК.

За да ја објасниме врската која постои меѓу КК и табелата на вистинитост, најпрво ќе го прикажеме наједноставниот случај, а тоа е изгледот на КК за функција од две променливи  $Y(A,B)$  и нејзината табела на вистинитост дадени на сл. 6-1.



Сл. 6-1. Карноова карта и табела на вистинитост и на функција од две променливи

Ќе претпоставиме дека колоната во која треба да се внесат вредностите на функцијата е непополнета, затоа што сега сакаме да објасниме само како ќе изгледа КК. Од сликата се гледа дека за функција од две променливи КК има вкупно  $2^2 = 4$  полиња. Понатаму во децимална нотација, преку индексите, се означува секоја редица од табелата на вистинитост и секое поле од прикажаната КК. Вака означената КК може да се користи како замена на комбинационата табела.

Сега полињата од КК треба да се пополнат со вредностите на функцијата. Тоа пополнување оди на два различни начини:

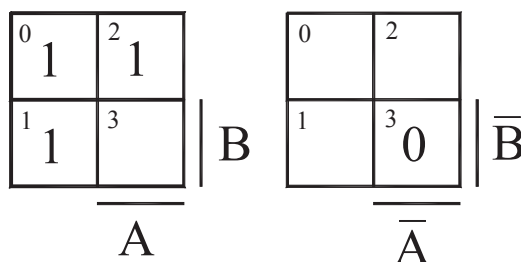
1. Во нацртаната КК може да се пополнат со 1 само оние полиња на кои им одговара 1 во соодветната редица од вредноста на функцијата. На овој начин функцијата е прикажана во СДНФ облик, т.е. со сума од минтерми и

2. Функцијата може да се прикаже и во СКНФ облик, т.е. со производ од макстерми ако во КК се пишуваат 0 само во оние полиња кои одговараат на редиците за кои вредноста на функцијата е 0.

Како еден пример, табелата 6-18 ја претставува комбинационата табела на функцијата НИ, додека сл. 6-2 а) ја прикажува нејзината КК во СДНФ, бидејќи се пополнети полињата со вредност 1. Сликата 6-2 б) ја претставува НИ функцијата во СКНФ облик, бидејќи во КК се пополнети полињата со вредност 0.

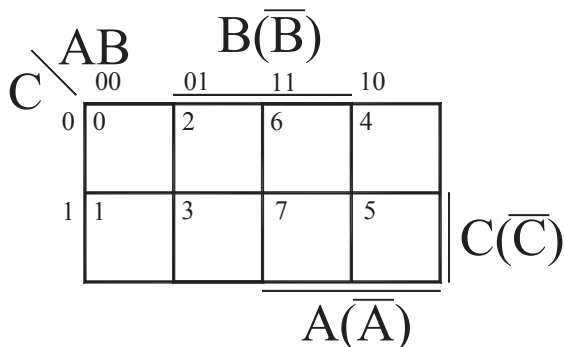
i	A	B	Y
0	0	0	1
1	0	1	1
2	1	0	1
3	1	1	0

Таб. 6-18. Табела на вистинитост на НИ функцијата.

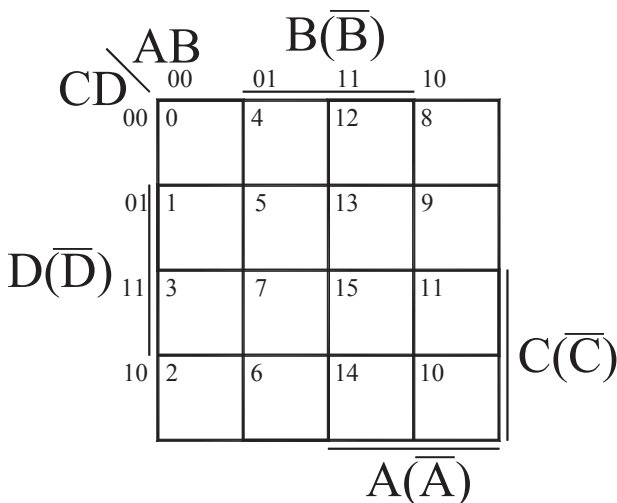


а) СДНФ облик. б) СКНФ облик.  
Сл. 6-2. Карноови карти на НИ функцијата.

КК за функција од три променливи има  $2^3 = 8$  полиња, а нејзиниот изглед е прикажан на сл. 6-3, додека КК за функција од четири променливи е дадена на сл. 6-4 од каде се забележува дека таа има  $2^4 = 16$  полиња.



Сл. 6-3. Карнова карта на функција од три променливи.



Сл. 6-4. Карнова карта на функција од четири променливи.

За секоја КК треба да се запомни индексот на секое поле затоа што тој индекс одговара на соодветна редица од табелата на вистинитост за дадената функција, но означувањето е прилично едноставно. Имено, ако КК се однесува на СДНФ обликот на функцијата таа се пополнува со единици. Тогаш ги наведуваме променливите во директен облик покрај страниците на КК, така што означувањето почнува од првата променлива долу десно, втората горе, третата десно и четвртата лево. За секоја страница, една половина од сите полиња ги покрива одредена променлива во директен облик што е означено со црточка покрај страницата на КК, додека другата половина од полињата се покриени со комплементарниот облик на променливата. Ако во КК се внесат нулите на функцијата, таа се разгледува во СКНФ облик и тогаш променливите покрај црточките се наведуваат во комплементиран облик, а за непокриените полиња нивниот облик ќе биде директен. Ваквото означување најмногу и ќе го употребуваме во излагањето што следува.

	B				
	0	4	12	8	
D	1	5	13	9	C
	3	7	15	11	
	2	6	14	10	
	A				

Најважна особина кај КК е таа што полињата кои меѓусебно се допираат, хоризонтално или вертикално, одговараат на минтерми, односно макстерми, кои се разликуваат само во една променлива, врз основа на Грејовиот код. Оваа променлива се јавува во директен облик во членот кој одговара на едното поле, а во комплементирана форма во членот кој соодветствува на другото. Ваквите полиња ќе можат да се спојат (здружат) и затоа ќе ги викаме **споени полиња**. За да го видиме упростувањето кое го нуди оваа особина ќе разгледаме еден пример за функцијата  $Y = Y(A, B, C, D)$  чија КК е прикажана на сл. 6-5.

Сл. 6-5. Пример на КК за функција од четири променливи  $Y(A, B, C, D) = \sum m(1, 2, 3, 8, 12)$ .

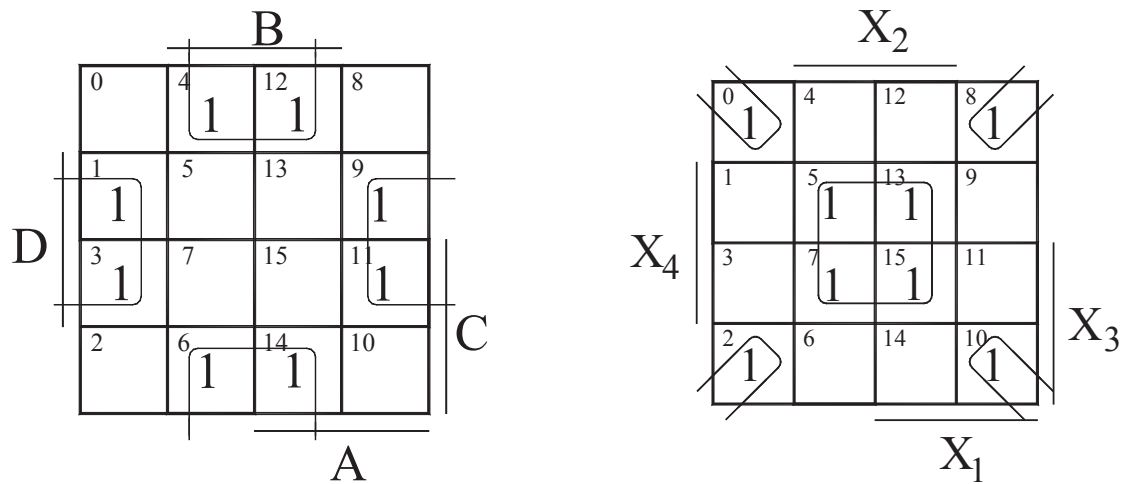
Од сликата сл. 6-5 се гледа дека и двата минтерма  $m_8 = \overline{A}\overline{B}\overline{C}D$ ,  $m_{12} = A\overline{B}\overline{C}D$  се наоѓаат во споени полиња. Минтермите меѓусебно се разликуваат во тоа што променливата B во едниот член се јавува комплементирана, а во другиот член таа е во директен облик, т.е. некомплементирана. Ако овие два минтерми ги собереме ќе добиеме:  $\overline{A}\overline{B}\overline{C}D + A\overline{B}\overline{C}D = \overline{A}\overline{C}D(B + \overline{B}) = \overline{A}\overline{C}D$ .

Забележуваме дека и двата минтерми, кај кои фигурираа по четири променливи, можат да се заменат со единствен член кој вклучува само три променливи, бидејќи се елиминирала променливата B. Овој принцип може да се применува за било кои други две полиња кои се пополнети со 1, а се споени (се наоѓаат едно до друго по хоризонтала или по вертикала).

Значи КК овозможува лесно препознавање на оние комбинации од минтерми кои можат да се заменат со попусти изрази, и тоа со помош на геометриска визуализација. Општо земено, секој пар споени минтерми може да се комбинира во единствен член кој содржи една променлива помалку отколку самите минтерми. Овој член се добива така што од минтермите кои ги презентираат споените полиња се исфрла онаа променлива која се јавува некомплементирана во едниот минтерм, а комплементирана во другиот.

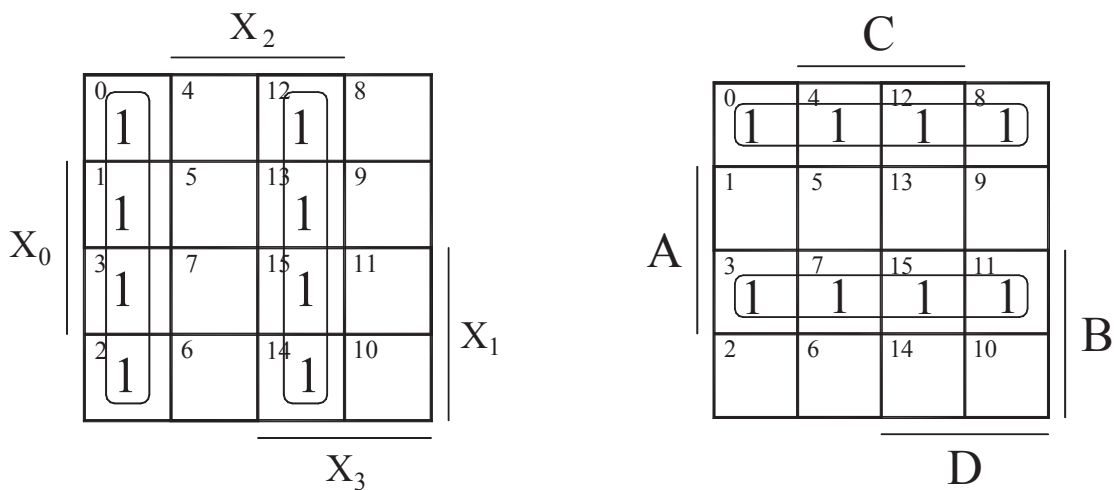
Треба да нагласиме и тоа дека споени полиња не се само оние кои геометриски се допираат, туку такви полиња се и оние кои ги претставуваат минтермите, кои се разликуваат само во појавниот облик (директен или комплементиран) на една променлива. Врз основа на ова произлегува фактот дека секое поле кое се наоѓа во најлевата колона на било која редица е споено со полето кое се наоѓа во најдесната колона од истата редица, и секое поле кое се наоѓа во најгорната редица од било која колона е споено со полето кое се наоѓа во најдолната редица и истата колона. Забележано накратко, ова значи дека горниот раб од КК се допира со долниот, а левиот со десниот. Крајните дијагонални полиња (четирите ќошиња) се споени полиња, но крајните две полиња од секоја дијагонала не се споени полиња.

Видовме како две споени полиња од КК можат да дадат член кој елиминира една променлива. Слично може да се покаже дека секогаш кога ќе се појават споени  $N=2^n$  полиња, од нив може да се добие само еден член кај кој се елиминирани  $n$  променливи, и тоа оние што се јавуваат еднаш во комплементарна, а еднаш во директна (номинална) форма. На сл. 6-6 а), б), в) и г) се прикажани различни начини за групирање на четири споени полиња.



а)  $F_1 = \overline{B}D + B\overline{D}$ .    Сл. 6-6. Карноови карти.    б)  $Z = X_2X_4 + \overline{X}_2\overline{X}_4$ .

На сл. 6-6 а) е претставена КК на функцијата  $F_1 = F_1(A, B, C, D)$ , а на сл. 6-6 б) на функцијата  $Z = Z(X_1, X_2, X_3, X_4)$ , секоја со аналитичкиот облик на споените четворки од полиња. Како дополнителни примери за заокружување, на сл. 6-7 а) е прикажана КК на функцијата  $Y = Y(X_3, X_2, X_1, X_0)$ , додека на сл. 6-7 б) на функцијата  $F_2 = F_2(D, C, B, A)$ , исто така со аналитичкиот облик на заокружените четворки.

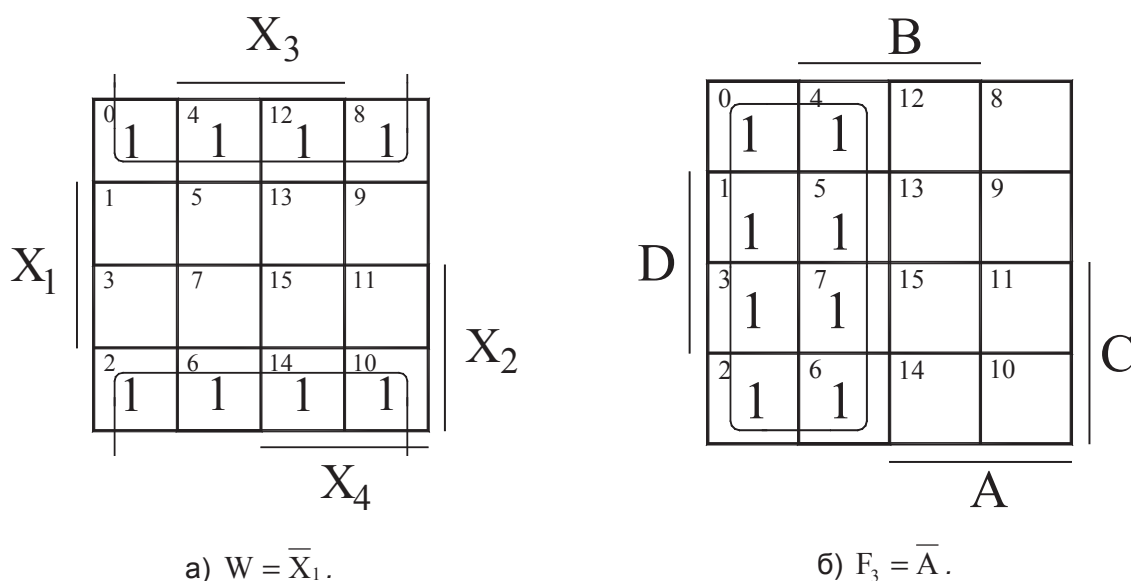


а)  $Y = X_2X_3 + \overline{X}_2\overline{X}_3$ .

б)  $F_2 = AB + \overline{A}\overline{B}$ .

Сл. 6-7. Спојување на четири полиња кај КК за функции од четири променливи.

На сл. 6-8 а) и б) последователно се претставени уште две КК на функциите  $W = W(X_4, X_3, X_2, X_1)$  и  $F_3 = F_3(A, B, C, D)$  кај кои се спојуваат по осум полиња. И кај овие примери под секое заокружување е запишан производот кој ја претставува соодветната група на полиња.



Сл. 6-8. Спојување на осум полиња кај КК за функции од четири променливи.

Што се однесува до логичките функции кои зависат од поголем број на променливи, треба да се знае дека прегледноста ќе биде доста намалена. Така на пример, за функции од 5 променливи КК би имала  $2^5 = 32$  квадрати, но сèуште може да се применува. Во врска со ова, постојат два начина за прикажување на КК од 5 променливи. Според едниот, се спојуваат две КК од по 16 полиња една до друга, а според вториот ваквите две КК од по 16 полиња се наоѓаат една до друга, но одвоени, при што се замислува дека тие се наоѓаат една над друга.

За функција од 6 променливи ќе треба КК со  $2^6 = 64$  полиња. Јасно е дека во овој случај КК ќе стане премногу голема и работењето со КК ќе се усложни до таа мерка што таа практично ќе биде неупотреблива.

### 6.6.2.1. ПРИМЕНА НА КАРНООВИОТ МЕТОД

Во натамошното излагање ќе го објасниме начинот според кој треба да се примени Карноовиот метод за минимизација на зададена прекинувачка функција. Функцијата е дадена преку својата табела на вистинитост или преку некоја СНФ: СДНФ или СКНФ. Од било кој од наведените облици може да се формира и да се пополни КК за дадената функција. Она што досега го зборувавме се однесуваше на функции кои се зададени во СДНФ облик, па затоа ќе продолжиме со објаснувањето за примената на КК на оние функции што се дадени во СДНФ, т.е. за КК пополнети со 1.

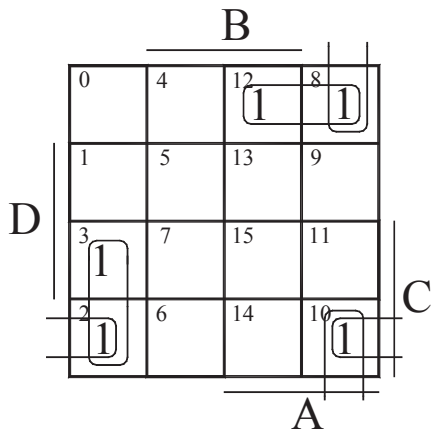
**Минимизација на функции зададени во СДНФ.** Од претходното објаснување интуитивно се наметнува заклучок за начинот според кој ќе се врши минимизација на дадена функција. Имено, ќе мора да се опфатат сите полиња пополнети со единици затоа што секое такво поле претставува некој минтерм на функцијата. При ова треба да се формираат што помалку групи на важечки (валидни) површини на споени полиња од што поголем ранг ( $r$ ). Важечка површина од ранг  $r$  се формира со групирање само на  $2^r$  број на полиња кои имаат  $(n-r)$  заеднички променливи каде  $r$  е позитивен цел број за кој важи  $k \leq n$ , а  $n$  е вкупниот број на независно-променливите од кои зависи дадената функција. Со ова би добиле најмалку производи од кои секој би имал најмал број променливи.



Значи секогаш кога ќе се упростува дадена функција со помош на КК треба да се следат следниве принципи:

1. Комбинациите од избраните полиња мора да се такви што секое поле мора да се појави најмалку еднаш во групите, т.е. барем во една група на полиња. При ова едно поле може да биде вклучено и во повеќе различни групи;
2. Поодделните групи треба да се избираат така што во секоја група да влегува што е можно поголем број полиња, но притоа да се добијат што е можно помал број различни групи.

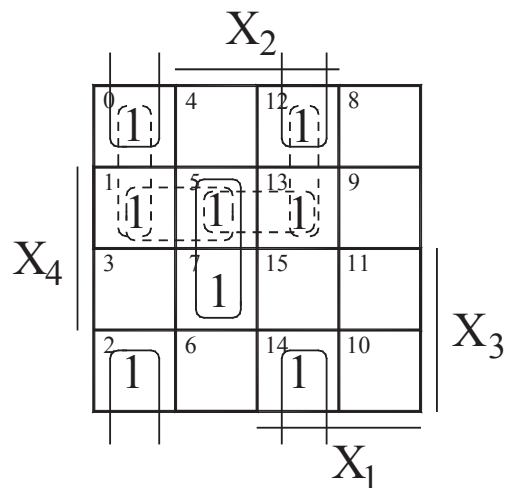
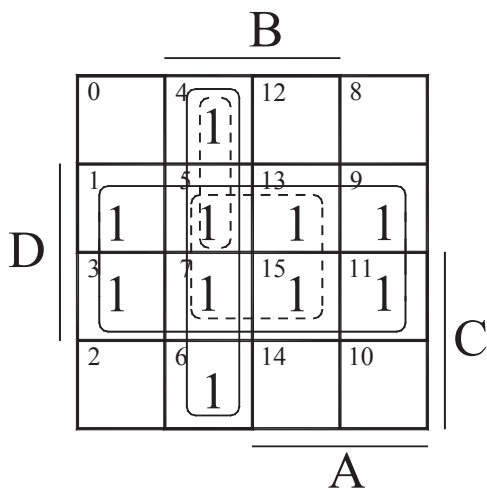
Било кој производ на променливите се вика импликанта. Импликанта се добива со заокружување на едно, две, четири итн, полиња во една група. **Примарна импликанта (ПИК)** е онаа импликанта која не е целосно вклучена во некоја друга импликанта, т.е. заокружената група на полиња да не е целосно покриена со некоја друга заокружена група. За да се претстави функцијата, во општ случај, не мора да се употребат сите ПИК. Кажаното подобро ќе го разбереме на следниов типичен пример.



Сл. 6-9. КК на функцијата  $Y_1$ .

Станува збор за функцијата  $Y_1=Y_1(A,B,C,D)$  чија КК е прикажана на сл. 6-9. Овде ПИК се  $p_1=m_2+m_3$ ,  $p_2=m_8+m_{12}$ ,  $p_3=m_2+m_{10}$ ,  $p_4=m_8+m_{10}$ . Функцијата може да се претстави во два облика: или како  $Y_1=p_1+p_2+p_3$  или како  $Y_1=p_1+p_2+p_4$ . И во двете прикажувања мораме да ја искористиме ПИК  $p_1$ , инаку минтермот  $m_3$  нема да биде земен предвид. Токму поради ова  $p_1$  се вика **суштинска (есенцијлана) импликанта (СИК)**. Значи СИК е ПИК која покрива барем еден минтерм (поле со 1), што не е покриен ниту со една друга ПИК. ПИК  $p_2$  е исто така СИК, зошто без неа ќе го нема минтермот  $m_{16}$ . ПИК  $p_3, p_4$  не се СИК-и.

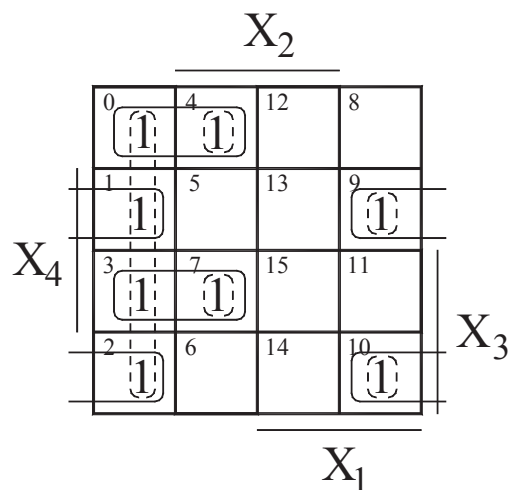
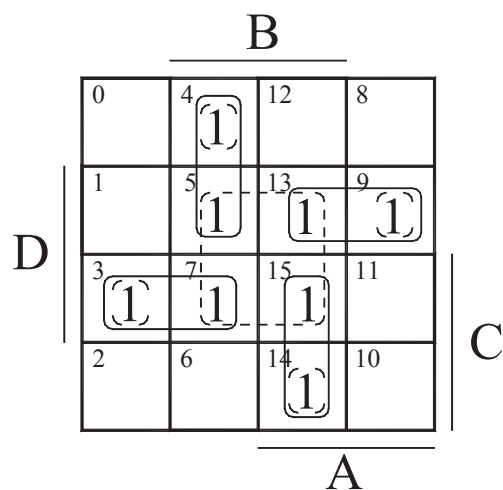
За претставување во МДНФ мора да се земат предвид сите СИК-и, и онолку ПИК-и колку што треба за да се допокријат сите останати 1 на функцијата. При ова, минимизацијата е економично изведена ако се добијат што е можно помалку ПИК, а секоја ПИК да има што повеќе полиња.



Сл. 6-10. КК на функција  $Y_2= Y_2(A, B, C, D)$ . Сл. 6-11. КК на функција  $Y_3= Y_3(X_1, X_2, X_3, X_4)$ .

На сл. 6-10 е прикажана КК на функцијата  $Y_2=Y(A,B,C,D)$ , на која со испрекинати линии се означени две импликанти, а со полна линија две ПИК, кои во примеров се и СИК. На сл. 6-11 е прикажан еден пример за КК на функцијата  $Y_3= Y_3(X_1,X_2,X_3,X_4)$ , каде со испрекинатата линија се означени ПИК-и, а со полна линија СИК-и.

Тенденцијата најнапред да најдеме ПИК со што е можно поголем број полиња може да резултира со форма на функцијата која не е минимална. На пример, да ги разгледаме функцијата  $Z_1= Z_1(A, B, C, D)$  чија К е дадена на сл. 6-12, додекаа КК на функцијата  $Z_2= Z_2(X_1, X_2, X_3, X_4)$  е прикажана на сл. 6-13.

Сл. 6-12. Функцијата  $Z_1= Z_1(A, B, C, D)$ Сл. 6-13. КК на функцијата  $Z_2= Z_2(X_1, X_2, X_3, X_4)$ 

Следејќи го претходно искажаниот принцип би требало и на двете слики да извршиме заокружување на полињата според испрекинатите линии. Меѓутоа, се гледа дека таквото заокружување не дава наједноставно и најпросто решение. Дека навистина е така покажува вториот начин на заокружување со полна линија кој очигледно дава поедноставна претстава за функциите.

За да добиеме минимален облик на функцијата, а при тоа да избегнеме несакана грешка, треба да го користиме следниов алгоритам:

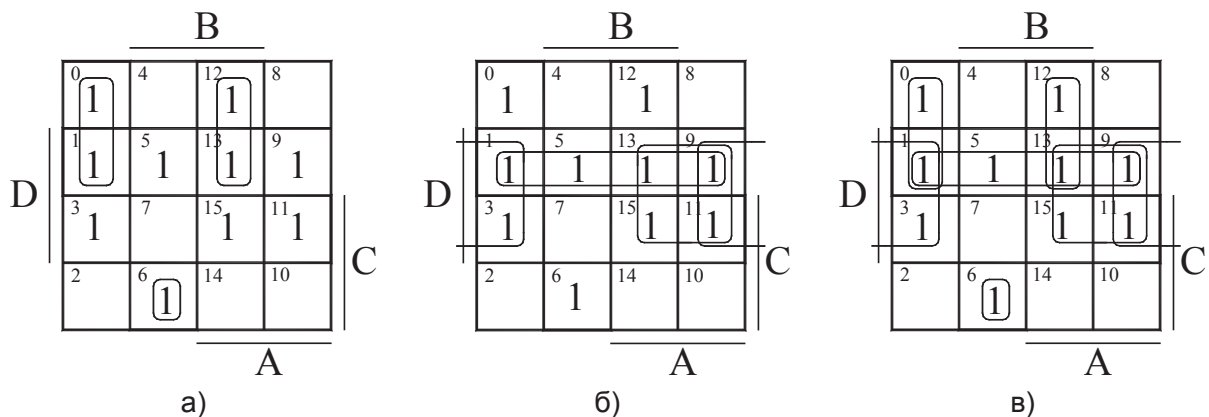
1. Да се заокружат и да се земат за СИК оние единечни полиња кои не можат да се комбинираат со ниту едно друго поле;
6. Да се идентификуваат и да се групираат во двојки оние полиња кои се соседни со некое друго поле, но на единствен начин;
3. Да се идентификуваат оние полиња со единици, кои можат да се групираат со други три полиња во четворка на единствен начин;
4. Оваа постапка продолжува и за групи од 8 полиња;
5. Ако по извршените 4 чекори останат непокриени полиња, тие можат да се групираат во што е можно помал број на групи, но со што поголем број на единици во нив.

Поинаку кажано, се проверуваат сите единици во КК една по една и тоа најнапред се земаат сите оние 1-и кои мора да бидат сами бидејќи не можат да формираат поголема група. Потоа се проверува секоја од преостанатите незаокружени 1-ци дали формира група од две полиња во кои постои барем една незаокружена 1-ца која не може да се покрие со ниту една друга, освен со онаа што се проверува. Ако има вакви двојки и тие се заокружуваат. Постапката продолжува со проверување на секоја останата и непокриена 1-ца дали формира четворка во која има барем едно поле кое не формира четворка со други

непокриени полиња. Ако постојат вакви групи од по четири 1-ци и тие се заокружуваат, итн. тестирањето prodложува со проверка за групи од по осум 1-ци. Доколку останат непокриени 1-ци тие треба да се вклучат во што помалку групи кои покриваат што повеќе 1-ци, и тоа што повеќе непокриени 1-ци. При тестирањето се проверуваат само оние 1-ци кои претходно не се веќе споени во група. 1-цата што се испитува се проверува со секоја соседна 1-ца без оглед дали таа 1-ца е веќе претходно покриена или не, т.е. дали со неа може да формира споена група на единствен начин. 1-ца што се тестира може да формира ваква нова група со веќе заокружена 1-ца иако 1-цата што не се тестира еднаш или повеќе пати е веќе покриена во некоја претходна група.

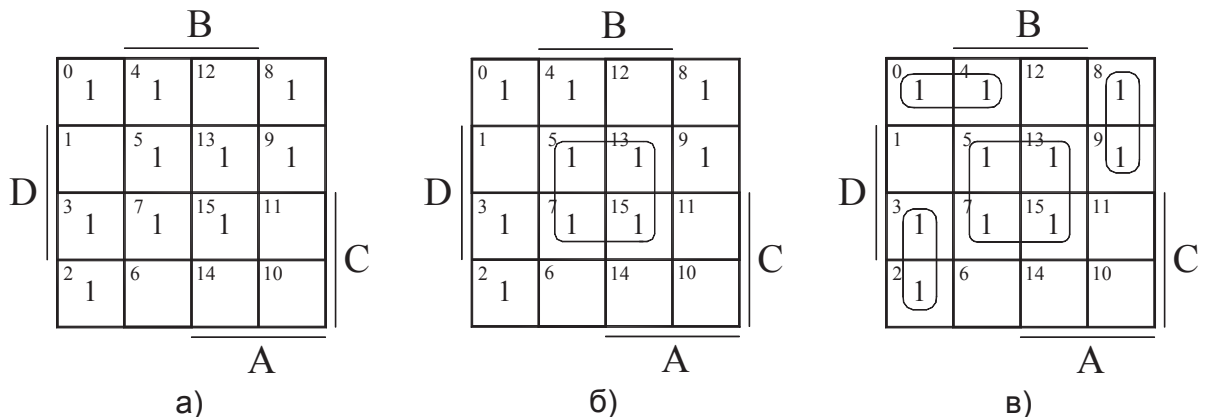
Со овој алгоритам практично прво се одредуваат сите СИК, а од преостанатите, се одбираат што помалку ПИК со што поголем број полиња, кои ќе ги опфатат сите 1-ци на функцијата барем по еднаш.

Наведениот алгоритам е во целост применет на следните два решени примери на функцијата  $F_1 = F_1(A, B, C, D)$  чија КК е прикажана на сл.6-14 а), б), в) и на функцијата  $F_2 = F_2(A, B, C, D)$  чија КК е претставена на сл. 6-15 а), б), в). Вториот пример е поспецифичен, бидејќи се јавува и петтиот чекор од алгоритмот, т.е. треба сами да размислиме и да одлучиме на кој начин ќе се врши групирањето на преостанатите непокриени полиња.



Сл. 6-14. КК на функцијата  $F_1 = F_1(A, B, C, D)$ .

За првиот пример на функцијата  $F_1$  ја добиваме следнава минимална форма:  $F_1 = \overline{A}BC\overline{D} + \overline{A}BCD + \overline{A}BC + AD + \overline{C}D + \overline{B}D$ .

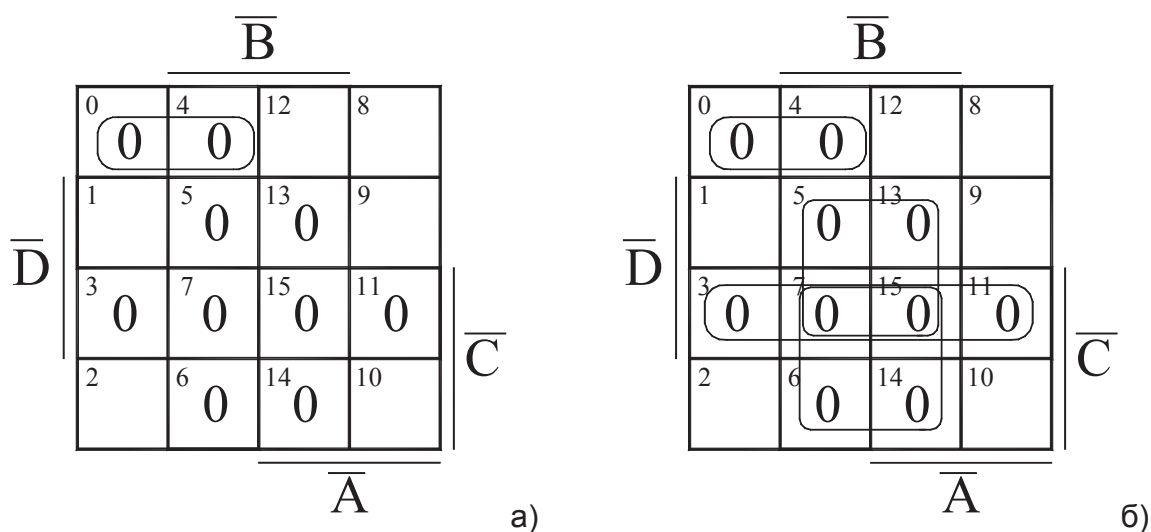


Сл. 6-15. КК на функцијата  $F_2 = F_2(A, B, C, D)$ .

За вториот пример минималната форма на функцијата  $F_2$  е:  $F_2 = \overline{B}D + \overline{A}BC + \overline{A}CD + \overline{A}BC$ .

**Минимизација на функции зададени во СКНФ.** Бидејќи секоја логичка функција може да биде зададена и со својот СКНФ станува јасно дека во овој случај ќе се разгледува КК, која е пополнета со 0-и, а не со 1-ци. Минимизацијата на вака зададените функции во принцип ќе биде идентична како и онаа кога функцијата беше дадена во СДНФ облик каде КК беше пополнета со 1, само што сега групирањето и заокружувањето ќе се однесува на полињата пополнети со 0-и. Конечно, функцијата ќе се добие во МКНФ, а не во МДНФ облик.

Во овој случај ќе го воведеме терминот **имплицента**. Секоја имплицента презентира еден член, било која сума, во вкупниот производ. **Примарната имплицента (ПИЦ)** е онаа што не е целосно вклучена во некоја друга имплицента. **Суштинската имплицента (СИЦ)** е ПИЦ која покрива барем еден макстерм (поле со 0), што не е опфатен ниту со една друга ПИЦ. Принципот на работа е идентичен со претходниот случај, а како илустрација за минимизирање на функција во СКНФ облик ќе го решиме примерот на функцијата  $Z=Z(A, B, C, D)$  чија КК е прикажана на сл. 6-16 а) и б).



Сл. 6-16. КК на функцијата  $Z=Z(A, B, C, D)$ .

За последниов пример на функцијата  $Z$  минимизирана во МКНФ се добива:

$$Z=(A+C+D)(\bar{B}+\bar{C})(\bar{B}+\bar{D})(\bar{C}+\bar{D}).$$

### 6.6.2.2. МИНИМИЗАЦИЈА НА НЕЦЕЛОСНО ЗАДАДЕНИ ФУНКЦИИ

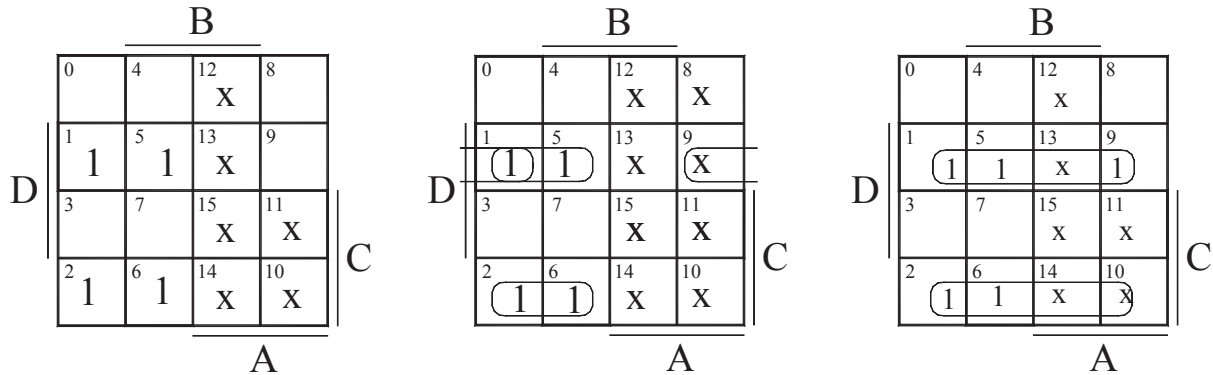
Досега видовме како се минимизираат комплетно дефинираните логички функции. Вредноста на ваквата функција секогаш беше 0 или 1, за секоја комбинација на независно променливите. Со вака зададената функција можеше веднаш да се пополнат полињата од КК на кои им одговараа минтерми или макстерми, и нормално потоа да се добие функцијата во нејзината минимална форма. Меѓутоа, во практиката се сретнуваат и нецелосно зададени функции.

За да ја илустрираме процедурата според која се врши минимизирањето на некомплетно дефинираните функции, ќе го разгледаме следниот пример, кој се однесува на функцијата  $Y=Y(A, B, C, D)$ , која е зададена со следниов ДНФ облик:

$$Y = \sum m(1,2,5,6,9) + \sum_{xm} m(10,11,12,13,14,15).$$

Оваа форма значи дека функцијата  $Y=1$  за секој минтерм:  $m_1, m_2, m_5, m_2, m_9$ , додека нејзината вредност е неважна за комбинациите на независно променливите на кои им одговараат минтермите:  $m_{10}, m_{11}, m_{12}, m_{13}, m_{14}, m_{15}$ . Затоа во полињата кои им одговараат на последно наведените минтерми ќе го запишеме симболот „x“.

Изгледот на КК е прикажан на сл. 6-17. Во натамошната работа најважно е тоа што „x“-овите можеме да ги интерпретираме по наш избор: како 1, ако со тоа се поедноставува минимизацијата, или како 0, наједноставно да ги игнорираме ако не придонесуваат во понатамошното упростување на функцијата.



Сл. 6-17. КК на функцијата Y. Сл. 6-18. Минимизација без „x“. Сл. 6-19. Минимизација со „x“.

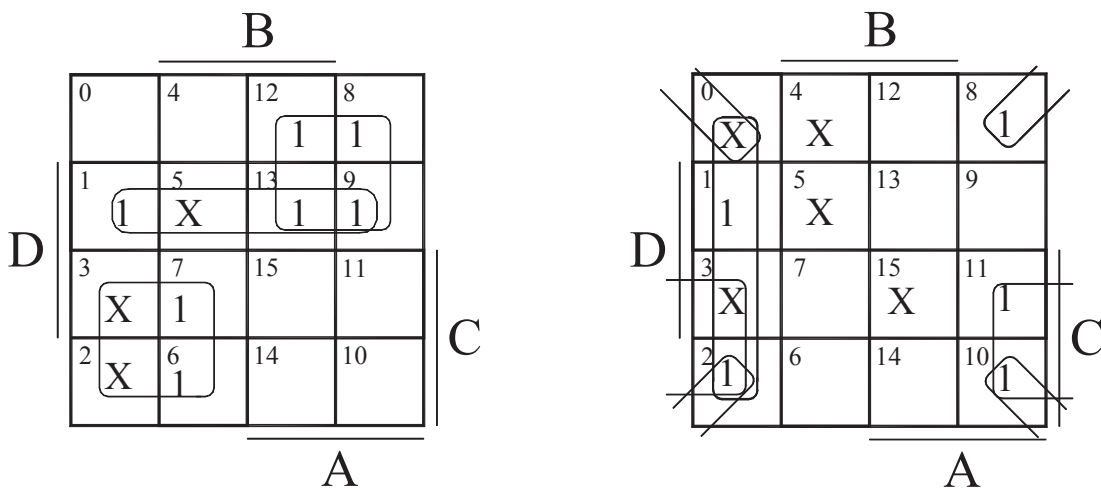
На сл. 6-18 е извршено минимизирање така што не е земено во предвид ниту едно поле пополнето со „x“. Во овој случај за функцијата се добива изразот:

$$Y = (m_1 + m_5) + (m_1 + m_9) + (m_2 + m_6) = \overline{A}CD + \overline{B}CD + \overline{A}C\overline{D}$$

На сл. 6-19 „x“-овите што се наоѓаат на местата од  $m_{13}, m_{14}, m_{10}$  ги интерпретираме како 1-ци со што добиваме една друга форма која е попраста и поедноставна од претходната:

$$Y = (m_1 + m_5 + m_9 + m_{13}) + (m_2 + m_6 + m_{10} + m_{14}) = C\overline{D} + \overline{C}D$$

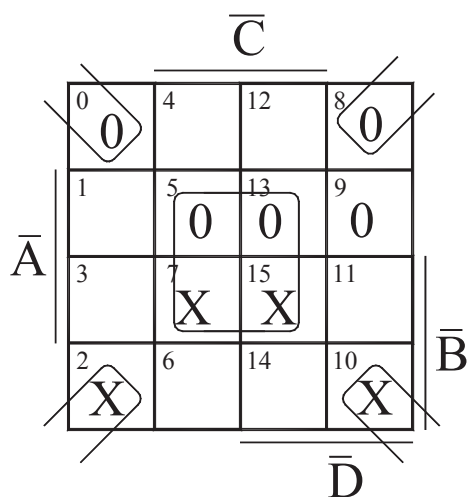
Останатите „x“-ови кои се наоѓаат на местата од  $m_{11}, m_{12}, m_{13}$  не можат да ни послужат за редуцирање на бројот на членовите на функцијата, ниту пак за намалување на бројот на променливи во секој член, така што овие „x“-ови едноставно ги третираме како да се 0. Заради дополнително разјаснување на процесот на минимизација на некомплетно дефинирани функции со методот на Карноови карти, на сл. 6-20 а), б) и 6-21 а), б), в) и г) се прикажани неколку нови примери на функции кои зависат од четири променливи.



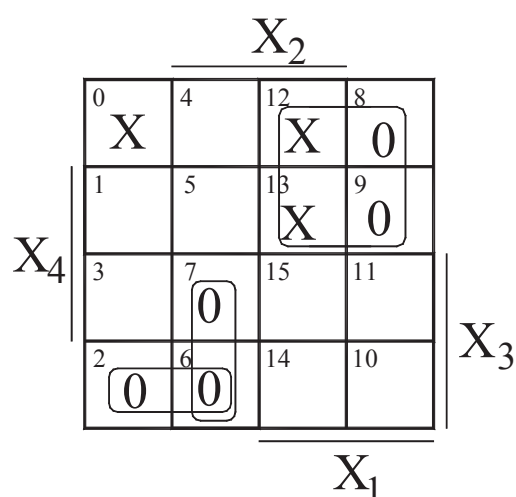
а)  $Y_1 = \overline{A}C + \overline{C}D + \overline{A}C$

Сл. 6-20.

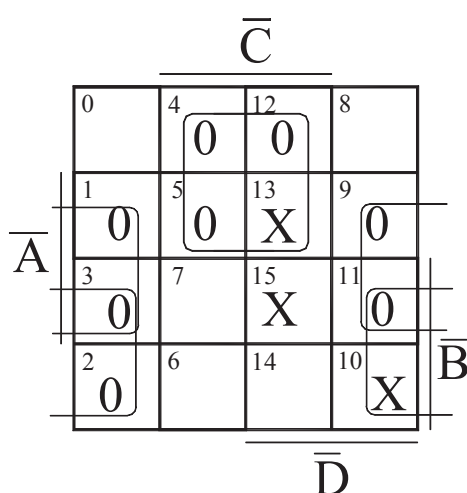
б)  $Y_2 = \overline{B}D + \overline{A}B + \overline{B}C$



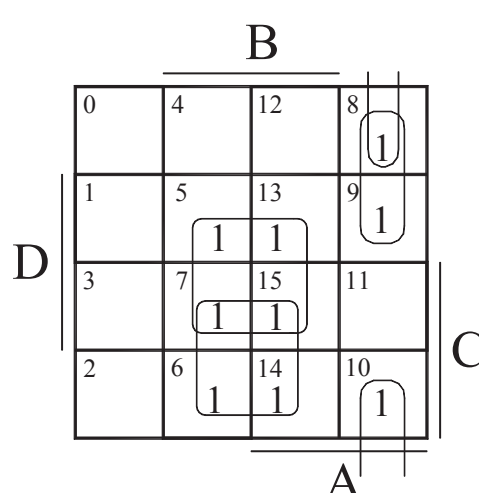
$$\text{a) } Y_3 = (C + A)(\bar{C} + \bar{A})(\bar{D} + B + \bar{A})$$



$$\text{б) } Y_4 = (X_1 + \bar{X}_3)(\bar{X}_1 + X_2 + X_3)(\bar{X}_1 + X_3 + \bar{X}_4)$$



$$\text{в) } Y_5 = (\bar{C} + B)(C + \bar{A})(C + \bar{B})$$



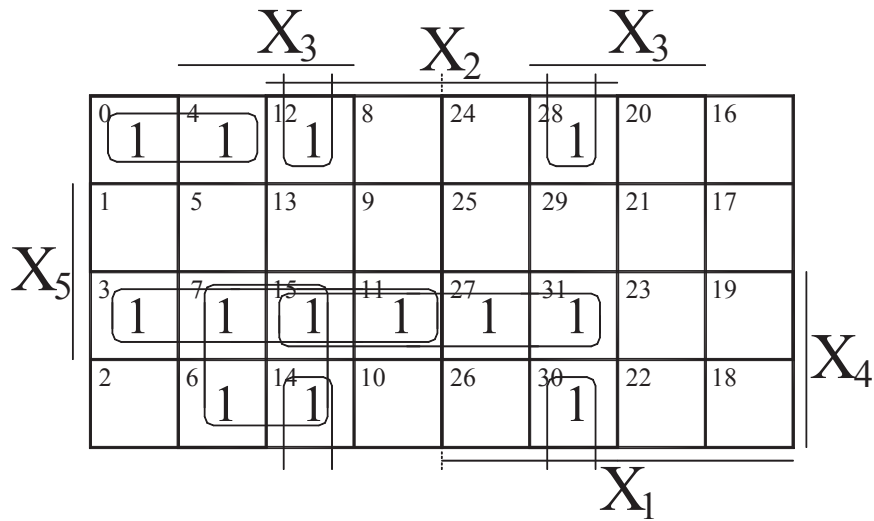
$$\text{г) } Y_6 = BD + BC + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}\bar{D}$$

Сл. 6-21. Минимизација на функции од четири променливи со примена на методот на Карноови карти.

### 6.6.2.3. МИНИМИЗАЦИЈА ЗА ФУНКЦИИ ОД ПЕТ ПРОМЕНЛИВИ

Карноовиот метод на минимизација за функции од пет променливи всушност претставува минимизирање на две карти на една иста функција од четири променливи кои се наоѓаат една до друга формирајќи единствена карта. Во неа, покрај физички соседните полиња, можат да се спојат и полињата кои се симетрични во однос на замислената вертикална линија што ја дели Карноовата карта на половина: полињата од првата (0-тата) колона се спојуваат со полињата од последната (7-та) колона, потоа оние од 1-та колона можат да се здружат со полињата од 6-та колона, па полињата од 6-та со полињата од 5-та итн. Дополнително можат да се спојуваат физички соседните полиња од втората и третата редица, но можат да се спојуваат и полињата од најгорната (0-тата) редица со полињата од последната (најдолната, 3-тата редица). Како појаснување на кажаното на сл. 6-22 е даден пример за минимизација на функцијата  $Y(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5) = \sum m(0, 3, 4, 6, 7, 11, 12, 14, 15, 27, 28, 30, 31)$ .

За оваа функција се добива следнава МДНФ:  $Y = X_2 X_4 X_5 + \overline{X_1} X_3 X_4 + \overline{X_1} X_4 X_5 + X_2 X_3 \overline{X_5} + \overline{X_1} \overline{X_2} \overline{X_4} \overline{X_5}$ .



Сл. 6-22. Карнова карта на функцијата  $Y = \sum m(0, 3, 4, 6, 7, 11, 12, 14, 15, 27, 28, 30, 31)$ .

Минимизацијата на функциите од пет променливи може да се изведе и на тој начин што се замислува дека двете карти се наоѓаат една над друга. За едната карта 5-та променлива има вредност **0**, додека за втората нејзината вредност е **1**. Во овој случај се применува спојување на полињата како и кај функциите од четири променливи, а дополнително можат да се здружуваат и оние полиња кои се поклопуваат по вертикала од долната и горната карта. Меѓутоа, ваквото прикажување понекогаш не дава јасна слика за тоа кои се соседни полиња заради што процесот на здружување е отежнат.

Кај Карноовите карти за функции зависни од шест или повеќе променливи одредувањето на валидните површини не е лесно воочливо и не е едноставно, па затоа Карноовиот метод за нив е практично неприменлив. Токму заради ова, кога станува збор за минимизација на функции од шест или повеќе променливи се применува некој друг метод, како на пр. хеуристичкиот метод (ESPRESSO), егзактниот приод (BDD) или методот на Квајн-МекКласки кој ќе биде детално обработен во текстот што следува.

### ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ ЗА ПОВТОРУВАЊЕ

6-28. Што е карактеристично за минималните форми МДНФ и МКНФ на функциите?

6-29. Според кои методи може да се врши минимизирање на логичките функции?

6-30. Да се минимизираат по аналитички (алгебарски) пат функциите:

(а)  $Y(A, B, C) = (A + B)(B + C)(\overline{B} + C)(\overline{B} + \overline{C})$ ; (б)  $Z(A, B, C) = AB + \overline{A}C + BC + \overline{B}\overline{C}$ .

6-31. Да се минимизираат по (а) аналитички пат; (б) со примена на Карноовиот метод следниве функции: (а)  $F_1(A, B, C, D) = \overline{A}BCD + \overline{A}\overline{B}CD + \overline{A}BC\overline{D} + ABC\overline{D} + \overline{A}\overline{B}\overline{C}D$ ; (б)  $F_2(A, B, C, D) = (A + B + C + D)(\overline{A} + \overline{B} + C + D)(A + B + \overline{C} + \overline{D})(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + D)(A + B + C + \overline{D})$

6-32. Со примена на методот на Карноови карти да се минимизираат следниве функции зададени преку множествата на индекси:

$$(a) Y(A, B, C) = \prod M(0, 1, 2, 4, 5)$$

$$(б) Y(A, B, C) = \prod M(0, 1, 4, 7)$$

$$(в) Y(A, B, C, D) = \prod M(0, 1, 2, 4, 5, 7, 8, 12, 13, 14, 15)$$

$$(г) Y(A, B, C, D) = \prod M(0, 2, 4, 5, 6, 8, 10, 11, 14, 15)$$

$$(д) Y(A, B, C, D) = \prod M(0, 1, 2, 3, 7, 8, 10, 11, 12, 14)$$

$$(f) Y(A, B, C) = \sum m(0, 2, 6, 7)$$

$$(e) Y(A, B, C) = \sum m(0, 1, 3, 5, 6)$$

$$(ж) Y(A, B, C, D) = \sum m(0, 3, 4, 6, 7, 8, 11, 12, 13, 15)$$

$$(з) Y(A, B, C, D) = \sum m(4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 15)$$

$$(s) Y(A, B, C, D) = \sum m(0, 2, 4, 5, 6, 7, 9, 11, 13, 15)$$

$$(и) Y(A, B, C, D) = \sum m(0, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 11, 15)$$

6-33. Со примена на методот на Карноови карти да се минимизираат следниве функции зададени во ДНФ и КНФ облик:

$$(a) F(A, B, C) = A\bar{B} + \bar{A}C$$

$$(б) F(A, B, C, D) = ABC\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}$$

$$(в) F(A, B, C, D) = \bar{A}BD + \bar{B}C$$

$$(г) F(A, B, C, D) = BC\bar{D} + \bar{A}CD$$

$$(д) F(A, B, C, D) = (A + \bar{B} + C + \bar{D})(\bar{A} + \bar{C} + \bar{D})$$

$$(f) F(A, B, C, D) = (B + C + D)(\bar{A} + D)$$

$$(e) F(A, B, C, D) = (\bar{B} + \bar{C} + \bar{D})(\bar{A} + B + \bar{D})$$

6-34. Со примена на методот на Карноови карти да се минимизираат следниве некомплетно дефинирани функции зададени преку множествата на индекси:

$$(a) Y(A, B, C) = \prod M(0, 5, 7) \prod_{xM} M(1, 4, 6)$$

$$(б) Y(A, B, C, D) = \prod M(1, 3, 4, 5, 6, 8, 12, 14) \prod_{xM} M(7, 10, 15)$$

$$(в) Y(A, B, C, D) = \prod M(1, 2, 8, 10, 11) \prod_{xM} M(0, 3, 4, 5, 15)$$

$$(г) Y(A, B, C, D) = \prod M(0, 2, 4, 5, 6, 11, 15) \prod_{xM} M(8, 10, 14)$$

$$(д) Y(A, B, C) = \sum m(2, 3, 7) + \sum_{xm} m(5, 6)$$

$$(f) Y(A, B, C, D) = \sum m(0, 4, 5, 6, 8, 12, 14, 15) + \sum_{xm} m(1, 2, 10)$$

$$(e) Y(A, B, C, D) = \sum m(1, 2, 3, 4, 5, 9, 11, 12) + \sum_{xm} m(10, 13, 15)$$



### 6.6.3. КВАЈН-МЕККЛАСКИЕВА МЕТОДА НА МИНИМИЗАЦИЈА

Методот на Квајн-МекКласки (анг. Quine-McCluskey) е итеративна табеларна постапка која повеќекратно ги применува теоремата за скратување (здружување)  $pX_i + p\bar{X}_i = p$  и теоремата за апсорпција  $p + pX_i = p$  со истовремено користење на равенството  $X_i = X_i + X_i + \dots$ . Станува збор за минимизација на дадена прекинувачка функција  $Y$  од  $n$  променливи  $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_n)$ , каде што  $p$  претставува било која нејзина импликанта (производ од променливи).

Во продолжение детално е презентирани алгоритам, врз чија основа може да се изработи соодветно програмско решение за овој метод.

#### 6.6.3.1. ОПИС НА АЛГОРИТМОТ

Според Квајн-МекКласкиевият алгоритам процесот на минимизација за дадена функција се спроведува преку следните четири чекори:

1. Одредување на примарни импликанти (ПИК-и) на функцијата;
2. Составување на табела на покривање (ТП);
3. Редуцирање на табелата на покривање (ТП);
  - 3.1. Одредување и селектирање на суштински импликанти (СИК-и);
  - 3.2. Одредување и елиминирање на доминантни (надредени) колони;
  - 3.3. Одредување и елиминирање на доминирани (подредени) редици;
4. Решавање на табелата на покривање (ТП).

Во првиот чекор се генерираат сите ПИК-и на функцијата.

Во вториот чекор се формира т.н. *табела на покривање (ТП)* на функцијата во која по колони се внесуваат индексите на сите минтерми (целосните производи од променливите) на функцијата за кои таа има вредност **1**, т.е. сите **1**-и на функцијата, додека по редици се внесуваат сите нејзини ПИК-и определени во првиот чекор.

Во третиот чекор се редуцира големината на ТП. Овој чекор содржи три подчекори кои треба да се повторуваат сè додека не се добие табела која повеќе не може да се редуцира. Со повеќекратното повторување од ТП:

- се определуваат и избираат (извлекуваат) сите СИК-и на функцијата,
- се проверува доминација по колони при што се одредуваат и отстрануваат т.н. доминантни (надредени) колони, т.е. **единиците** на функцијата, додека доминираниите (подредените) колони остануваат;
- се проверува доминација по редици при што се одредуваат и отфрлаат т.н. доминирани (подредени) редици, т.е. ПИК-и на функцијата, додека доминантните (надредените) редици остануваат.

По завршувањето на третиот чекор се добива редуцирана ТП која може да биде празна или да содржи една или повеќе ПИК-и кои не се СИК-и. Ако редуцираната ТП е празна, тоа значи дека претходно селектираните СИК-и ја претставуваат минималната форма на функцијата во МДНФ облик. Меѓутоа, ако редуцираната ТП не е празна, што е и најчест случај, таа ќе треба дополнително да се реши за што се преминува следниот чекор.

Четвртиот чекор од алгоритмот се применува само кога во редуцираната табела сèуште останале ПИК-и што не се СИК-и и кога не е можна понатамошна редукција по колони и по редици. Ваквата ТП се нарекува *циклична ТП* и во овој случај ќе треба да се утврди и селектира минимален број од преостанатите ПИК-и (редици) кои ќе ги покријат сите преостанати **1**-ци (минтерми, колони) на функцијата.

### 6.6.3.2. ПРИМЕНА НА КВАЈН-МекКЛАСКИЕВИОТ АЛГОРИТАМ

Во текстот што следува во поголеми детали ќе биде објаснет методот на Квајн-МекКласки со посебно опишување на секој чекор од алгоритмот. Анализата ќе биде поткрепена и со постапно спроведување на чекорите врз три поедноставни, но типични примери на логички функции од по четири променливи. Првите две функции се целосно дефинирани, за разлика од третата која не е целосно дефинирана:  $Y_1 = \sum m(0, 2, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 13, 14, 15)$ ,  $Y_2 = \sum m(0, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13)$  и  $Y_3 = \sum m(2, 3, 7, 9, 11, 13) + \sum x(1, 10, 15)$ .

#### Чекор 1: Генерирање на примарни импликанти (ПИК-и)

$i$	$X_1X_2X_3$ или $ABC$	$Y$	
0	0 0 0		
1	0 0 1		
2	0 1 0		
3	0 1 1		
4	1 0 0		
5	1 0 1		
6	1 1 0		
7	1 1 1		

Таб. 6-19. Табела на вистинитост ( $T_0$ ) на функција од три променливи.

Постапката започнува од табелата на вистинитост на зададената функција која се зема за почетна табела  $T_0$ . Да се потсетиме, во неа по колони од лево на десно се наведени:

- индексите, т.е. децималните вредности на сите  $2^n$  можни комбинации од независно променливите  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  почнувајќи од 0 па сè до  $(2^n - 1)$  каде  $n$  е вкупниот број на променливи на функцијата,
- сите комбинации од  $n$ -те променливи со своите бинарни вредности (векторите),
- вредноста на функцијата  $Y$  за секоја комбинација (бинарен вектор) посебно без разлика дали функцијата има вредност **1, 0** или **неважно (x, т.е. /)**.

За потребите на оваа метода на крајот од табелата се додава уште една колона која се остава празна.

Таб. 6-19 го прикажува изгледот на почетната табела  $T_0$  за било која логичка функција  $Y$  од три променливи  $ABC$  или  $X_1X_2X_3$  за која не се внесени нејзините конкретни вредности.

Бидејќи  $T_0$  е табелата на вистинитост на функцијата, во неа секоја комбинација (бинарен вектор) асоцира на по еден нејзин посебен минтерм (целосен производ од променливите).

Од почетната табела  $T_0$  произлегува следната табела  $T_1$  со следниве колони:

- ⇒ првата колона е колона на индекси кои соодветствуваат само на оние вектори од почетната табела  $T_0$  за кои функцијата има вредност **1**,
- ⇒ во следните  $n$  колони се внесуваат само векторите (бинарните комбинации) на функцијата за кои таа има вредност **1**,
- ⇒ последната колона се остава празна.

При преземањето на векторите, за секој од нив, во претходната табела  $T_0$ , во пресекот на неговата редица со последната колона се впишува знакот “✓”. Штиклирањето покажува дека соодветниот вектор од табелата  $T_0$  е префрлен во табелата  $T_1$ . Покрај ова, при генерирањето на табелата  $T_1$  векторите се групираат по класи што зависи од бројот на **1**-ци по вектор. Имено, секоја класа ги содржи сите вектори на функцијата за кои таа има вредност **1**, но такви што секој од нив има еднаков број на **1**-ци. Така на пр. во нултата класа може да припаѓа само векторот без **1**-ци, во првата класа би биле векторите со по една **1**-ца, во втората класа оние што имаат по две **1**-ци, итн. сè до последната класа која може да го вклучи само последниот вектор составен од сите **1**-ци.

Во ново-добиената табела  $T_1$  класите се распоредуваат од најгорната, првата редица, кон долу, според растечкиот број на **1**-ци во класата. Покрај тоа, за понатамошна примена на методата и чекорите што следат, потребно е класите да се разделуваат една од друга со хоризонтални линии.

Имајќи во прдвид дека табелата  $T_1$  произлегува од табелата на вистинитост на функцијата  $T_0$  и ги содржи сите **1**-ци на функцијата, тоа значи дека векторите во  $T_1$  ги претставуваат сите минтерми, т.е. полни производи (импликанти) на дадената функција.

Врз основа на табелата  $T_1$ , се формира следна табела,  $T_2$ . При тоа во претходната табела  $T_1$ , секој вектор од претходната класа се проверува бит по бит со секој вектор од следната класа дали се разликува само во еден бит на една иста позиција: во едниот вектор на таа позиција битот да е **1**, а на истата таа позиција во другиот вектор битот да е **0**, или обратно, додека сите други битови да се идентични. Ваквите вектори се здружуваат (спојуваат) формирајќи нов вектор кој влегува во следната табела  $T_2$  така што на местото на различниот бит се внесува знакот “-” (цртичка), а останатите битови се препишуваат. За секој од здружените вектори, во пресекот на нивните редици со последната колона од претходната табела  $T_1$  се впишува симболот “✓”. Ако при ова се појави вектор кој е еднаш веќе штиклиран, тогаш нема потреба тој повторно да се маркира, туку се штиклира само векторот со кој тој се здружил, но нивните два индекси и новодобиениот вектор од нивното здружување се внесуваат во табелата  $T_2$ .

Формирањето на новата табела  $T_2$  завршува откако ќе се испитаат сите вектори од претходната табела  $T_1$  и тоа секој вектор од секоја претходна класа, со секој вектор од секоја следна класа. (Всушност се проверуваат сите комбинации на вектори за тоа врз кои од нив може да се примени теоремата за скратување.)

Претходното објаснување е разјаснето со првиот пример. Станува збор за функцијата  $Y_1(A,B,C,D)=f^{(1)}=\sum m(0,2,5,6,7,8,10,12,13,14,15)$  чии табели  $T_0$ ,  $T_1$  и  $T_2$  се претставени со таб. 6-20 а), б) и в).

Следната табела  $T_3$  се генерира врз основа на  $T_2$  применувајќи го истиот принцип. Меѓутоа, ако при здружувањето на два пара различни вектори од табелата  $T_2$  во табелата  $T_3$  се добие еден ист вектор, тогаш тој вектор во  $T_3$  се наведува само еднаш, а во  $T_2$  се штиклираат и двата пара вектори од кои тој вектор произлегол.

Еден пример за ова е комбинирање на векторите со индекси  $(0,2)$  со  $(8,10)$  и  $(0,8)$  со  $(2,10)$  од  $T_2$  што резултира во  $(0,2,8,10)$  и  $(0,8,2,10)$  во  $T_3$ . Во табелата  $T_3$  се запишува само комбинацијата  $(0,2,8,10)$ , а во  $T_2$  се штиклираат и двата пара вектори кои се здружиле:  $(0,2)$ ,  $(8,10)$  и  $(0,8)$ ,  $(2,10)$ . Конкретно, за функцијата  $Y_1$  се добива дека и секоја од другите нејзини пет ПИК-и добиени во  $T_3$ , произлегуваат од по два пара различни вектори во  $T_6$ .

$i$	$ABCD$	$Y_1$	
0	0000	1	✓
1	0001	0	
2	0010	1	✓
3	0011	0	
4	0100	0	
5	0101	1	✓
6	0110	1	✓
7	0111	1	✓
8	1000	1	✓
9	1001	0	
10	1010	1	✓
11	1011	0	
12	1100	1	✓
13	1101	1	✓
14	1110	1	✓
15	1111	1	✓

$i$	$ABCD$	$Y_1$
0	0000	✓
2	0010	✓
8	1000	✓
5	0101	✓
6	0110	✓
10	1010	✓
12	1100	✓
7	0111	✓
13	1101	✓
14	1110	✓
15	1111	✓

$i$	$ABCD$	$Y_1$
(0,2)	00-0	✓
(0,8)	-000	✓
(2,6)	0-10	✓
(2,10)	-010	✓
(8,10)	10-0	✓
(8,12)	1-00	✓
(5,7)	01-1	✓
(5,13)	-101	✓
(6,7)	011-	✓
(6,14)	-110	✓
(10,14)	1-10	✓
(12,13)	110-	✓
(12,14)	11-0	✓
(7,15)	-111	✓
(13,15)	11-1	✓
(14,15)	111-	✓

$i$	$ABCD$	$Y_1$
(0,2,8,10)	-0-0	$p_1$
(2,6,10,14)	--10	$p_2$
(8,10,12,14)	1--0	$p_3$
(5,7,13,15)	-1-1	$p_4$
(6,7,14,15)	-11-	$p_5$
(12,13,14,15)	11--	$p_6$

ПИК-и:  
 $p_1 = \overline{B} \overline{D}$   
 $p_2 = C \overline{D}$   
 $p_3 = A \overline{D}$   
 $p_4 = B D$   
 $p_5 = B C$   
 $p_6 = A B$

а)  $T_0$                       б)  $T_1$                       в)  $T_2$                       г)  $T_3$

Таб. 6-20. Табели на функцијата  $Y_1(A,B,C,D) = \sum m(0,2,5,6,7,8,10,12,13,14,15)$ .

Бидејќи со секоја нова табела бројот на класите се намалува, станува јасно дека формирањето на нови табели ќе продолжи сè додека не се добие табела во која повеќе не е возможно ниту едно здружување. Таа ќе биде препознатлива по тоа што во нејзината последна колона нема да има ниту еден знак “✓”.

На крај, секој од нештиклираните вектори ќе треба да се означи и тоа во пресекот на неговата редица со последната колона. Тоа се врши редоследно со  $p_1, p_2, \dots$  итн. почнувајќи од првата, па сè до последната табела. Овие вектори всушност ги претставуваат ПИК-и на функцијата. Тие треба да се напишат во облик на производи од променливите на функцијата. Имено, на секоја бит-позицијата која има вредност **1** одговара соодветната променлива на таа позиција во директен облик, на местото каде се јавува **0** се зема соодветната променлива во комплементарен облик, додека црточката (знакот “-”) укажува дека променливата на тоа место треба да се отстрани од таа ПИК.

За конкретниот пример на функцијата  $Y_1$  постојат шест ПИК-и:  $p_1 = \overline{B} \overline{D}$ ,  $p_2 = C \overline{D}$ ,  $p_3 = A \overline{D}$ ,  $p_4 = B D$ ,  $p_5 = B C$  и  $p_6 = A B$ . Сите тие се појавија дури во последната табела ( $T_3$ ) на функцијата, таб. 6-20 г).

**Чекор 2: Формирање табела на покривање (ТП)**

Знаејќи ги сите ПИК-и на дадената функција, како и сите нејзини 1-ци, функцијата може прегледно да се прикаже во две димензии во облик на табела или матрица. Станува збор за составување на нова, т.н. *табела на покривање (ТП)*. Во неа по колони се внесуваат сите 1-ци на функцијата, т.е. индексите на оние вектори (минтерми) за кои функцијата има вредност 1, додека по редици се внесуваат сите ПИК-и на функцијата откриени и означени во табелите генерирани во рамките на претходниот чекор.

ПИК-и		Индекси на функцијата за кои таа има вредност 1. (минтерми, 1-ци на функцијата.)												
		0	2	5	6	7	8	10	12	13	14	15		
$\bar{B} \bar{D}$	$p_1$	✓	✓				✓	✓						
$C \bar{D}$	$p_2$		✓		✓			✓					✓	
$A \bar{D}$	$p_3$						✓	✓	✓				✓	
$B D$	$p_4$			✓		✓						✓		✓
$B C$	$p_5$				✓	✓							✓	✓
$A B$	$p_6$									✓	✓	✓		✓

Таб. 6-21. Табела на покривање за функцијата  $Y_1(A,B,C,D) = \sum m(0,2,5,6,7,8,10,12,13,14,15)$ .

При фомирањето на ТП треба да се имаат во вид сите предходни табели  $T_1, T_2, T_3, \dots$  итн. заклучно со последната, но без табелата на вистинитост  $T_0$ . Од нив, за секоја ПИК, се гледа кои 1-ци на функцијата таа ПИК ги покрива. Потоа во ТП, во пресекот на редицата на разгледуваната ПИК и во колоната на секоја 1-ца на функцијата што таа ПИК ја покрива се врши маркирање со знакот “✓”.

Спроведувањето на вториот чекор за примерот на функцијата  $Y_1(A,B,C,D) = \sum m(0,2,5,6,7,8,10,12,13,14,15)$  ќе ја генерира ТП таб. 6-21.

Од примената на првите два чекори од Квајн–МекКласкиевата метода произлегоа сите ПИК-и на зададената функција, но не се доби нејзината минимална форма (МДНФ). Одредувањето на МДНФ се извршува со спроведување на третиот и четвртиот чекор од алгоритмот. Со нив се редуцира ТП на функцијата и истата се решава сè додека не се определи барем една нејзина МДНФ (минимално непреопширно множество ПИК-и).

**Чекор 3: Редуцирање на табелата на покривање (ТП)**

Во овој чекор се откриваат и селектираат сите суштински импликанти (СИК-и) на функцијата и се редуцира ТП. Тоа се изведува последователно, во итеративна постапка со повеќекратно повторување на трите под-чекори што се во состав на овој чекор. Циклусот се повторува сè додека не се селектираат и извечат сите СИК-и на функцијата и не се добие празна ТП, или ТП која не е празна, но таква да во неа повеќе нема СИК-и.

### Под-чекор 3.1: Откривање и селектирање на СИК-и.

Во ТП најпрво се утврдуваат сите суштински импликанти (СИК-и) на дадената функција бидејќи секоја СИК мора да е содржана во секоја минимална форма на таа функција. Во ТП, СИК се препознава по тоа што во нејзината редица ќе се воочи барем една колона што е маркирана само со еден знак “✓” и тој знак се јавува само во редицата на онаа ПИК која сега ќе биде избрана за СИК. Символите “✓” кои се единствени за било која колона се означуваат со заокружување или околу нив се опишува квадратче (“☐”), а ПИК која се наоѓа во редицата на таквиот знак се означува како *примарна СИК* (ПСИК) со прим (знакот “ ’ ”). Колоната, т.е. 1-та на функцијата, која е покриена само со таа СИК е *исклучителна (посебно важна) колона* и се означува со ѕвездичка (“ \* ”). ПСИК-и се извлекуваат од ТП бидејќи тие ќе бидат првите елементи на минималната форма (МДНФ) на функцијата, заради што и се пречкртуваат редиците во кои тие се наоѓаат. Потоа се пречкртуваат и сите оние колони кои се штиклирани со знакот “✓” во пречкртаните редици, бидејќи соодветните 1-ци на функцијата во тие колони се покриени со избраните ПСИК-и (редици).

ПИК-и		Индекси на функцијата за кои таа има вредност 1.												
		0*	2	5*	6	7	8	10	12	13	14	15		
$\bar{B} \bar{D}$	$p_1'$	☐	✓				✓	✓						
$C \bar{D}$	$p_2$		✓		✓			✓					✓	
$A \bar{D}$	$p_3$						✓	✓	✓				✓	
$B D$	$p_4'$			☐		✓					✓			✓
$B C$	$p_5$				✓	✓							✓	✓
$A B$	$p_6$									✓	✓	✓	✓	

Таб. 6-22 а). Определување на СИК-и на функцијата

$$Y_1(A,B,C,D) = \sum m(0,2,5,6,7,8,10,12,13,14,15).$$

Одредувањето и селектирањето на ПСИК-и за функцијата  $Y_1(A,B,C,D) = \sum m(0, 2, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 13, 14, 15)$  е прикажано со таб. 6-22 а). Во неа се откриени и избрани две ПСИК-и:  $p_1 = \bar{B} \bar{D}$  и  $p_4 = B D$ , по што таб. 6-22 а) се редуцира и го добива изгледот прикажан со таб. 6-22 б).

ПИК-и		1-ци на ф-јата.		
		6	12	14
$C \bar{D}$	$p_2$	✓		✓
$A \bar{D}$	$p_3$		✓	✓
$B C$	$p_5$	✓		✓
$A B$	$p_6$		✓	✓

Таб. 6-22 б). ТП на функцијата  $Y_1 = \sum m(0,2,5,6,7,8,10,12,13,14,15)$  без нејзините СИК-и.

Постапката за одредување на МДНФ на некоја зададена функција врз основа на ТП, продолжува со последните два под-чекори од алгоритмот кои се однесуваат на нејзините преостанати непокриени 1-ци и неселектирани ПИК-и (непречкртани колони и редици). Во врска со претходното и за понатамошна работа ќе ги дефинираме термините за

- надредени (доминантни) и
- подредени (доминирани)

колони, односно редици.

Одредена колона (1-ца на функцијата) е *доминанта* (*надредена*) над (доминира со) друга доколку има барем еден симбол “✓” повеќе од другата. При тоа, сите штиклирања на доминантната колона мора да се поклопуваат, т.е. да се наоѓаат на истите позиции со оние на другата колона. Колоната која има помал број на штиклирања е *подредена* на (доминирана од) доминантната колона која има поголем број штиклирања. Истиот начин на дефинирање се користи и за редиците (ПИК-и) на функцијата.

Две колони, односно редици, се меѓусебно *кодминантни* ако имаат еднаков број на штиклирања и тие се наоѓаат на истите позиции кај двете колони, односно редици.

**Под-чекор 3.2: Редукција на колони**  
**(Утврдување и отстранување на доминантни колони)**

Доколку во ТП постојат меѓусебно доминантни и подредени колони, тогаш за понатамошната работа треба да се разгледуваат само подредените колони, додека доминантните треба да се исфрлат. Причината за ова е фактот што покривањето на подредената колона подразбира и покривање на доминантната.

Заради подобро разбирање, ќе го анализираме следниов пример. Станува збор за ТП, дадена како таб. 6-23 а), која се однесува на функцијата  $Z_1(A,B,C,D) = \sum m(0,1,2,3,5,6,7,9,13)$ . Се претпоставува дека презентираната ТП е добиена по спроведувањето на првите чекори од алгоритмот и дека сега се проверува доминација по колони, т.е. се откриваат парови доминантна – подредена колона и се исклучуваат доминантните.

Од таб. 6-23 а) се гледа дека колоната на  $m_2$  е подредена на колоната на  $m_3$ , т.е. колоната на 3-та е доминантна над колоната на 6-та. Имено, 6-та е покриена со редиците на ПИК-и  $p_1$  и  $p_4$ , додека 3-та покрај тоа што е покриена со  $p_1$  и  $p_4$ , таа е покриена и со редицата на  $p_3$ . Според ова може да се исфрли колоната на  $m_3$ , а за понатамошниот процес на минимизација да се разгледува само  $m_6$ .

ПИК-и		1-ци на функцијата			
		1	2	3	5
$\bar{A} \bar{B}$	$p_1$	✓	✓	✓	
$\bar{C} D$	$p_2$	✓			✓
$\bar{A} D$	$p_3$	✓		✓	✓
$\bar{A} C$	$p_4$		✓	✓	

ПИК-и		1-ци на ф-јата	
		2	5
$\bar{A} \bar{B}$	$p_1$	✓	
$\bar{C} D$	$p_2$		✓
$\bar{A} D$	$p_3$		✓
$\bar{A} C$	$p_4$	✓	

а)

б)

Таб. 6-23. Редукција на доминантни колони за ТП на функцијата

$$Z_1(A,B,C,D) = \sum m(0,1,2,3,5,6,7,9,13).$$

Слично, колоната на  $m_1$  доминира со колоната на  $m_5$ , па доминантната колона на  $m_1$ -та може да се елиминира, а за понатамошна обработка да се земе само подредената колона на  $m_5$ -та.

Конечната форма на редуцираната ТП е дадена како таб. 6-23 б) од која се гледа дека таа повеќе не содржи парови на доминантни и подредени колони.

Вториот под-чекор може да се примени и врз примерот на функцијата  $Y_1(A,B,C,D) = \sum m(0,2,5,6,7,8,10,12,13,14,15)$  чија ТП по изолирањето на ПСИК-и  $p_1$  и  $p_4$  го доби изгледот прикажан со таб. 6-22 б), т.е. со таб. 6-24 а).

ПИК-и		1-ци на ф-јата		
		6	12	14
C $\bar{D}$	$p_2$	✓		✓
A $\bar{D}$	$p_3$		✓	✓
B C	$p_5$	✓		✓
A B	$p_6$		✓	✓

а)

ПИК-и		1-ци на ф-јата	
		6	12
C $\bar{D}$	$p_2$	✓	
A $\bar{D}$	$p_3$		✓
B C	$p_5$	✓	
A B	$p_6$		✓

б)

Од табелата се гледа дека колоната на  $m_{14}$  е доминантна над колоната на  $m_6$  и  $m_{12}$ , т.е. дека колоните на 6-та и 16-та се подредени на 14-та. Ова покажува дека колоната на 14-та отпаѓа, па од таб. 6-24 а) произлегува таб. 6-24 б) во која повеќе нема парови доминантно-подредена колона. (Колоната на  $m_{14}$  ќе отпаднеше и ако во ТП постоеше само една, било која, од двете подредени колони:  $m_6$  или  $m_{12}$ .)

Таб. 6-24. Редукција на доминантните колони на функцијата  $Y_1(A,B,C,D) = \sum m(0,2,5,6,7,8,10,12,13,14,15)$ .

### Под-чекор 3.3: Редукција на редици

#### (Одредување и отстранување на подредени редици)

Доколку во ТП постојат меѓусебно доминантни и подредени редици, тогаш за понатамошната работа во предвид треба да се земат само доминантните редици, додека подредените редици треба да се отфрлат бидејќи избирањето на редицата на доминантната ПИК автоматски ја покрива и онаа на подредената.

Заради подобро разбирање, овој под-чекор ќе го примениме на примерот на веќе добиена ТП таб. 6-25 а) која се однесува на функција  $Z_2(A,B,C,D) = \sum m(2,3,4,5,10,13,15)$ , а врз која веќе се спроведени првите три чекори од алгоритмот. Од табелата се гледа дека редицата на ПИК  $p_1$  е подредена на редицата на ПИК  $p_2$ , т.е. дека редицата на  $p_2$  е доминантна над  $p_1$ . Имено, редицата на ПИК  $p_1$  покрива само една колона и тоа онаа на  $m_2$ , додека редицата на ПИК  $p_2$  покрај таа колона покрива уште една, на  $m_3$ . (ПИК  $p_2$  едновременно ги покрива двата минтерми,  $m_2$  и  $m_3$ ). Бидејќи при генерирањето на минималната форма на функцијата мора да се имаат во предвид и двата минтерми, логично е тие да бидат опфатени со една ПИК, а не со две, од едноставна причина што минималната форма треба да содржи помал број ПИК-и.

ПИК-и		1-ци на функцијата			
		2	3	5	13
$\bar{B} C \bar{D}$	$p_1$	✓			
$\bar{A} \bar{B} C$	$p_2$	✓	✓		
$\bar{A} B \bar{C}$	$p_3$			✓	
$B \bar{C} D$	$p_4$			✓	✓
$A B D$	$p_5$				✓

а)

ПИК-и		1-ци на функцијата			
		2	3	5	13
$\bar{A} \bar{B} C$	$p_2$	✓	✓		
$B \bar{C} D$	$p_4$			✓	✓

б)

Таб. 6-25. Редукција на подредени редици на  $Z_2 = \sum m(2,3,4,5,10,13,15)$ .



Слично, од таб. 6-25 а) е очигледно дека и редицата на ПИК  $p_4$  доминира со редица на ПИК  $p_3$ , т.е. дека третата редица е подредена на четвртата: ПИК  $p_4$  ги покрива колоните на  $m_5$  и  $m_{13}$ , додека  $p_3$  го покрива само  $m_5$ . Заради ова за понатамошна анализа може да се земе само редицата на  $p_4$ , а онаа на  $p_3$  да отпадне. Покрај ова, редицата на ПИК  $p_4$  е доминантна и над редицата на ПИК  $p_5$ : ПИК  $p_4$  ги покрива  $m_5$  и  $m_{13}$ , додека ПИК  $p_5$  само  $m_{13}$ . Од ова произлегува дека може да отпадне и редицата на ПИК  $p_5$ . Конечниот облик на редуцираната табела е прикажан како таб. 6-25 б) од која се гледа дека во неа повеќе нема парови доминантни – подредена редица.

Третиот под-чекор може да се примени и врз примерот на функцијата  $Y_1(A,B,C,D)=\sum m(0,2,5,6,7,8,10,12,13,14,15)$ .

ПИК-и		1-ци	
		6	12
$C \bar{D}$	$p_2$	✓	
$A \bar{D}$	$p_3$		✓
$B C$	$p_5$	✓	---
$A B$	$p_6$	---	✓

а)

ПИК-и		1-ци	
		6	12
$C \bar{D}$	$p_2$	✓	
$A \bar{D}$	$p_3$		✓

б)

Нејзината ТП по елиминирањето на доминантните колони е прикажана со таб. 6-24 б) и со таб. 6-26 а). Од табелата е очигледно дека првата редица на ПИК  $p_2$  доминира со третата редица на ПИК  $p_5$ . За овој пример важи и обратното: и редицата на  $p_5$  исто така доминира со редицата на  $p_2$  бидејќи ПИК-и во двете редици покриваат иста колона, онаа на  $m_6$ . Овие две редици се меѓусебно *кододоминантни* бидејќи една со друга взаемно доминираат. Слично, втората и четвртата редица на ПИК-и  $p_3$  и  $p_6$  се кододоминантни: и двете покриваат иста колона и тоа онаа **1** на функцијата која се наоѓа во колоната на  $m_{12}$ .

Таб. 6-26. Редукција на подредените редици на ф-јата  $Y_1=\sum m(0,2,5,6,7,8,10,12,13,14,15)$

Веќе е наведено дека секоја од подредените редици може да се елиминира, но во ваков случај кога се јавува кододоминантност на редици постои можност за избор на една од нив, т.е. на една од две или повеќе минимални форми на функцијата (повеќезначност). Конкретно за разгледуваниот пример мора да се избере една редица (ПИК  $p_2$  или  $p_4$ ) за покривање на колоната на  $m_6$  и една редица (ПИК  $p_3$  или  $p_5$ ) за покривање на  $m_{12}$ . Понатамошниот процес на минимизација ќе ги има во предвид само двете ПИК-и што ќе бидат избрани и вклучени во конечната минимална форма на функцијата, додека другите две ќе бидат отфрлени.

Целата оваа постапка за елиминирање на подредените редици на функцијата  $Y_1(A,B,C,D) = \sum m(0,2,5,6,7,8,10,12,13,14,15)$  е претставена во таб. 6-26 а) и б), при што таб. 6-26 б) е добиена со селектирање на ПИК-и  $p_2=C \bar{D}$  и  $p_3=A \bar{D}$ . (Преостанатите две можни решенија би биле кога би се направил избор на  $p_2=C \bar{D}$  со  $p_6=A B$  или на  $p_3=A \bar{D}$  со  $p_5=A B$ .)

**Повторување на под-чекорите**

По завршувањето на еден циклус на трите под-чекори, повторно се тргнува од првиот под-чекор кој се однесува на преостанатиот дел од ТП. Оние СИК-и што ќе бидат идентификувани во оваа втора итерација и во секоја следна, се викаат *секундарни СИК-и* (ССИК-и). Тие, исто како и ПСИК-и, мора да се појават во секоја минимална форма (МДНФ) на функцијата, при што евентуалната кододоминантност помеѓу редиците во претходниот чекор ќе влијае врз изборот на СИК-и.

Редиците на ССИК-и се означуваат со секундум (“ ””), а се откриваат според подчекорот 1, во кој се бараше колона (минтерм, 1-ца на функцијата) која е покриена само со една ПИК што сега ќе се избере за ССИК. Ваквата колона како исклучително важна се означува со (“ \* ”). ССИК-и се третираат на ист начин како и ПСИК-и: треба да се идентификуваат, маркираат, селектираат и извлекат заради вклучување во конечната минимална форма на функцијата. Соодветните редици на ПИК-и кои се идентификувани како ССИК-и се пречкртуваат, а се пречкртува и секоја колона која што на местото на пречкртаната редица го има знакот “✓” бидејќи минтермот во таа колона е покриен со редицата на избраната ССИК.

По одредувањето на ССИК-и се повторува редукцијата на колони и редици, за потоа во следната итерација пак да се бараат нови ССИК-и, да се изврши нова редукција на колони и редици, ... итн. сè додека е тоа возможно. Поточно, сè додека не се добие празна ТП или ТП која содржи ПИК-и кои не можат да се изберат за ССИК-и и во која нема парови доминантни – подредени колони или редици, заради што е невозможна понатамошна редукција.

Доколку се добие празна ТП тогаш е јасно дека нема потреба од понатамошна минимизација и четвртиот чекор од алгоритмот не се извршува. Минималната форма ќе биде во МДНФ облик, како логички збир на сите селектирани СИК-и од повеќекратното повторување на трите под-чекори во рамките на чекорот 3.

Меѓутоа, ако добиената ТП не е празна, тогаш ќе мора да се премине на нејзино решавање преку спроведување на четвртиот чекор од алгоритмот.

Во конкретниот пример на функцијата  $Y_1(A,B,C,D) = \sum m(0,2,5,6,7,8,10,12,13,14,15)$  веќе се доби таб. 6-26 б) од која се забележува дека наведените ПИК-и  $p_2 = C \bar{D}$  и  $p_3 = A \bar{D}$  се всушност и ССИК-и.

ПИК-и		Индекси	
		6*	12*
$C \bar{D}$	$p_2^{**}$	☑	
$A \bar{D}$	$p_3^{**}$		☑

Тие се селектираат според таб. 6-27 заради што конечната ТП останува празна и конечното решение, односно минималната форма на функцијата ќе биде во МДНФ облик како сума од производи на ПСИК-и  $p_1 = \bar{B} \bar{D}$  и  $p_4 = B D$  и ССИК-и  $p_2 = C \bar{D}$  и  $p_3 = A \bar{D}$ :

$$Y_1(A,B,C,D) = p_1 + p_4 + p_2 + p_3 = \bar{B} \bar{D} + B D + C \bar{D} + A \bar{D}$$

Таб. 6-27. Одредување ССИК-и на ф-јата:  $Y_1 = \sum m(0,2,5,6,7,8,10,12,13,14,15)$ .

#### **Чекор 4: Решавање на табелата на покривање (ТП)**

Овој последен чекор од алгоритмот се применува кога по цикличното спроведување на трите под-чекори се добива ТП која содржи ПИК-и кои не се ПСИК-и или ССИК-и, ниту пак може да се откријат и елиминираат доминантни колони и/или подредени редици. Ваквата табела во која нема повеќе СИК-и, ниту доминантни колони и/или подредени редици се вика *циклична табела на покривање*. Цикличната ТП може да се реши со Петриковата метода која овде не е презентирана бидејќи го надминува нивото на излагање на учебников.

### 6.6.3.3. МИНИМИЗАЦИЈА НА НЕЦЕЛОСНО ДЕФИНИРАНИ ФУНКЦИИ

Некомплетно дефинираните функции покрај логичките вредности **0**, односно **1**, можат да имаат и вредност “**неважно**“ која се означува со симболот “**x**“ (или “**!**“) и покажува дека вредноста на функцијата не е битна за соодветната комбинација на влезните променливи. Според тоа за секоја вредност на функцијата означена со **x** сосема е сеедно дали тој знак ќе се разгледува како **1** или како **0**. Имајќи го ова во предвид, како и фактот дека се работи за минимизација, вредностите **x** ќе бидат ретирани така што секогаш одат во прилог на добивање минимални форми на функцијата.

Процесот на минимизација за нецелосно дефинираните функции во основа е ист како и за комплетно дефинираните функции, со единствена разлика во тоа што во првата табела на функцијата  $T_1$  која произлегува од табелата на вистинитост  $T_0$ , покрај оние вектори (производи, минтерми) за кои вредноста на функцијата е **1**, треба да се внесат и оние за кои вредноста на функцијата е **X** (неважна, недефинирана). Во секоја редица на оној вектор, за кој функцијата е недефинирана, покрај индексот во првата колона се става ѕвездичка (знакот “**\***“). Во понатамошниот процес на генерирање на нови табели ѕвездичката може да се запише само покрај индексите на оние вектори кои се добиени со здружување на два вектори од претходната табела од кои и двата се маркирани со “**\***“. Имено, здружувањето на два вектори маркирани со ѕвездичка “**\***“ значи комбинирање на две импликанти за кои функцијата има недефинирана вредност (здружување на **x** со **x**) и покривање на две нејзини неважни вредности. Од друга страна, спојувањето на еден вектор со знак “**\***“ и еден без него значи комбинирање на две импликанти од кои за едната функцијата има вредност **1**, а за другата **x**, т.е. покривање на една **1**-ца на функцијата и една нејзина неважна вредност.

По целосното завршување на постапката на здружување, како ПИК-и се земаат сите вектори чии редици не се штиклирани со симболот “**✓**“ во последната колона и воедно не се означени со знакот “**\***“ во првата колона бидејќи тие се добиени со комбинирање на **1** со **x** и ја покриваат соодветната **1**-ца на функцијата.

Меѓутоа, ако има производи кои останале нештиклирани, но означени со “**\***“, тие не треба да се земат како ПИК-и бидејќи се добиени со спојување на “**x**“ со “**x**“ и покриваат само колони (минтерми) на функцијата за кои нејзината вредност не е важна.

Следниот чекор е формирање на ТП во која по редици се внесуваат сите претходно избрани ПИК-и. Во неа по колони се запишуваат само индексите на оние минтерми на функцијата за кои таа има вредност **1**. Индексите (минтермите) за кои вредноста на функцијата не е дефинирана, т.е. има вредност **x**, не треба да се земаат предвид при решавањето на ТП и не се внесуваат во неа бидејќи се неважни и не мора да се покриваат. Потоа ТП се редуцира според алгоритмот на Квајн-МекКласки, сè додека не се добие минимално покривање на функцијата.

Решениот пример ја илустрира примената на Квајн-МекКласкиевата метода за минимизација на функцијата  $Y_3 = \sum m(2,3,7,9,11,13) + \sum x(1,10,15)$ .

ПИК-и на зададената функција  $Y_3(A,B,C,D) = \sum m(2,3,7,9,11,13) + \sum x(1,10,15)$  се определени со користење на таб. 6-28 а),б),в),г). Врз основа на нив се формира ТП на функцијата таб. 6-29, од која се гледа дека ПСИК-и се ПИК-и  $p_2$ ,  $p_3$  и  $p_4$ .

$i$	$ABCD$	$Y_3$	
0	0000	0	
1*	0001	x	✓
2	0010	1	✓
3	0011	1	✓
4	0100	0	
5	0101	0	
6	0110	0	
7	0111	1	✓
8	1000	0	
9	1001	1	✓
10*	1010	x	✓
11	1011	1	✓
12	1100	0	
13	1101	1	✓
14	1110	0	
15*	1111	x	✓

$i$	$ABCD$	
1*	0001	✓
2	0010	✓
3	0011	✓
9	1001	✓
10*	1010	✓
7	0111	✓
11	1011	✓
13	1101	✓
15*	1111	✓

$i$	$ABCD$	
(1,3)	00-1	✓
(1,9)	-001	✓
(2,3)	001-	✓
(2,10)	-010	✓
(3,7)	0-11	✓
(3,11)	-011	✓
(9,11)	10-1	✓
(9,13)	1-01	✓
(10,11)	101-	✓
(7,15)	-111	✓
(11,15)	1-11	✓
(13,15)	11-1	✓

$i$	$ABCD$	
(1,3,9,11)	-0-1	$p_1$
(2,3,10,11)	-01-	$p_2$
(3,7,11,15)	--11	$p_3$
9,11,13,15)	1--1	$p_4$

ПИК-и:  
 $p_1 = \bar{B} D$   
 $p_2 = \bar{B} C$   
 $p_3 = C D$   
 $p_4 = A D$

Таб. 6-28. Табели на функцијата  
 $Y_3(A,B,C,D) = \Sigma m(2,3,7,9,11,13) + \Sigma x(1,10,15)$ .

Имено, само ПИК  $p_2$  ја покрива колоната на  $m_2$ , ПИК  $p_3$  единствено ја покрива колоната на  $m_7$  и  $p_4$  е единствена ПИК што ја покрива колоната  $m_{13}$ . По нивното извлекување од ТП, редиците на  $p_2$ ,  $p_3$  и  $p_4$  се пречкртуваат, како и трите минтерми  $m_3$ ,  $m_9$  и  $m_{11}$ , кои покрај наведените  $m_2$ ,  $m_7$  и  $m_{13}$  се покриени со селектираните ПСИК-и  $p_2$ ,  $p_3$  и  $p_4$ .

ПИК-и		Минтерми (1-ци на функцијата).					
		2*	3	7*	9	11	13*
$\bar{B} D$	$p_1$		✓		✓	✓	
$\bar{B} C$	$p_2'$	✓	✓			✓	
$C D$	$p_3'$		✓	✓		✓	
$A D$	$p_4'$				✓	✓	✓

Таб. 6-29. Табела на покривање на функцијата  $Y_3 = \Sigma m(2,3,7,9,11,13) + \Sigma x(1,10,15)$ .

Бидејќи не остана ниту една непокриена колона, т.е. ПСИК-и  $p_2$ ,  $p_3$  и  $p_4$  ги покрија сите 1-ци на функцијата нема потреба од понатамошно спроведување на другите чекори од алгоритмот.

Добиената МДНФ на функцијата  $Y_3$  ќе биде:  $Y_3 = p_2 + p_3 + p_4 = \bar{B} C + C D + A D$ .

## ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ ЗА ПОВТОРУВАЊЕ

6-35. Врз следните логички функции зададени преку нивните множества на индекси треба да се примени методот на Квајн-МекКласки. За секоја функција треба се определат нејзините а) ПИК-и б) табела на покривање и в) минималната форма во МДНФ облик.

а)  $F_0(X_1, X_2, X_3, X_4) = \sum m(1, 2, 3, 7, 8, 9, 10, 11, 14, 15)$

б)  $F_1(X_1, X_2, X_3, X_4) = \sum m(1, 2, 3, 5, 7)$

в)  $F_2(X_1, X_2, X_3, X_4) = \sum m(0, 4, 5, 11, 13, 15)$

г)  $F_3(X_1, X_2, X_3, X_4) = \sum m(2, 4, 5, 6, 7, 9, 13)$

д)  $F_4(X_1, X_2, X_3, X_4) = \sum m(3, 4, 5, 7, 9, 11, 12, 13)$

е)  $F_5(X_1, X_2, X_3, X_4) = \sum m(0, 1, 4, 6, 9, 10, 12, 14)$

ж)  $F_6(X_1, X_2, X_3, X_4) = \sum m(3, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 14, 15)$

з)  $F_7(X_1, X_2, X_3, X_4) = \sum m(3, 4, 5, 7, 8, 10, 13, 14, 15)$

и)  $F_8(X_1, X_2, X_3, X_4) = \sum m(0, 3, 4, 7, 11, 12, 14, 15)$

о)  $F_9(X_1, X_2, X_3, X_4) = \sum m(0, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 14, 15)$

п)  $F_{10}(X_1, X_2, X_3, X_4) = \sum m(3, 4, 5, 6, 7, 9, 13)$

р)  $F_{11}(X_1, X_2, X_3, X_4) = \sum m(3, 4, 5, 7, 9, 11, 12, 13)$

с)  $F_{12}(X_1, X_2, X_3, X_4) = \sum m(0, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 14, 15)$

т)  $F_{13}(X_1, X_2, X_3, X_4) = \sum m(1, 3, 6, 7, 8, 10, 11, 13, 14)$

Задачата треба да се реши и со Карноовиот метод и да се изврши споредба.

6-36. Следните нецелосно дефинирани логички функции треба да се решат според истите услови од претходната задача.

а)  $F_{14}(X_1, X_2, X_3, X_4) = \sum m(0, 4, 5, 6, 8, 12, 14, 15) + \sum x(1, 2, 7, 10)$

б)  $F_{15}(X_1, X_2, X_3, X_4) = \sum m(0, 5, 8, 12, 15) + \sum x(1, 2, 3, 10, 13, 14)$

в)  $F_{16}(X_1, X_2, X_3, X_4) = \sum m(1, 2, 3, 4, 5, 9, 11, 12) + \sum x(7, 10, 13, 15)$

г)  $F_{17}(X_1, X_2, X_3, X_4) = \sum m(0, 4, 5, 6, 8, 12, 14, 15) + \sum x(1, 2, 10)$

д)  $F_{18}(X_1, X_2, X_3, X_4) = \sum m(2, 4, 6, 10) + \sum x(0, 3, 7, 11, 12, 13, 14, 15)$

6-37. (\*) За секоја од следните логички функции зададени преку нивните множества на индекси треба да се применат методите на а) Карно б) Квајн-МекКласки и да се определат сите нивни минимални форми во МДНФ облик.

а)  $F_{19}(A, B, C, D) = \sum m(1, 5, 7, 8, 11, 15, 17, 20, 22, 24, 26, 30, 31)$

б)  $F_{20}(A, B, C, D) = \sum m(0, 2, 3, 4, 6, 10, 13, 14, 18, 22, 23, 27, 31)$

в)  $F_{21}(A, B, C, D) = \sum m(0, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 14, 15, 22, 23, 25, 28, 30, 31)$

г)  $F_{22}(A, B, C, D) = \sum m(1, 5, 8, 12, 21, 31) + \sum x(0, 15, 17, 24, 28)$

д)  $F_{23}(A, B, C, D) = \sum m(0, 2, 8, 10, 11, 16, 18, 24, 26, 30) + \sum x(14, 31)$

е)  $F_{24}(A, B, C, D) = \sum m(1, 4, 17, 20, 22, 31) + \sum x(0, 3, 6, 19, 29)$

ж)  $F_{25}(A, B, C, D) = \sum m(1, 5, 8, 12, 21, 31) + \sum x(0, 15, 17, 24, 28)$

з)  $F_{26}(A, B, C, D) = \sum m(3, 4, 5, 7, 9, 12, 13, 22, 29, 30) + \sum x(1, 2, 17, 21, 24, 28, 31)$

## 6.7. ПРЕКИНУВАЧКИ МРЕЖИ

Логичките функции практично можат да се реализираат на различен начин применувајќи различни технички решенија, но секогаш со користење на елементи или компоненти кои имаат две состојби: механички прекинувачи, релеа, полупроводнички прекинувачи, и сл. Во секој случај, во основа се јавува потребата од нивно графичко прикажување со помош на соодветни шеми и симболи. Имајќи во предвид дека нашата цел е реализација на логичките функции со електронски прекинувачи, во продолжение фокусот ќе го ставиме врз објаснувањето на оваа проблематика, поточно врз графичкото прикажување на логичките функции со помош на логички кола и нивно симболичко претставување.

*Секоја структура која е добиена со адекватно поврзување на одреден број различни логички кола и реализира некоја прекинувачка функција се вика **логичка, комбинациона, комутациона или прекинувачка мрежа**. Прекинувачката мрежа може да се прикаже со соодветна блок-шема (логички блок-дијаграм). Тоа е графички облик на претставување, а се добива со примена на симболите на логичките кола. Кај комбинационите мрежи не постои повратна врска од излезот на некое логичко коло кон било кој влез во мрежата. Заради ова секој излез на мрежата постои и зависи само од моменталните вредности на влезните променливи.*

### 6.7.1. ОСНОВНИ ЛОГИЧКИ КОЛА

Сите стандардни прекинувачки функции кои досега ги анализираме технички се реализираат со помош на посебни компоненти кои се викаат **логички кола, врати или порти**. Секое логичко коло има еден излез кој одговара на функцијата која тоа коло ја извршува, и еден или повеќе влезови преку кои се доведуваат променливите од кои зависи функцијата на излезот.

За секое логичко коло постои соодветен графички симбол - елементарен блок-дијаграм, т.е. **логички симбол**, со кој тоа коло се прикажува во логичките дијаграми. Во литературата можат да се сретнат различни симболи за означување на логичките кола. IEEE (Институтот на инженери од електротехничка струка) го прифати и го стандардизира означувањето на логичките кола воведено од страна на IEC (Интернационалната комисија за електротехника). Според овој стандард постојат во основа два различни типа на симболи. Во едната група припаѓаат симболите кои имаат различен облик зависно од нивната логичка функција, додека во втората група се користат симболите со правоаголен облик. Американскиот институт за национални стандарди (ANSI) ги применува токму симболите со различен облик кои вообичаено се користат и на светско ниво за едукативни потреби. Од друга страна, симболите со правоаголен облик се употребуваат од страна на произведувачите на дигитални компоненти, уреди и апарати за водење на документација. Имајќи го во предвид претходно кажаното, во понатамошното излагање ќе го користиме означувањето според ANSI стандардот, т.е. симболите кои имаат различен облик. Сепак, во табелата таб. 6-28 е даден целосен и споредбен преглед на симболите на основните (елементарните) логички кола И, ИЛИ и НЕ (инверторот), како и на универзалните НИ и НИЛИ колата и нивното означување според двата стандарда. Дополнително, покрај секое логичко коло е наведена неговата табела на вистинитост и функцијата која ја извршува во аналитички облик со кусо објаснување.

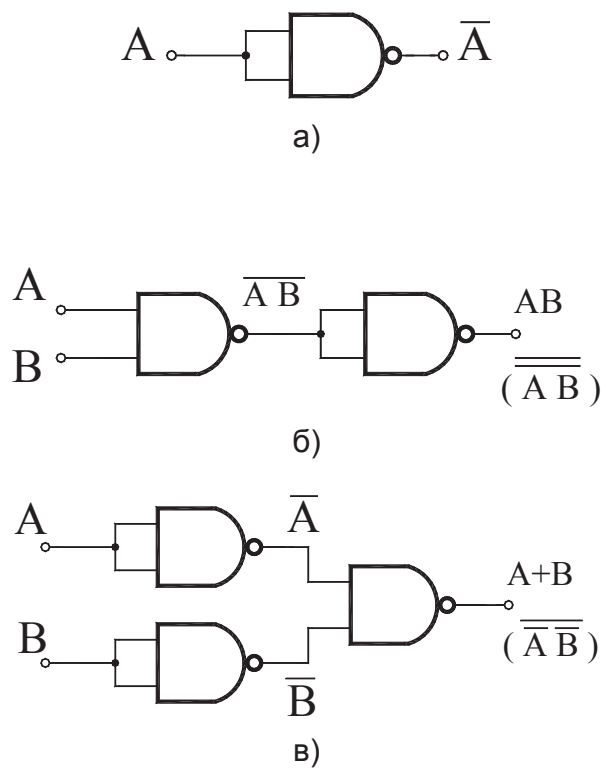
Од симболите на логичките функции на ИНВЕРТОРОТ (НЕ), НИ и НИЛИ колото се воочува тоа што комплементирањето на променливата се означува со малечок круг (○).

Логичко коло	Логички симбол		Логичка равенка	Таблица на вистинитост	Опис на функцијата															
	ANSI	IEC/IEEE																		
Инвертор (НЕ)			$Y = \bar{A}$	<table border="1"> <tr><td>A</td><td>Y</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td></tr> </table>	A	Y	0	1	1	0	Комплементирање (Инвертирање)									
A	Y																			
0	1																			
1	0																			
и			$Y = A \cdot B$	<table border="1"> <tr><td>A</td><td>B</td><td>Y</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	A	B	Y	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	Логичко множење
A	B	Y																		
0	0	0																		
0	1	0																		
1	0	0																		
1	1	1																		
НИ			$Y = \overline{A \cdot B}$	<table border="1"> <tr><td>A</td><td>B</td><td>Y</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </table>	A	B	Y	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	Комплемент на логичко множење
A	B	Y																		
0	0	1																		
0	1	1																		
1	0	1																		
1	1	0																		
или			$Y = A + B$	<table border="1"> <tr><td>A</td><td>B</td><td>Y</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	A	B	Y	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	Логичко собирање
A	B	Y																		
0	0	0																		
0	1	1																		
1	0	1																		
1	1	1																		
НИЛИ			$Y = \overline{A + B}$	<table border="1"> <tr><td>A</td><td>B</td><td>Y</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </table>	A	B	Y	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	Комплемент на логичко собирање
A	B	Y																		
0	0	1																		
0	1	0																		
1	0	0																		
1	1	0																		
ЕКС-ИЛИ			$Y = A \oplus B$ $Y = \bar{A}B + A\bar{B}$	<table border="1"> <tr><td>A</td><td>B</td><td>Y</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </table>	A	B	Y	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	Ексклузивно (Исклучиво) логичко собирање
A	B	Y																		
0	0	0																		
0	1	1																		
1	0	1																		
1	1	0																		
ЕКС-НИЛИ			$Y = \overline{A \oplus B}$ $Y = AB + \bar{A}\bar{B}$	<table border="1"> <tr><td>A</td><td>B</td><td>Y</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	A	B	Y	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	Комплемент на Ексклузивно (Исклучиво) логичко собирање
A	B	Y																		
0	0	1																		
0	1	0																		
1	0	0																		
1	1	1																		

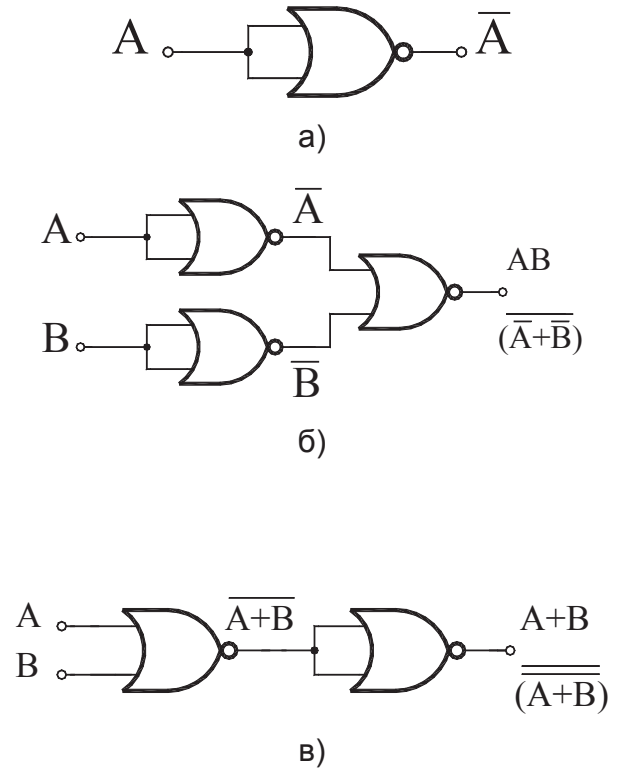
Таб. 6-28. Преглед на симболите на стандардните логички кола.

Во последните две редици од табелата 6-28 се дадени и логичките кола кои ги реализираат логичките функции ИСКЛУЧИВО (ЕКСКЛУЗИВНО) ИЛИ и ИСКЛУЧИВО (ЕКСКЛУЗИВНО) НИЛИ, т.е. ЕКСИЛИ и ЕКСНИЛИ бидејќи и тие многу често се сретнуваат и во теоријата и во практиката.

Како посебно значајни ќе ги истакнеме НИ и НИЛИ логичките кола, кои ги извршуваат универзалните функции НИ и НИЛИ бидејќи со нив може да се реализира било која прекинувачка функција. Поаѓајќи од равенките (6-22, 6-23 и 6-24) со кои елементарните функции НЕ, И и ИЛИ се изразуваат само преку функцијата НИ, на сл. 6-24 а), б) и в) е прикажан начинот според кој основните логички кола НЕ, И и ИЛИ може да се реализираат само со примена на НИ кола. Применувајќи ги равенките (6-25, 6-26 и 6-27) на сл. 6-25 а), б) и в) се претставени основните логички кола со соодветно поврзување на НИЛИ кола.



Сл. 6-24. Само со НИ порти.

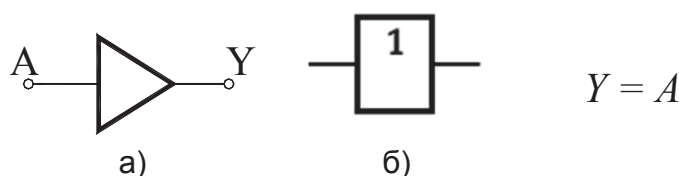


Сл. 6-25. Само со НИЛИ порти.

Реализација на основните логички кола НЕ (Инвертор), И и ИЛИ.

### 6.7.2. БАФЕРСКО КОЛО

Покрај основните логички кола во праксата многу често се сретнува и колото за прилагодување (баферот, англ. *buffer*) кое има еден влез и еден излез исто како инверторот. Разликата е во тоа што кај баферското коло излезот ја следи логичката состојба на влезот, т.е. на излезот се добива исто логичко ниво со она што е присутно на влезот, а не неговата комплементарна вредност.



Сл. 6-26. Симболички ознаки

A	Y
0	0
1	1

Логичка равенка Таб. 6-29. Комбинациона таблица



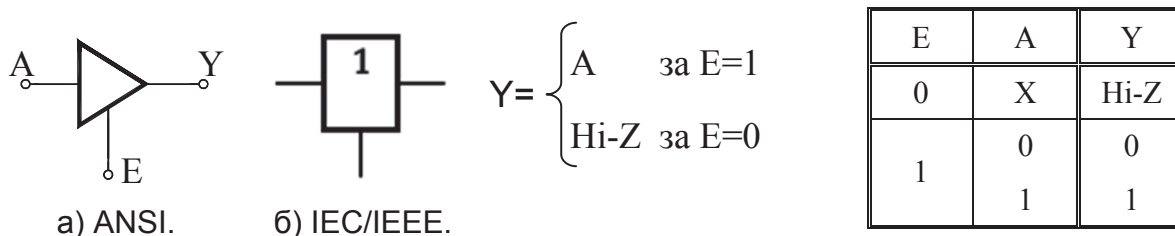
На сл. 6-26 а) и б) се прикажани логичките симболи на баферот и тоа според двата стандарди: ANSI и IEC/IEEE. Имајќи го предвид однесувањето на баферот, неговата логичка равенка ќе биде  $Y = A$ , додека таблицата на вистинитост дадена со таб. 6-29 ќе има облик соодветен на неа.

Главна карактеристика на баферското коло е неговата можност да дава поголема излезна струја при исто логичко ниво. Заради ваквата особина баферот служи како склоп за прилагодување и се поврзува на излезот на она логичко коло кое не може директно да се поврзи на потрошувач со мала отпорност бидејќи постои опасност потрошувачот да повлече поголема струја од од максимално дозволената и со тоа да го преоптовари или оштети логичкото коло. Овие кола се користат таму каде што е потребна поголема моќност и затоа баферското коло уште се нарекува и погонско логичко коло или коло за побудување, логичко коло со моќен излез или драјвер (анг. *driver*).

**Баферско коло со три состојби:** Ова коло уште се вика и три-статички бафер, а својот назив го носи од англиската терминологија каде се сретнува под поимот *three-state* или *tri-state buffer* бидејќи покрај двете вообичаени логички состојби: 1 или 0, излезот од колото  $Y$  може да се најде и во т.н. *трета состојба*, или *состојба на висока импенданса* која вообичаено се означува со *HiZ*, *Hi-Z* или само со *Z*. Кога колото се наоѓа во трета состојба, тогаш тоа не троши никаква струја ( $I_Y \rightarrow 0$ ), што произлегува од фактот дека во оваа состојба излезот  $Y$  се прекинува и се однесува како отпорник со бесконечно голема вредност ( $Z_Y \rightarrow \infty, R_Y \rightarrow \infty$ ).

Нормалната работа на колото се овозможува преку логичкото ниво на новодопадениот контролен влез означен со  $E$  (анг. *Enable*). Ако на влезот за контрола  $E$  се донесе 1 ( $E=1$ ), тогаш колото функционира како обичен бафер, т.е. логичката состојба од влезот се пренесува на излезот ( $Y=A$ ). Меѓутоа, ако на влезот  $E$  се донесе 0 ( $E=0$ ), излезот на колото ќе оди во трета состојба ( $Y=HiZ$ ), кога  $R_Y \rightarrow \infty$  и  $I_Y \rightarrow 0$  со што колото практично се исклучува. Ова значи дека активно ниво на контролниот сигнал  $E$  е 1, бидејќи само кога  $E=1$ , баферот функционира на вообичаен начин.

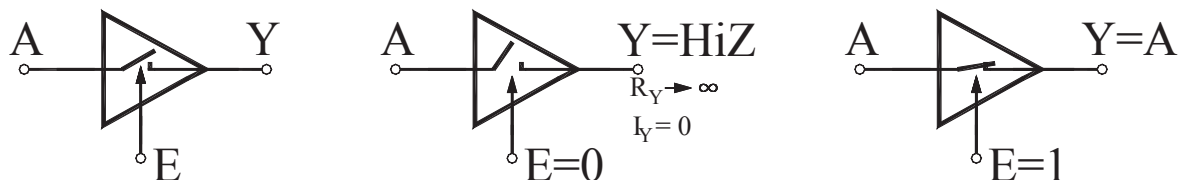
На сл. 6-27 а), б) се прикажани логичките симболи на три-статичкиот бафер и тоа според двата стандарди: ANSI и IEC/IEEE, додека таблицата на вистинитост таб. 6-30 дополнително го рефлектира неговиот начин на работа.



Сл. 6-27. Симболички ознаки      Логичка равенка      Таб. 6-30. Комбинациона таблица

Баферско коло со три состојби (тристатички бафер) и контролен сигнал  $E$  активен на 1

Заради појаснување на принципот на функционирање на колото со три состојби истото ќе го прикажеме и како надворешно контролиран механички прекинувач (сл. 6-28).



Сл. 6-28. Баферско коло како контролиран механички прекинувач во една насока

Од кажаното може да се заклучи дека однесувањето на три-статичкото баферско коло потсетува на славина за вода. Инаку, воведувањето на овие кола произлезе од реалните проблеми во практичната работа. Поконкретно, од потребата за поврзување на излезот од некое логичко коло со друга компонента која има потреба од поголема струја од онаа што може реално да му ја обезбеди тоа логичко коло, како и од потребата за поврзување на повеќе излези од различни логички кола во една точка.

### 6.7.3. АНАЛИЗА НА ПРЕКИНУВАЧКИ МРЕЖИ

Анализирањето на прекинувачката мрежа се однесува на функционален план, затоа што конструкцијата на мрежата е позната преку нејзината логичка шема. *Задачата на анализата е да ги објасни поодделните логички функции на зададената комбинациона мрежа, со крајна цел - одредување на логичките состојби во поедините точки на мрежата, и тоа за секоја комбинација на вредности на влезните променливи.* Според она што го забележавме, произлегува дека проблемот на анализа ќе биде посебно важен при експлоатацијата и одржувањето на дигиталните уреди.

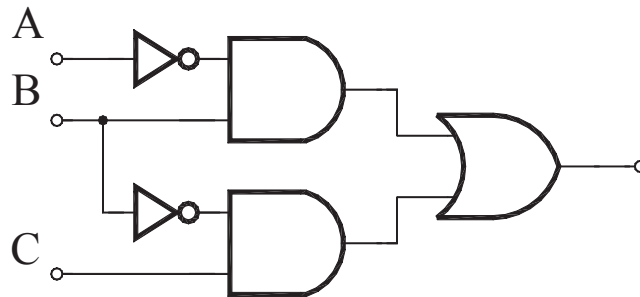
Логичката шема на мрежата треба да биде нацртана со примена на соодветните логички симболи на употребените логички кола, како и со означување на врските кои постојат меѓу влезовите и излезите од секое логичко коло. За секоја прекинувачка мрежа познати се имињата на сите влезни променливи, т.е. независно променливите кои можат да се појават во директен (вистински, номинален) или комплементиран облик, како и сите имиња на излезните променливи, т.е. функциите.

По извршената анализа на зададената мрежа треба да се добие аналитичкиот облик на функцијата, односно функциите што таа мрежа ги реализира. Ако е возможно, тој облик треба што е можно повеќе да се упрости, или поточно минимизира. Конечно, ако треба, од добиената равенка може да се конструира и табелата на вистинитост на прекинувачката мрежа.

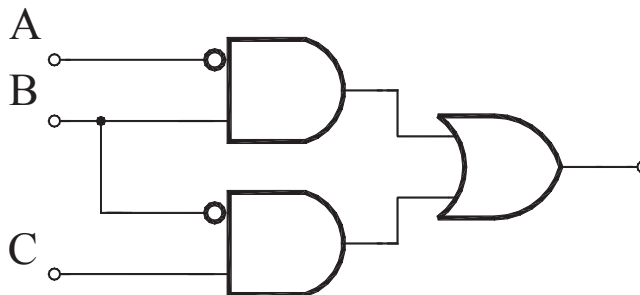
*Анализата започнува од влезот кон излезот на мрежата и тоа така што се означуваат сите излези од логичките кола, и за секој излез се пишува соодветна равенка која ќе зависи од тоа за какво логичко коло станува збор.* Значи, постапно се одредуваат аналитичките облици на прекинувачките функции на излезите од сите логички кола, и тоа движејќи се од влезот кон излезот од мрежата. Оваа постапка се извршува сè додека не се добие израз за секој излез од било кое логичко коло во мрежата (секоја функција). Дури потоа се продолжува со упростувањето на секоја функција. Од последнава равенка, т.е. од равенката која повеќе не може да се упрости се формира комбинационата табела на мрежата.

На сл. 6-29 а), б) и в) се прикажани три логички шеми кои на прв поглед меѓусебно се разликуваат. Сепак, ако истите ги анализираме, ќе заклучиме дека секоја од нив ја опишува прекинувачката мрежа со која се реализира функцијата  $Y(A,B,C) = \bar{A}B + \bar{B}C$ . Разликата се јавува само во однос на прикажувањето на комплементирањето, така што секоја шема е валидна. Што се однесува пак до реализацијата на добиената логичка функција, таа може подеднакво да се употребува како и другите две.

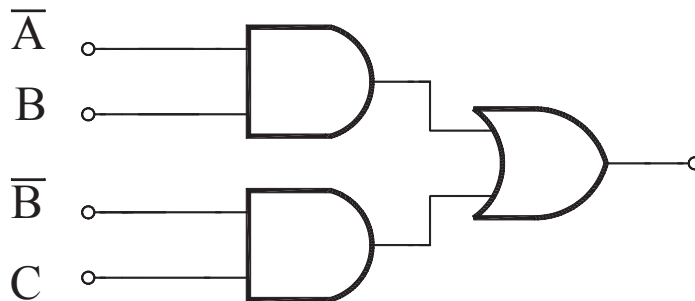
Во врска со ова, на сл. 6-29 а) комплементирањето е означено со инвертор, сл. 6-29 б) е малку поедноставна затоа што се користат кола со комплементарни влезови кои се означени со мал круг „o”, додека на сл. 6-29 в) означувањето е наједноставно бидејќи се претпоставува дека комплементите на променливите се претходно добиени што се индицира со цртичка над нив „ $\bar{\phantom{x}}$ ”.



а) Логичка негација (комплементирање) со инвертори.



б) Логичка негација (комплементирање) со влезовите на логичките кола.

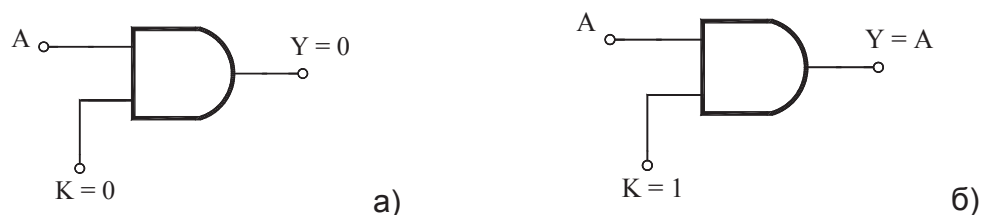


в) Логичка негација (комплементирање) со комплементарни влезни променливи.

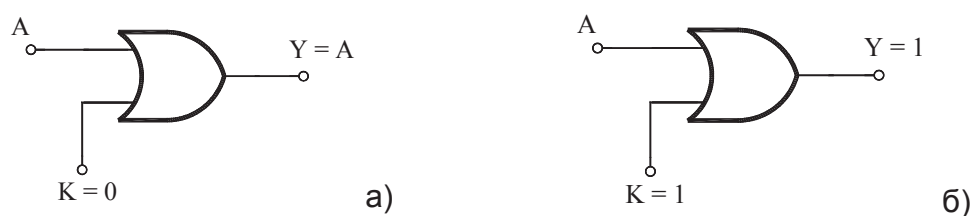
Сл. 6-29. Логички шеми на функцијата  $Y(A,B,C) = \bar{A}B + \bar{B}C$ .

Овде сепак ќе истакнеме дека од гледна точка на практична реализација секој логички дијаграм ќе биде претставен со различно решение. Имено, во шемата од сл. 6-29 а) се применуваат два инвертори, две И кола и едно ИЛИ коло. Шемата од сл. 6-29 б) користи само три логички кола од кои две И кола кои можат да инвертираат по еден влез и едно ИЛИ коло. За шемата од сл. 6-29 в) комплементирањето на променливите е претходно веќе остварено со некоја друга логичка структура.

На следните две слики сл. 6-30 и сл. 6-31 последователно се претставени по два наједноставни примери за примена на И и ИЛИ коло кои често ќе ги сретнуваме понатаму.



Сл. 6-30. Анализа на логичко И коло

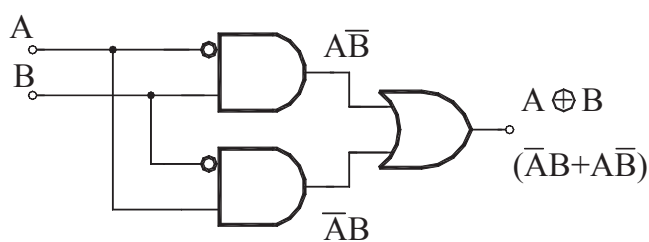


Сл. 6-31. Анализа на логичко ИЛИ коло

Со анализа на логичките дијаграми презентирани на сл. 6-32 и сл. 6-33 се добиваат следниве две логички равенки:

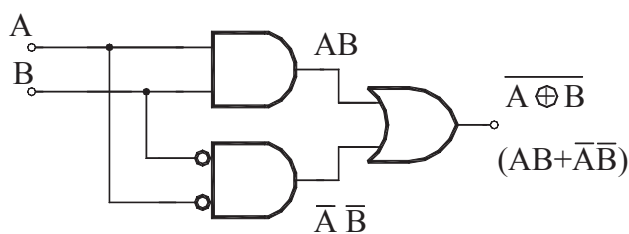
$$Y = A\bar{B} + \bar{A}B \quad (6-28)$$

$$Y = AB + \bar{A}\bar{B} \quad (6-29)$$



A	B	$\bar{A}B + A\bar{B}$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

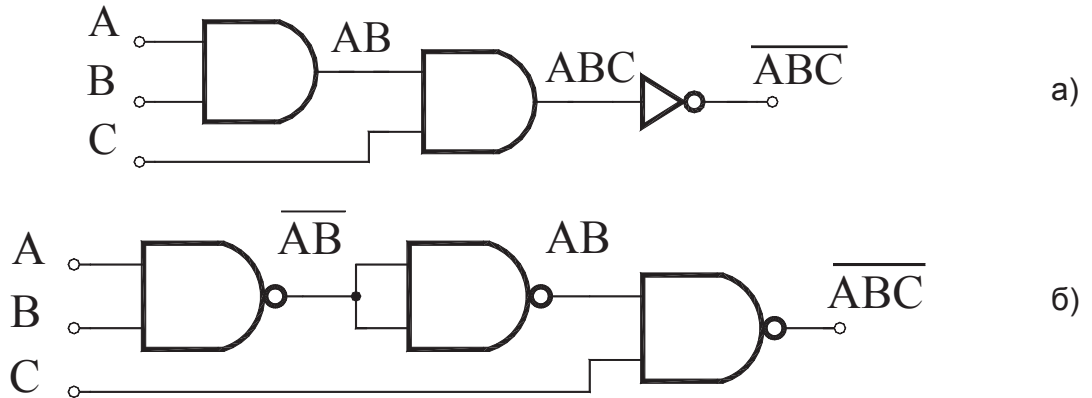
Сл. 6-32. Реализација на ЕКСИЛИ логичко коло



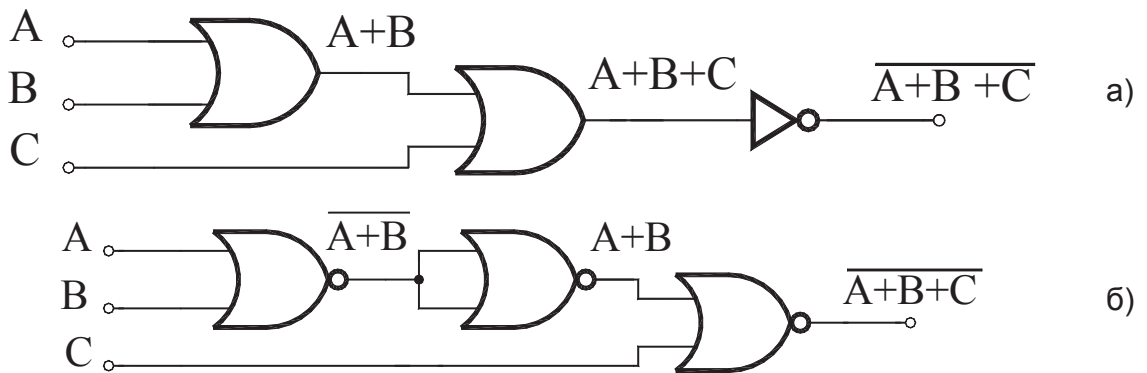
A	B	$AB + \bar{A}\bar{B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Сл. 6-33. Реализација на ЕКСНИЛИ логичко коло

Ако за секоја од последните две комбинациони мрежи се пополнат соодветни комбинациони табели и ако тие се споредат со табелите на вистинитост на логичките функции ЕКСИЛИ и ЕКСНИЛИ, се докажува дека логичките шеми дадени на сл. 6-32 и сл. 6-33 практично ги реализираат функциите ЕКСИЛИ и ЕКСНИЛИ. На сл. 6-34 а), б) и сл. 6-35 а) б) е прикажана анализа на уште четири едноставни, но карактеристични примери на логички дијаграми со кои се реализираат НИ и НИЛИ логичките функции зависни од три влезни променливи.

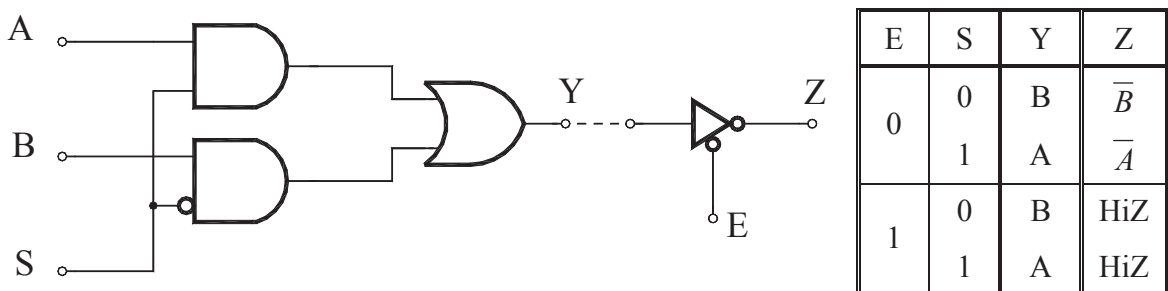


Сл. 6-34. Реализација на НИ логичко коло со три влеза.



Сл. 6-35. Реализација на НИЛИ логичко коло со три влеза.

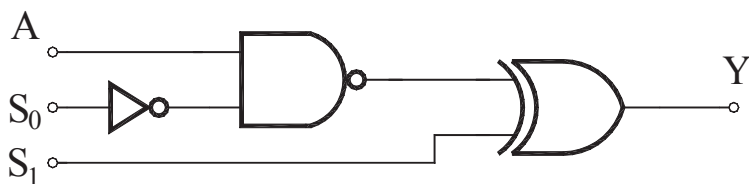
Сликата означена како сл. 6-36 претставува уште еден пример на едноставна логичка шема која често се сретнува во практиката.



Сл. 6-36. Анализа на логичка шема која врши селекција на влезен сигнал.

**ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ ЗА ПОВТОРУВАЊЕ**

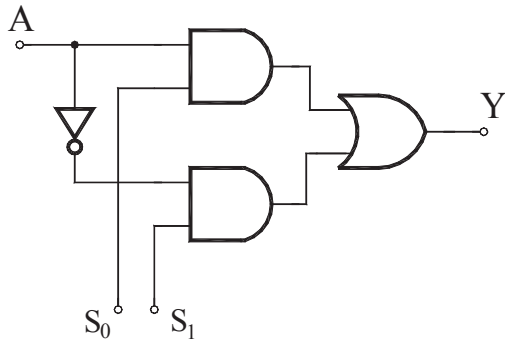
6-37. Која е разликата помеѓу комбинациона и секвенцијална прекинувачка мрежа?



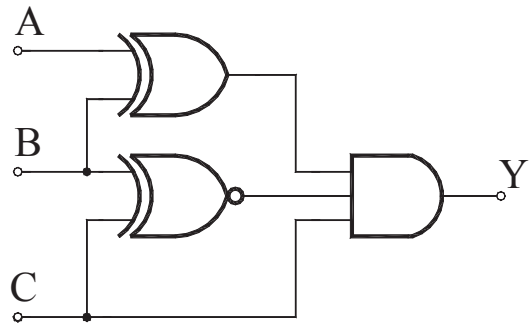
Сл. 6-37. Комбинациона мрежа

6-38. За сите комбинации на влезовите  $S_1$  и  $S_0$  на комбинационата мрежа од сл. 6-37 нацртај ја табелата на вистинитост и одреди ја излезната функција  $Y$ . Коментирај го однесувањето на мрежата.

6-39. За комбинационата мрежа прикажана на сл. 6-38 треба да се формира и пополни табела на вистинитост со  $S_1$  и  $S_2$  како влезни променливи, а  $Y$  како излезна. Врз основа на пополнетата табела објасни ја работата на мрежата.

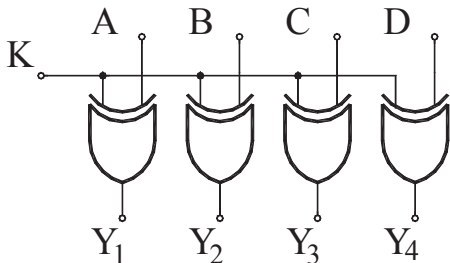


Сл. 6-38. Комбинациона мрежа



Сл. 6-39. Комбинациона мрежа

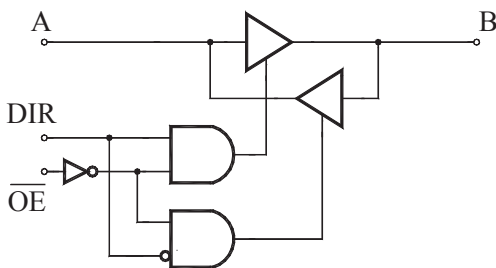
6-40. За која комбинација на влезните променливи  $A$ ,  $B$  и  $C$  излезот  $Y$  на логичката мрежа прикажана на сл. 6-39 ќе биде 1.



Сл. 6-40. Комбинациона мрежа

6-41. За логичката мрежа прикажана на сл. 6-40 претпостави дека променливата  $K$  еднаш има вредност 0, а еднаш 1 и за секој случај одреди ги логичките нивоа на излезните сигнали. Каква е улогата на променливата  $K$ ? Образложи!

6-42. За комбинационата мрежа прикажана на сл. 6-41 треба да се пополни нејзината комбинациона таблица и потоа да се објасни нејзината функција и примена.



Сл. 6-41. Комбинациона мрежа

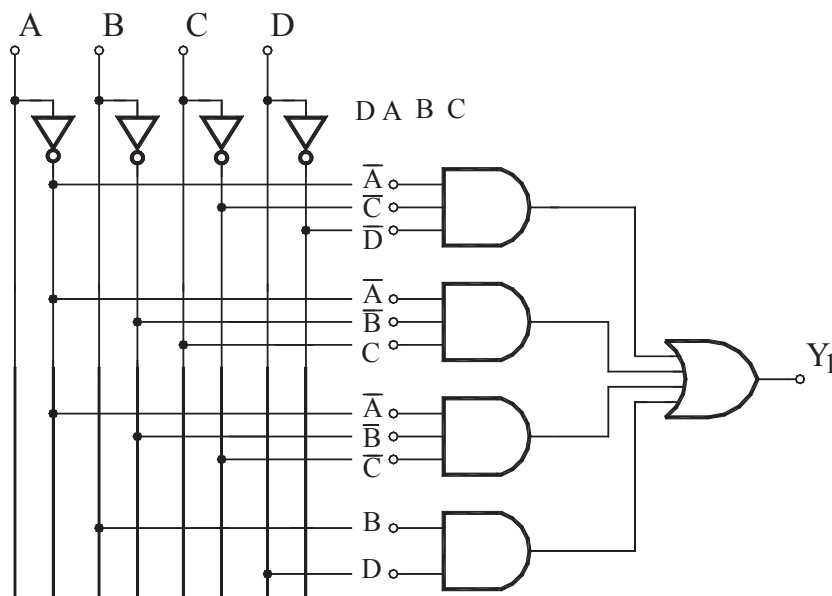
Контролни сигнали		Излези	
$\overline{OE}$	DIR	A	B
0	0		
	1		
1	X		

Таб. 6-31. Комбинациона таблица

### 6.7.4. СИНТЕЗА НА ПРЕКИНУВАЧКИ МРЕЖИ

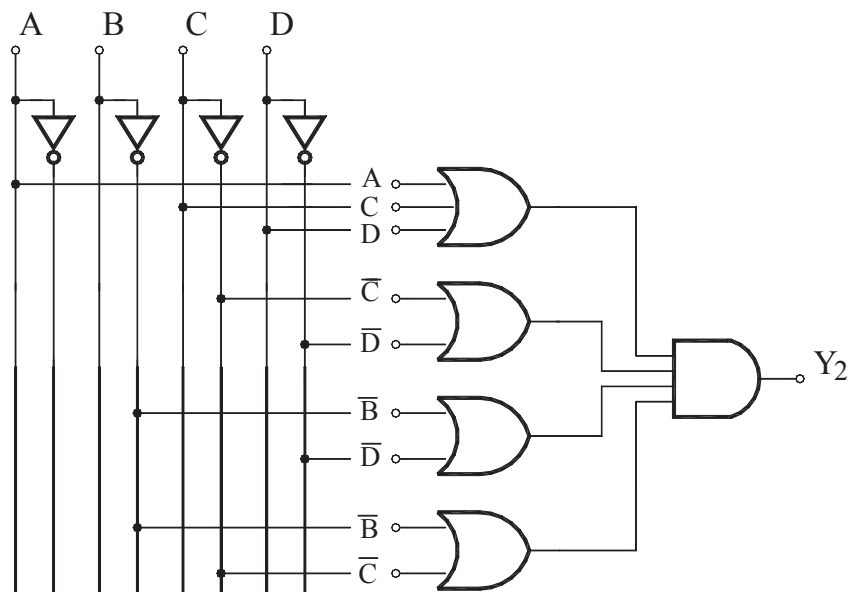
За да се изврши синтеза на некоја прекинувачка мрежа треба да е позната прекинувачката функција со која таа се опишува. Ова значи дека од некоја зададена нормална форма или табела на вистинитост на логичката функција треба да се добие логичката шема на мрежата што таа функција физички ќе ја реализира. Важен критериум при создавањето на мрежата е секако вкупниот број на употребени логички кола. Јасно е дека ќе се стремиме кон тоа прекинувачката мрежа да ја реализираме со што е можно помал број логички кола и со што е можно помал број влезови по логичко коло. Затоа, прва работа што треба да се направи во процесот на синтеза е да се изврши минимизација на зададената прекинувачка функција и таа да се сведе во МДНФ или МКНФ облик.

Ако некоја логичка функција е претставена во МДНФ облик (минимална сума од производи), тогаш прекинувачката мрежа која неа ја реализира ќе се состои од одреден број на И кола чии излези ќе се приклучат како влезови во едно ИЛИ коло, од чиј излез ќе се добие бараната функција. Секоја влезна променлива прво се проследува преку И коло, кое претставува прво ниво, а потоа се пренесува преку ИЛИ коло кое претставува второ ниво. Ваквата структура претставува *И-ИЛИ логички систем во две нивоа*. На сл. 6-42 е прикажан еден пример на ваква И-ИЛИ мрежа во две нивоа која ја реализира функцијата  $Y = \overline{A}C\overline{D} + \overline{A}BC + \overline{A}\overline{B}C + BD$ .



Сл. 6-42. Синтеза на функција со И-ИЛИ логичка структура во две нивоа.

Ако некоја логичка функција е прикажана во МКНФ облик (минимален производ од суми), тогаш повторно ќе се добие логичка структура во две нивоа, но сега таа ќе биде од ИЛИ-И тип, што значи дека влезни кола ќе бидат ИЛИ колата, и тие ќе го претставуваат првото ниво, додека второто ниво ќе биде излезното И коло од кое се добива функцијата. Еден пример на ваква ИЛИ-И мрежа со која се реализира функцијата  $Y = (A + C + D)(\overline{C} + \overline{D})(\overline{B} + \overline{D})(\overline{B} + \overline{C})$  е прикажан на сл. 6-43.



Сл. 6-43. Синтеза на функција со ИЛИ-И логичка структура во две нивоа.

Во претходното излагање веќе кажавме дека секоја прекинувачка функција може да се претстави само со примена на НИ кола, или само со примена на НИЛИ кола. Покрај ова овие две функции се полесни за техничка реализација, така што и од практични причини подобро е да се користат НИ и НИЛИ логички кола.

Со примерите што следат ќе објасниме како може да се добие физичка реализација на логичките функции само со примена на НИ кола, или само со примена на НИЛИ кола.

Во продолжение, да ја разгледаме прекинувачката функција  $Z$  од три променливи

$$Z = Z(A, B, C) = \sum m(2, 3, 4, 6) = \prod M(0, 1, 5, 7)$$

чија комбинациона табела е претставена како таб. 6-32, додека нејзините карноови карти во СДНФ и СКНФ облик се прикажани на сл. 6-44 а) и б).

$i$	$A B C$	$Y$
0	0 0 0	0
1	0 0 1	0
2	0 1 0	1
3	0 1 1	1
4	1 0 0	1
5	1 0 1	0
6	1 1 0	1
7	1 1 1	0

Таб. 6-32. Табела на вистинитост на функцијата  $Z = \sum m(2, 3, 4, 6) = \prod M(0, 1, 5, 7)$

$B$				$C$
0	2	6	4	
0	1	1	1	
1	1	0	0	
$A$				

а) Минимизација на СДНФ облик.

$\overline{B}$				$\overline{C}$
0	2	6	4	
0	1	1	1	
1	1	0	0	
$\overline{A}$				

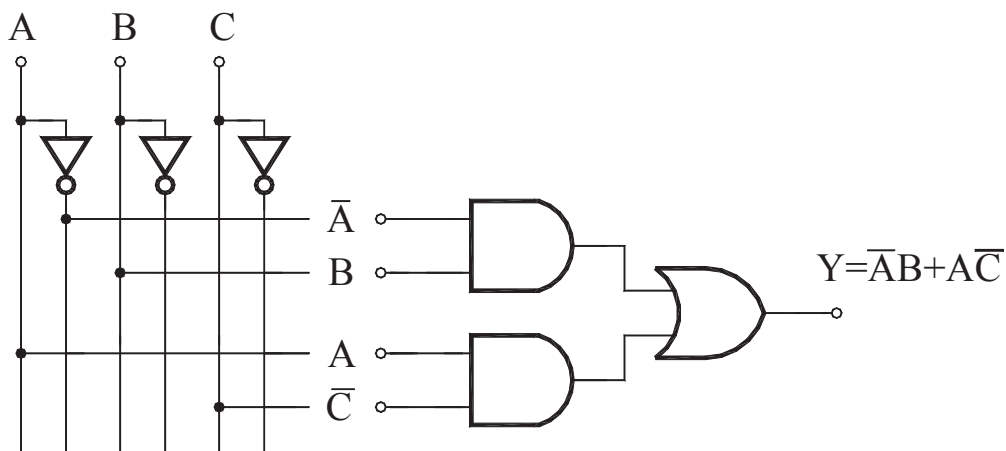
б) Минимизација на СКНФ облик.

Сл. 6-44. Карноова карта на функцијата  $Z(A, B, C) = \sum m(2, 3, 4, 6) = \prod M(0, 1, 5, 7)$ .

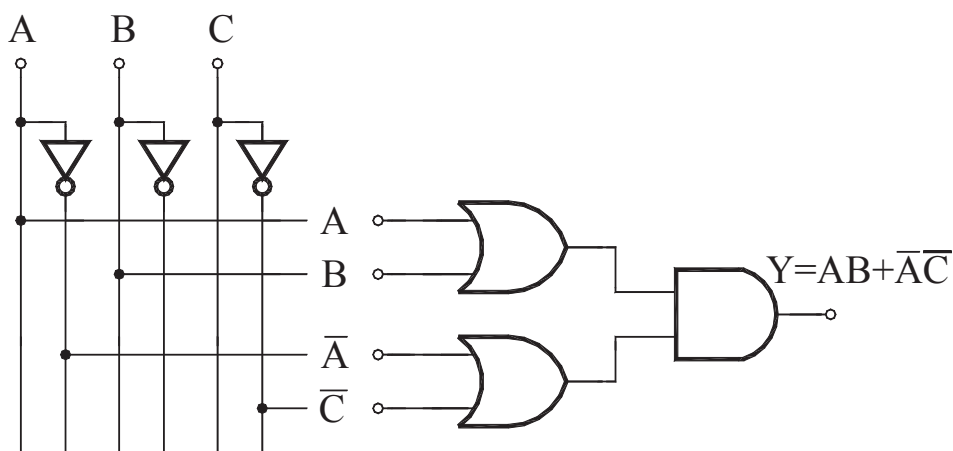
По извршената минимизација на функцијата, таа може да се запише во МДНФ облик како  $Z = \overline{A}B + A\overline{C}$ , или во МКНФ облик како  $Z = (A + B)(\overline{A} + \overline{C})$ .

И-ИЛИ структурата во две нивоа која е прикажана на сл. 6-45 а) ја реализира функцијата во МДНФ облик, додека според МКНФ обликот се добива со ИЛИ-И мрежаат исто така во две нивоа која е прикажана на сл. 6-45 б).





а) Реализација со двонивовска И-ИЛИ комбинациона мрежа.



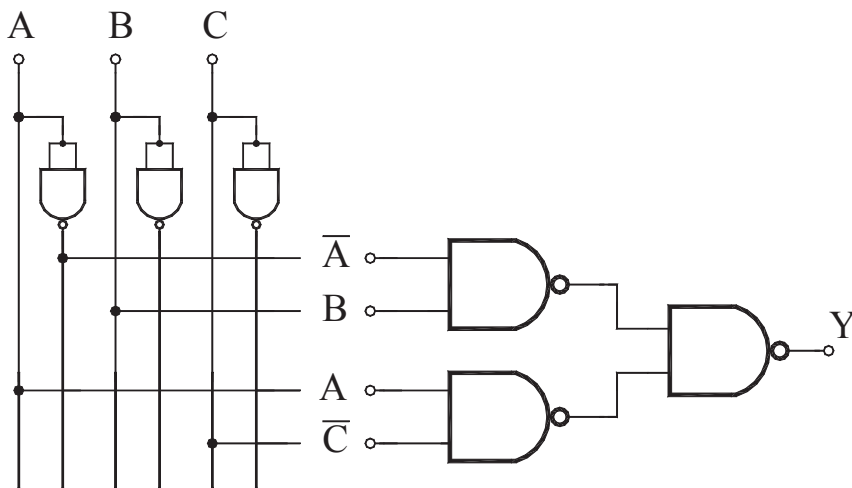
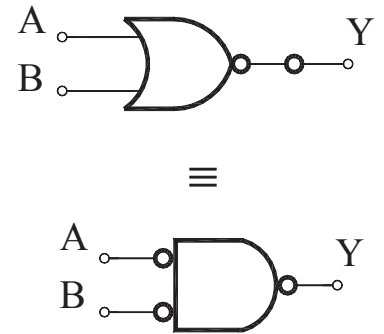
б) Реализација со двонивовска ИЛИ-И комбинациона мрежа.

Сл. 6-45. Синтеза на функцијата  $Z(A, B, C) = \sum m(2,3,4,6) = \prod M(0,1,5,7)$  со две нивоа.

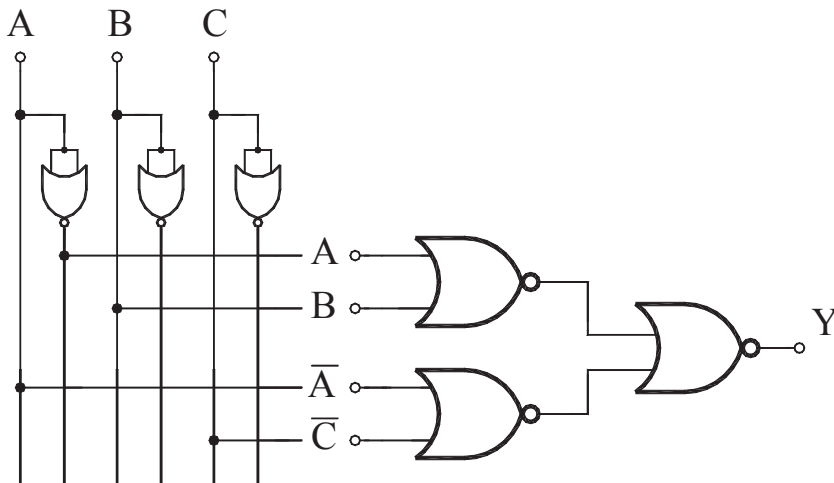
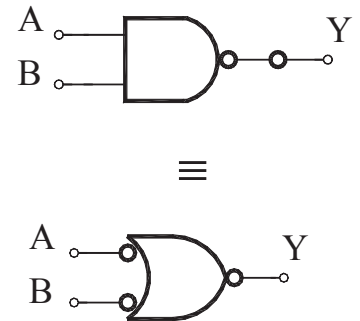
За да покажеме како се добива реализација само со НИ, и само со НИЛИ порти ќе извршиме двојно комплементирање посебно на МДНФ обликот на функцијата и посебно на нејзиниот МКНФ облик. Со ова практично ништо не сме промениле, но затоа да видиме што ќе се случи ако потоа ја примениме Де Моргановата теорема.

Поаѓајќи од МДНФ се добива  $Z = \overline{\overline{Z}} = \overline{\overline{AB + AC}} = \overline{(\overline{AB}) \cdot (\overline{AC})}$ . Применувајќи ја трансформацијата од сл. 6-46 добиениот МДНФ облик на функцијата може да се реализира само со користење на НИ кола како што е прикажано на сл. 6-47. Лесно се забележува дека конфигурацијата на оваа мрежа е иста со таа што е прикажана на сл. 6-41 а), само што секое логичко коло се заменува со НИ коло.

Слично, ако се тргне од МКНФ обликот на функцијата се добива:  $Z = \overline{\overline{Z}} = \overline{\overline{(A + B) \cdot (\overline{A} + \overline{C})}} = \overline{(A + B) + (\overline{A} + \overline{C})}$ . Оваа форма на функцијата е реализирана само со примена на НИЛИ врати како што може да се види од сл. 6-49, при што е употребена трансформацијата од сл. 6-48. И во овој случај очигледно е дека последната добиена конфигурација и логичката шема од сл. 6-41 б) се разликуваат само по тоа што сите логички кола од првата шема се заменети со НИЛИ порти во втората.

Сл. 6-47. Синтеза на функцијата  $Z = \sum m(2,3,4,6)$ 

Сл. 6-46

Сл. 6-49. Синтеза на функцијата  $Z = \prod M(0,1,5,7)$ .

Сл. 6-48

Од сликите може да се забележи дека согласно равенката (6-22)  $\overline{A} = \overline{A \cdot A}$  инверторите на сл. 6-47 а) се реализирани како двовлезни НИ кола чии влезови се поврзани во еден. Слично, имајќи ја во вид равенката (6-25)  $\overline{A} = \overline{A + A}$  на сл. 6-47 б) инверторите се заменети со НИЛИ кола со два влеза чии влезови се исто така поврзани во еден.

Од изложеното може да се изведе генерален заклучок дека за да се добие мрежа составена само од НИ кола треба да се почне така што дадената функција треба да се изрази во МДНФ. Потоа, за оваа форма на функцијата треба да се нацрта соодветна И-ИЛИ конфигурација на логичка мрежа во две нивоа, и на крај сите логички кола во неа да се заменат со НИ кола.

Слично на претходно наведеното, за да се добие НИЛИ конфигурација на логичката мрежа потребно е на почетокот функцијата да се претстави во облик на МКНФ. Понатаму се црта соодветната дво-нивоуска ИЛИ-И мрежа, и на крај сите логички кола во неа се заменуваат со НИЛИ кола.

## ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ ЗА ПОВТОРУВАЊЕ

- 6-42. Реализирај ги инверторот, НИ и НИЛИ логичките кола со по два влеза само со примена на (а) НИ; (б) НИЛИ кола со по два влеза.
- 6-43. Со примена на И-ИЛИ мрежа во две нивоа, а потоа со НИ кола, да се реализираат функциите (а)  $Y(A, B, C, D) = \overline{A}B + \overline{B}CD + \overline{D}$ ; (б)  $F(A, B, C, D) = A\overline{B} + B\overline{C}D + C$ .
- 6-44. Со примена на ИЛИ-И мрежа во две нивоа, а потоа со НИЛИ кола, да се реализираат функциите (а)  $Z(A, B, C, D) = (A + \overline{C})(\overline{A} + B + \overline{D})D$ ; (б)  $F(A, B, C, D) = (\overline{A} + B)(\overline{B} + C + D)\overline{D}$ .
- 6-45. Функцијата  $Y(X_1, X_2, X_3, X_4) = X_1\overline{X}_2 + \overline{X}_1X_3X_4 + X_1X_2\overline{X}_3\overline{X}_4$  треба да се реализира само со примена на НИ логички кола, (\*) при што секое коло да има само по два влеза.
- 6-46. Функцијата  $Y(X_1, X_2, X_3, X_4) = (X_1 + \overline{X}_4)(\overline{X}_1 + X_2 + X_3)(X_1 + X_2 + \overline{X}_3 + \overline{X}_4)$  да се реализира со користење на НИЛИ порти, (\*) секоја со само по 2 влеза.
- 6-47. (\*) Функцијата  $Y(A, B, C, D) = \sum m(0,1,2,5,7,12,13,14) + \sum_{xm} m(3,8,10)$  да се минимизира и реализира со (а) НИ (б) НИЛИ логички кола.
- 6-48. (\*) Функцијата  $Y(A, B, C, D) = \prod M(2,5,6,7,9,11,13) \prod_{xM} M(1,4)$  да се минимизира и реализира со (а) НИЛИ (б) НИ логички кола.

### 6.7.5. ПРОЕКТИРАЊЕ НА ПРЕКИНУВАЧКИ МРЕЖИ

Проблемот на проектирање (развој, дизајнирање) на прекинувачка мрежа е доста комплексна работа затоа што бара солидно познање на сè она што до сега го обработивме. Оваа проблематика во себе вклучува етапна работа.

Кога се почнува со дизајнирање на прекинувачките мрежи најнапред треба поставениот технички проблем текстуално да се формулира со концизни реченици. Потоа техничките величини треба да се означат со соодветни имиња кои ќе ги претставуваат влезовите (независно променливите) во мрежата и излезите (функциите, зависно променливите) од неа. Следниот чекор е дефинирање на логичките состојби (вредностите) на секоја излезна променлива за секоја влезна комбинација. Врз основа на ова се составува комбинационата табела и од неа се изведува аналитичкиот облик на прекинувачката функција. Со погоден метод се врши минимизација на добиената функција сè додека не се дојде до облик кој е погоден за техничка реализација. Конечната форма на функцијата зависи од типот на логичките кола кои ни стојат на располагање и бројот на влезови по логичко коло. Според последната форма на функцијата на крајот се црта логичката (блок) шема на бараната прекинувачка мрежа.

Целата оваа постапка најдобро ќе ја разбереме ако го разгледаме примерот што следува за проектирање на прекинувачка мрежа која треба да реши едноставен, реален и практичен проблем. Една ТВ куќа објавува оглас за избор на најталентиран млад пејач во Републиката. Изборот за тоа кој од кандидатите ќе учествува на финалната вечер треба да го направи тричлена жири комисија, така што секој член гласа со притискање на тастер. Ако кандидатот добие најмалку два гласа од комисијата треба да светне зелена светилка што ќе покаже дека тој оди во следниот круг, додека ако се вклучи црвена светилка кандидатот не покажал задоволителен квалитет и тој отпаѓа.

Независно променливи ќе бидат трите прекинувачи: секој од нив е вклучен или исклучен, и нив ќе ги означиме со буквите  $A$ ,  $B$ ,  $C$ . Ќе земеме дека на состојба “вклучен прекинувач” одговара 1, а на “исклучен прекинувач” одговара 0.

$i$	$ABC$	$SZ$	$SC$
0	000	0	1
1	001	0	1
2	010	0	1
3	011	1	0
4	100	0	1
5	101	1	0
6	110	1	0
7	111	1	0

Таб. 6-33

Како функции, т.е. зависни (излезни) променливи ќе ги земеме двете светла: зеленото  $SZ$  и црвеното  $SC$ . Функција ќе биде состојбата на секоја од светилките: кога некоја од светилките “свети” тогаш нејзината вредност е 1, а кога таа “не свети”, тогаш нејзиното логичко ниво е 0.

Значи сме добиле функција од три променливи која треба да се претстави со соодветна комбинациона табела, што е прикажана како таб. 6-31. Постојат вкупно  $2^3=8$  можни комбинации на состојбите на прекинувачите и секоја од нив се внесува во по една редица од табелата.

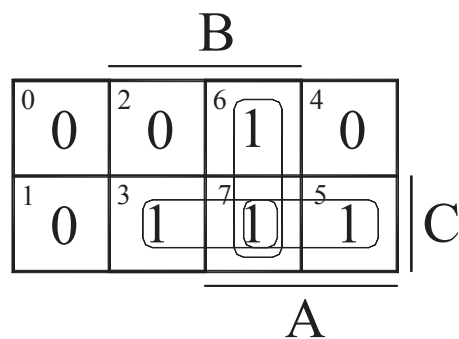
1. Ако сите прекинувачи се исклучени:  $A=B=C=0$  светилката не треба да свети, така што во нултата редица  $Y=0$ ;

2. Кога ќе се вклучи само еден прекинувач:  $A=1$  и  $B=C=0$  или  $B=1$  и  $A=C=0$  или  $A=B=0$  и  $C=1$  светилката треба да биде исто така исклучена, така што во првата, втората и четвртата редица  $Y=0$ ;

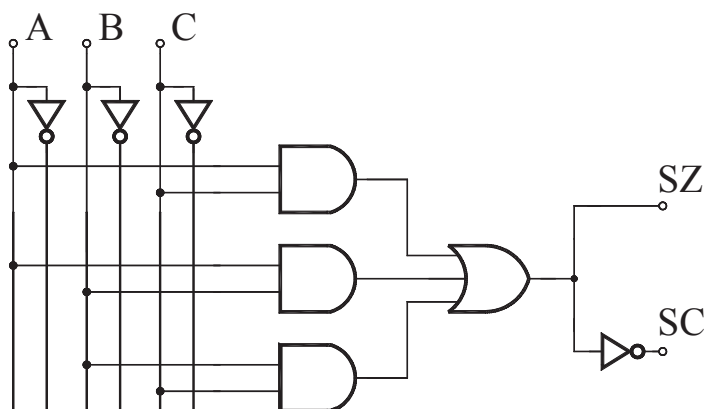
3. Кога ќе се притиснати сите прекинувачи:  $A=B=C=1$  светилката треба сигурно да биде вклучена, што значи дека во седмата редица  $Y=1$ .

4. Ако било кои два прекинувачи се вклучени, а еден е исклучен:  $A=B=1$  и  $C=0$  или  $A=C=1$  и  $B=0$  или  $B=C=1$  и  $A=0$  тогаш светилката исто така треба да светне. Значи во третата, петтата и шестата редица  $Y=1$ ;

Од добиената табела на вистинитост таб. 6-33 се заклучува дека светлата се меѓусебно комплементарни ( $SC = \overline{SZ}$ ), што ни покажува дека е сосема доволно да ја решиме едната функција бидејќи другата ќе ја добиеме со комплентирање на првата. За остварување на оваа цел, продолжуваме со минимизација на една од функциите, на пр. онаа за активирање на зеленото светло  $SZ$  применувајќи ја КК од сл. 6-50. Бидејќи нејзиното минимално решение го има следниот МДНФ облик  $SZ=AC+AB+BC$  конечно можеме да ја нацртаме и комбинационата мрежа на сл. 6-51 со која го решаваме дадениот проблем .



Сл. 6-50. Минимизација



Сл. 6-51. Синтеза

На крај може да констатираме дека при процесот на проектирање на прекинувачки мрежи ќе треба да извршиме:

1. Анализа на поставениот проблем, т.е. дефинирање на променливите и нивните логички состојби, односно добивање на прекинувачка функција;
2. Минимизација на прекинувачката функција во најпогодна форма за нејзина реализација;
3. Синтеза на прекинувачката мрежа, односно добивање нејзина логичка блок-шема (логички дијаграм).

## ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ ЗА ПОВТОРУВАЊЕ

- 6-49. Да се дизајнира комбинациона мрежа која има четири влеза и три излеза. Влезовите се два двобитни броја  $A=A_1A_0$  и  $B=B_1B_0$ , кои треба да се соберат и претстават со еден трибитен број  $Y=Y_2Y_1Y_0$ . Најзначајни битови се  $A_1, B_1, Y_2$ .
- 6-50. Да се дизајнира комбинациона мрежа која има четири влеза и три излеза. Влезовите се два двобитни броја  $A=A_1A_0$  и  $B=B_1B_0$ , кои треба да се помножат и претстават со еден трибитен број  $Y=Y_2Y_1Y_0$ . Најзначајни битови се  $A_1, B_1, Y_2$ .
- 6-51. (\*) Да се проектира комбинациона мрежа која ќе работи како компаратор. Имено, на нејзиниот влез ќе доаѓаат два двобитни броеви  $A=A_1A_0$  и  $B=B_1B_0$  кои треба меѓусебно да се споредат. Излезот од мрежата, исто така е во облик на двобитен број  $Y=Y_1Y_0$  чија вредност зависи од вредностите на влезните броеви, и тоа според следниов принцип: ако  $A=B=0$ , тогаш  $Y=0$ , ако  $A>B$ , тогаш  $Y=1$  ако  $A<B$  тогаш  $Y=2$ , и конечно, ако  $A=B$ , тогаш  $Y=2$ .
- 6-52. (\*\*) (**Конвертор на код**) Имајќи ги во вид табелите на бинарните кодови таб. 5-3, проектирај комбинациона мрежа која врши конверзија од еден код во друг. На влезот од мрежата доаѓаат а) NBCD (8421) б) Ајкенови кодни зборови кои мрежата треба да ги претвора во соодветни Грејови зборови.
- 6-53. (\*\*) (**Музички таленти**) Претпостави дека се работи за избор на најталентиран млад пејач во Републиката и дека изборот за тоа кој од кандидатите ќе учествува на финалната вечер го прави (а) четири (б) петчлена гласачка комисија. Одреден кандидат ќе се смета дека ги исполнува критериумите за учество во финалето ако добие најмалку три гласови. Секој од судиите гласа со притискање на тастер, а сигналната светилка која покажува дали соодветниот кандидат е или не е примен, светнува тогаш кога ќе биде исполнет потребниот услов. Од тебе се бара да проектираш логичка мрежа која ќе обезбеди правилна сигнализација.

6-54.



(\*\*) (**Брзиномер за велосипед**)

Претпостави дека треба да проектираш логичка мрежа - брзиномер за велосипед, кој има седум брзини кодирани со три логички променливи  $A, B, C$  и пет LED диоди  $L_1, L_2, L_3, L_4$  и  $L_5$ . Некои од нив кои ќе светат ("1"), а некои нема да светат ("0"), зависно од тоа со која брзина се движи велосипедот. Имено, ако тркалото не се врти ("нулта брзина"), тогаш ниту еден LED нема да свети, ако велосипедот се најде во прва брзина, тогаш свети првата LED диода, во втора свети првата и втората диода, во трета брзина светат првите три LED-а, во четврта - четирите, а во петта брзина светат сите пет LED диоди.

Што се однесува за повисоките брзини претпостави дека а) велосипедот не може да се најди во брзина поголема од 5, т.е. никогаш нема да оди во брзина 6 ниту во брзина 7, б) велосипедот може да се најди во брзина поголема од 5, во 6 или 7, но пак ќе светат сите 5 LED-а.

## РЕЗИМЕ

Во оваа тематска целина се запознавте со аксиомите, законите и теоремите од Буловата алгебра и нивната примена, како и со начинот на претставување на прекинувачките функции во алгебарски, табличен и графички облик. Сега знаете да решавате поедноставни задачи за преминување од еден во друг облик на претставување на прекинувачките функции. Покрај ова, се запознавте и со проблемот на минимизација на прекинувачките функции и можете да ги примените различните методи за минимизирање, што ви овозможува да решавате поедноставни задачи од минимизација на прекинувачките функции со аналитичкиот метод, како и со методите на Карноови карти и Квајн – МекКласки.

Изучувањето на методските единици ве вовеле и во логичките симболи на стандардните логички кола и функцијата што тие ја извршуваат. Се запознавте со проблемите на анализа, синтеза и проектирање на поедноставни комбинациони мрежи и начините на нивно решавање. Сега можете да решавате поедноставни задачи од анализа и синтеза на логички кола во две нивоа и да проектирате поедноставни прекинувачки мрежи.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гавровски Ц. (2007), Основи на мерна техника, Универзитет Св. Кирил и Методиј, *Факултет за електротехника и информациски технологии – Скопје*.
2. Гавровски Ц., Пејовски Е. (1993) , Електрични мерења за III година електротехничка струка, *Просветно дело – Скопје*.
3. Пејовски Е., Ристески К., Давитков П. (1993), Електрични мерења за II и III година, *Просветно дело – Скопје*.
4. Balch, M. (2003). Complete Digital Design, *McGraw-Hill Companies, Inc.*
5. Floyd, T. (2006). Digital Fundamentals, Ninth Edition, *Pearson Prentice Hall*.
6. Holdsworth, B., Woods, C. (2003). Digital Logic Design, Fourth Edition, *Elsevier Private Ltd.*
7. Maini, A. (2007). Digital Electronics, *John Wiley & Sons Ltd.*
8. M. Morris, Mano, Charles Kime (2008). Logic and Computer Design Fundamentals, Fourth Edition, *Prentice Hall*.
9. Saha, A., Manna, N. (2007). Digital Principles and Logic Design, *Infinity Science Press, Laxmi Publications Ltd.*
10. Сервини, Ј. (2008). Импулсна и дигитална електроника I (прв дел), трето издание, *Просветно дело – Скопје*.
11. Сервини, Ј., Дужевиќ, М. (2008). Импулсна и дигитална електроника II (втор дел), четврто издание, *Просветно дело – Скопје*.